

Stanisław KRZYŻANIAK
Instytut Logistyki i Magazynowania
stanislaw.krzyzaniak@ilim.poznan.pl

PRÓBA UOGÓLNIENIA FORMUŁY NA OBLICZANIE ZAPASU ZABEZPIECZAJĄCEGO DLA KLASYCZNYCH METOD ODNAWIANIA ZAPASU

Streszczenie. Stosowane w praktyce formuły służące obliczaniu zapasu zabezpieczającego w przypadku klasycznych systemów odnawiania zapasu przyjmują, że rozkład popytu w cyklu uzupełnienia zapasu można opisać rozkładem normalnym. W rzeczywistości jednak poszczególne zmienne składające się na tworzenie zapasu zabezpieczającego mogą podlegać różnym rozkładom. To powoduje konieczność opracowania uogólnionej formuły wyznaczania zapasu zabezpieczającego, uwzględniającej różne możliwe czynniki stanowiące przyczyny jego tworzenia oparte na właściwych im rozkładach częstości występowania. Wspólną wielkością jest tu poziom obsługi rozumiany w artykule jako prawdopodobieństwo obsłużenia popytu w cyklu uzupełnienia zapasu. Rozważania poparto prostym przykładem.

Słowa kluczowe: systemy uzupełnienia zapasu, zapas zabezpieczający, rozkłady częstości występowania, poziom obsługi

AN ATTEMPT TOWARDS GENERALISING A FORMULA FOR CALCULATING SAFETY STOCK FOR CLASSICAL METHODS OF STOCK REPLENISHMENT

Abstract. Formulae used in practice to calculate safety stock in the case of classic stock replenishment systems assume that the distribution of demand in a stock replenishment cycle may be described regular distribution. In reality, however, individual variables applied in calculating safety stock may be subject to different distributions. It results in the necessity to develop a general formula for determining safety stock, taking into account any possible factors that underlie its creation, based on appropriate occurrence frequency distributions. A common value here is service level understood in the article as the probability to serve demand in a stock replenishment cycle. The considerations have been supported with a simple example.

Keywords: stock replenishment systems, safety stock, occurrence frequency distributions, service level

1. Podstawowe reguły wyznaczania zapasu zabezpieczającego

1.1. Znaczenie zapasu zabezpieczającego w zapewnieniu dostępności dóbr

Dostępność dóbr na różnych etapach przepływu materiału w łańcuchach dostaw jest dziś wciąż jednym z kluczowych wymagań i przedmiotem oceny odbiorców. Tymczasem rośnie niepewność związana ze wszystkimi elementami mającymi wpływ na tę dostępność. Największym wyzwaniem pozostaje wciąż niepewność co do rzeczywistego popytu (zapotrzebowania), ale towarzyszą temu inne rodzaje niepewności: terminowości i kompletności dostaw (obejmujących kwestie zgodności z zamówieniem, a także jakości), a także praktyczne aspekty realizacji dostaw. Większość z tych wielkości można opisać ilościowo, przy czym są to zazwyczaj zmienne losowe o określonych rozkładach częstości występowania.

Konieczność reagowania na wyżej wymienione zmiany losowe wymaga stosowania zmiennego cyklu składania zamówień lub zmiennej ich wielkości. W obu przypadkach chodzi o dostosowanie rytmu i wielkości składanych zamówień do obserwowanej zmienności losowej popytu. W ogólnym przypadku można to podejście przedstawić w postaci prostej macierzy (rys. 1), gdzie w poszczególnych polach wskazano odpowiadające rozpatrywanym przypadkom najważniejsze systemy odnawiania zapasów. Zastosowana symbolika nazw systemów została oparta na terminologii Europejskiego Towarzystwa Logistycznego¹.

Okres pomiędzy zamówieniami	<ul style="list-style-type: none"> • BQ – system oparty na poziomie informacyjnym (punkcie ponownego zamówienia) • sQ - przegląd okresowy z poziomem decyzyjnym s i stałą wielkością zamówienia Q 	<p>Systemy klasy MIN-MAX</p> <ul style="list-style-type: none"> • System BS - system oparty na poziomie informacyjnym ze zmienną (zależną od rzeczywistego poziomu zapasu) wielkością zamówienia • System sS - przegląd okresowy z poziomem decyzyjnym „s” informacyjnym ze zmienną (zależną od rzeczywistego poziomu zapasu) wielkością zamówienia
	<ul style="list-style-type: none"> • System QT (dostawy o stałej wielkości realizowane w stałym rytmie) Warunek - bardzo mała zmienność popytu w cyklu uzupełnienia zapasu ($\sigma_p \approx 0$; $\sigma_T \approx 0$) 	<ul style="list-style-type: none"> • ST – system oparty na przeglądzie okresowym
		Wielkość dostawy

Rys. 1. Klasyfikacja systemów uzupełniania zapasów opartych na zapasie zabezpieczającym
Źródło: Opracowanie własne.

Rysunek 2 wskazuje parametry systemów przedstawionych na rysunku 1, których wielkości oparte są na zapasie zabezpieczającym.

¹ Terminology in Logistics. Terms and Definitions. European Logistics Association, 1994.

	Cykl przeglądu (τ)	Cykl zamawiania (T_0)	Wielkość zamówienia Q	Poziom informacyjny - decyzyjny B, s	Poziom maksymalny S
BQ			ustalona	B - ustalone	
ST	ustalone ($\tau = T_0$)				ustalony
BS				B - ustalone	ustalony
sQ	ustalony		ustalona	s - ustalone	
sS	ustalony			s - ustalone	ustalony
QT		ustalony cykl dostaw	ustalona		

Rys. 2. Parametry sterujące wybranych systemów uzupełniania zapasów oparte na zapasie zabezpieczającym (oznaczone ramkami)

Źródło: Opracowanie własne.

Podsumowując powyższe stwierdzenia, można powiedzieć, że stosowane w praktyce systemy odnawiania zapasów w warunkach zapotrzebowania niezależnego wymagają określenia zapasu zabezpieczającego pozwalającego na zapewnienie wymaganego poziomu obsługi (dostępności zapasu) w warunkach szeroko rozumianej niepewności całego procesu – tak od strony popytowej, jak i podażowej.

1.2. Klasyczna formuła na obliczanie zapasu zabezpieczającego

Obliczenie zapasu zabezpieczającego jest konieczne dla wyznaczenia jednego z parametrów sterujących realizacją tych systemów (rys. 2). W praktyce przyjmuje się², że

$$ZB = \omega(POK) \cdot \sigma_{PT} \quad (1)$$

gdzie:

σ_{PT} – odchylenie standardowe popytu w cyklu uzupełnienia zapasu. Przyjmuje się, że w ogólnym przypadku wielkość ta zależy od: średniego popytu \bar{P} (w przyjętej jednostce czasu), jego odchylenia standardowego σ_P (lub – alternatywnie – standardowego błędu prognozy), średniego czasu cyklu uzupełnienia \bar{T} i jego odchylenia standardowego σ_T :

$$\sigma_{PT} = \sqrt{\sigma_P^2 \cdot \bar{T} + \sigma_T^2 \cdot \bar{P}^2} \quad (2)$$

² Na przykład: Sharma S., Malhotra A.: Safety stock calculations and inventory analysis: a practical approach for the FMCG case in a South-East Asian country. „International Journal of Advanced Logistics”, Vol. 4, No. 3, 2015, p. 131-144.

ω (POK) – współczynnik bezpieczeństwa zależny od poziomu obsługi klienta oraz typu rozkładu opisującego zmienność popytu w cyklu uzupełnienia. Najczęściej w literaturze, a także w praktycznych zastosowaniach (np. w narzędziach informatycznych wspomagających zarządzanie zapasami) przyjmuje się tu rozkład normalny.

Zależność od poziomu obsługi dotyczy zarówno wartości, jak i sposobu definiowania. Najczęściej stosowanym sposobem określenia poziomu obsługi jest tzw. prawdopodobieństwo obsłużenia popytu POP w danym cyklu uzupełnienia (Service Level α^3). Wskaźnik ten interpretuje się następująco: jeśli POP = 95%, to znaczy, że w przypadku 5% dostaw (średnio raz na 20 cykli) wystąpi brak w zapasie.

Zależność pomiędzy współczynnikiem bezpieczeństwa ω a wskaźnikiem poziomu obsługi POP jest następująca:

$$\omega(POP) = \Phi^{-1}(POP) \quad (3)$$

gdzie Φ^{-1} jest funkcją odwrotną do dystrybuanty rozkładu popytu w cyklu uzupełnienia zapasu (np. rozkładu normalnego).

Drugim ważnym wskaźnikiem poziomu jest stopień ilościowej realizacji SIR (Service Level β^4) odnoszący się do liczby jednostek wydanych z zapasu w stosunku do wszystkich zamówionych jednostek (czyli rzeczywistego popytu) w przyjętym okresie. Zależność pomiędzy współczynnikiem bezpieczeństwa ω a wskaźnikiem poziomu obsługi SIR jest bardziej złożona:

$$\omega(SIR) = I^{-1}(\omega) \quad (4)$$

gdzie $I^{-1}(\omega)$ jest funkcją odwrotną tzw. standaryzowanej liczby braków $I(\omega)$. Algorytm wyznaczania jej przybliżonej wartości można znaleźć w literaturze⁵.

Wartość funkcji $I(\omega)$ wyznacza się ze wzoru:

$$I(\omega) = \frac{nb}{\sigma_{PT}} = \frac{\left(\frac{NB_0}{ld}\right)}{\sigma_{PT}} = \frac{\left[\frac{P_0 \cdot (1-SIR)}{ld}\right]}{\sigma_{PT}} = f(SIR) \quad (5)$$

gdzie:

nb – średnia liczba braków przypadających na jeden cykl odnowienia zapasu,

NB_0 – sumaryczna liczba braków w rozpatrywanym okresie,

ld – liczba dostaw (cykli uzupełnienia zapasu) w rozpatrywanym okresie,

P_0 – sumaryczny planowany popyt w rozpatrywanym okresie.

³ Tempelmeier H.: Inventory service-levels in the customer supply chain. Springer Verlag, OR Spectrum, 2000.

⁴ Ibidem.

⁵ Silver A.E., Pyke F.D., Peterson R.: Inventory Management and Production Planning and Scheduling, 1998, [za:] Ronald S.: Tibben-Lembke Setting Safety Stock Using a Fill Rate. University of Nevada, Reno, April 27, 2009.

2. Uogólniona formuła na obliczanie zapasu zabezpieczającego

Należy zauważyć, że zbioru czynników decydujących o zmienności popytu w cyklu uzupełnienia zapasu nie można ograniczyć wyłącznie do popytu lub czasu cyklu uzupełnienia. Należy wziąć pod uwagę możliwą zmienność:

- czasu cyklu przeglądu T_o w systemach ST, Ss oraz sQ,
- rzeczywistej wielkości dostaw, poprzez uwzględnienie zmiennej losowej w postaci braków ilościowych lub jakościowych w dostawie,
- odchyleń pomiędzy poziomem B a rzeczywistym poziomem zapasu w chwili składania zamówienia. Dotyczy do systemu opartego na poziomie informacyjnym (punkcie ponownego zamówienia) BQ oraz systemu BS dla zamówień składanych, gdy zapas wolny Z_w jest znacząco niższy niż poziom B^{6,7}.

Przeprowadzone przez autora badania symulacyjne pokazały, że w wielu przypadkach założenie o zgodności rozkładu w cyklu uzupełnienia zapasu z rozkładem czynnika dominującego (najczęściej popytu) nie jest spełnione. W tej sytuacji zastosowanie współczynnika bezpieczeństwa wspólnego dla wszystkich czynników może prowadzić do wyznaczenia niepoprawnej wielkości zapasu zabezpieczającego. W konsekwencji w sytuacji, w której zmienności losowe poszczególnych czynników będą podlegały różnym rozkładom, otrzymamy różne wartości oczekiwanego poziomu obsługi. Tymczasem to właśnie poziom obsługi ma stanowić kryterium dla określenia wielkości zapasu zabezpieczającego i stąd musi być równy dla wszystkich rozpatrywanych czynników. Takie rozumowanie prowadzi do wniosku, że poziom zabezpieczający nie może być liczony jako iloczyn wspólnego współczynnika bezpieczeństwa przez pierwiastek kwadratowy z sumy wariancji poszczególnych czynników, ale jako pierwiastek kwadratowy z sumy kwadratów zapasów zabezpieczających liczonych odrębnie dla poszczególnych czynników, dla jednolitego, wspólnego poziomu obsługi, z uwzględnieniem odrębności ich rozkładów.

Można to zapisać w postaci formuły:

$$ZB = \sqrt{\sum ZB_{Pi}^2 + ZB_T^2 + ZB_{T_o}^2 + ZB_{\Delta}^2 + \sum ZB_{xi}^2} \quad (6)$$

gdzie:

ZB_{Pi} – zapas zabezpieczający ze względu na zmienność losową popytu dla i -tej składowej tego popytu:

$$ZB_{Pi} = \omega_{Pi}(POP) \cdot \sigma_{Pi} \cdot \sqrt{(\bar{T} + T_o)} \quad (7)$$

⁶ Krzyżaniak S.: Wyznaczanie poziomu informacyjnego dla odnawiania zapasu w warunkach nieciągłego przeglądu jego stanu. „Logistyka”, nr 5, 2013, s. 42-45 (errata „Logistyka”, nr 6, 2013).

⁷ Krzyżaniak S.: Model of the impact of parameters controlling replenishment in the BS (min-max) continuous review system on the actual inventory availability. „LogForum”, No. 11(3), 2015, p. 283-294.

przy czym $\omega_{Pi}(POK)$ jest współczynnikiem bezpieczeństwa odpowiadającym przyjętemu poziomowi obsługi (prawdopodobieństwo obsłużenia popytu), dla rozkładu, któremu podlega popyt. Czas przeglądu T_o wprowadzono dla uogólnienia wzoru. W przypadku systemów BQ, i BS należy przyjąć $T_o = 0$.

Uwzględnienie więcej niż jednej składowej popytu może być istotne w sytuacji rozkładów mieszanych wynikających z różnej natury popytów cząstkowych na dany materiał lub wyrób. Przykładem może być utrzymywanie właściwego zapasu w sytuacji, gdy jedna składowa popytu – o rozkładzie zgodnym z rozkładem normalnym – jest generowana bieżąco przez konsumentów, a druga składowa wynika z potrzeb serwisowych, gdzie popyt może być zgodny np. rozkładem Poissona⁸;

ZB_T – zapas zabezpieczający ze względu na zmienność czasu cyklu uzupełnienia:

$$ZB_T = \omega_T(POK) \cdot \bar{P} \cdot \sigma_T \quad (8)$$

przy czym $\omega_T(POK)$ jest współczynnikiem bezpieczeństwa odpowiadającym przyjętemu poziomowi obsługi (prawdopodobieństwo obsłużenia popytu), dla rozkładu, któremu podlega czas cyklu uzupełnienia – w praktyce nie jest to rozkład normalny⁹, często przyjmuje się np. rozkład trójkątny¹⁰;

ZB_{T_o} – zapas zabezpieczający ze względu na zmienność czasu cyklu przeglądu:

$$ZB_{T_o} = \omega_{T_o}(POK) \cdot \bar{P} \cdot \sigma_{T_o} \quad (9)$$

przy czym $\omega_{T_o}(POK)$ jest współczynnikiem bezpieczeństwa odpowiadającym przyjętemu poziomowi obsługi (prawdopodobieństwo obsłużenia popytu), dla rozkładu, któremu – ewentualnie – podlega czas przeglądu.

ZB_{Δ} – część zapasu zabezpieczającego wynikająca z rozkładu różnicy Δ pomiędzy poziomami ponownego zamówienia B oraz zapasu wolnego w chwili składania Z_w , a także ustalonego poziomu obsługi^{11,12};

ZB_{xi} – zapas zabezpieczający ze względu na inne czynniki, wśród których można wymienić np.:

- braki ilościowe lub jakościowe w dostawie,
- uszkodzenia w trakcie przyjęcia dostawy,
- straty w fazie składowania.

Tę część zapasu zabezpieczającego można przedstawić ogólnie jako:

$$ZB_{xi} = \omega_{xi}(POK) \cdot \sigma_{xi} \quad (10)$$

⁸ Regoa J.R., Mesquitab M.A.: Spare parts inventory control: a literature review. „Produção”, Vol. 21, No. 4, 2011, p. 656-666.

⁹ Krzyżaniak S.: O skutkach błędów w wyznaczaniu odchylenia standardowego popytu w cyklu uzupełniania zapasu. „Logistyka”, nr 6, 2008.

¹⁰ Walczak R., Wiśniewski C., Kludacz M., Sikorska A.: Planowanie przedsięwzięć z wykorzystaniem optymalizacji stochastycznej. „Logistyka”, nr 6, 2014.

¹¹ Krzyżaniak S.: Wyznaczanie...

¹² Krzyżaniak S.: Model...

przy czym $\omega_{xi}(\text{POK})$ jest współczynnikiem bezpieczeństwa odpowiadającym przyjętemu poziomowi obsługi (prawdopodobieństwo obsłużenia popytu) dla rozkładu któremu podlega badany czynnik x_i .

Kluczowe dla poprawności obliczeń jest zachowanie w obliczeniach poszczególnych składowych ZB tego samego poziomu obsługi.

Wyliczony wg powyższych zasad zapas zabezpieczający – wzór (6) – wchodzi następnie w skład formuł na obliczanie parametrów sterujących poszczególnymi systemami odnawiania zapasów. Na przykład wzór na obliczanie poziomu informacyjnego (punktu ponownego zamówienia) B, będącego parametrem sterującym systemów BQ i BS, będzie miał następującą postać ogólną:

$$B = (\sum \bar{P}_i) \cdot T + E(\Delta) + \sum \bar{x}_i + \sqrt{\sum ZB_{P_i}^2 + ZB_T^2 + ZB_{T_o}^2 + ZB_{\Delta}^2 + \sum ZB_{x_i}^2} \quad (11)$$

gdzie:

\bar{P}_i – średnie wartości i -tych składowych popytu,

$E(\Delta)$ – oczekiwana wartość różnicy Δ pomiędzy poziomami ponownego zamówienia B oraz zapasu wolnego w chwili składania zamówienia Z_w ,

\bar{x}_i – średnie wartości innych czynników uwzględnionych w opisie wzoru (10).

3. Przykład wykorzystania proponowanego podejścia

Dla zilustrowania poprawności proponowanego podejścia przeprowadzono eksperyment symulacyjny przy wykorzystaniu autorskiego narzędzia opracowanego w arkuszu kalkulacyjnym EXCEL. Pozwala ono na symulację odnawiania zapasu dla ośmiu klasycznych systemów w warunkach zmienności popytu i czasu cyklu uzupełnienia o różnych rozkładach częstości występowania. Wyniki symulacji obejmują: oba podstawowe wskaźniki poziomu obsługi (POP i SIR), liczbę braków w zapasie, koszty uzupełniania i utrzymania zapasów oraz koszty związane z występowaniem braków, a także wiele innych mierników i wskaźników definiowanych według potrzeb – na przykład różnicę Δ pomiędzy poziomami ponownego zamówienia B oraz zapasu wolnego w chwili składania Z_w .

Do badań symulacyjnych zdecydowano się zastosować klasyczny system oparty na przeglądzie okresowym ST, w którym zamówienia składane są w cyklu przeglądu o czasie T_o , a dostawa dociera po czasie T (czas cyklu uzupełnienia). Wielkość zamówienia Q jest obliczana jako różnica pomiędzy obliczonym poziomem tzw. zapasu maksymalnego S a bieżącym (w chwili składania zamówienia) zapasem wolnym (dysponowanym, dostępnym) Z_w (rys. 3). Zapas wolny jest obliczany każdorazowo w sposób następujący:

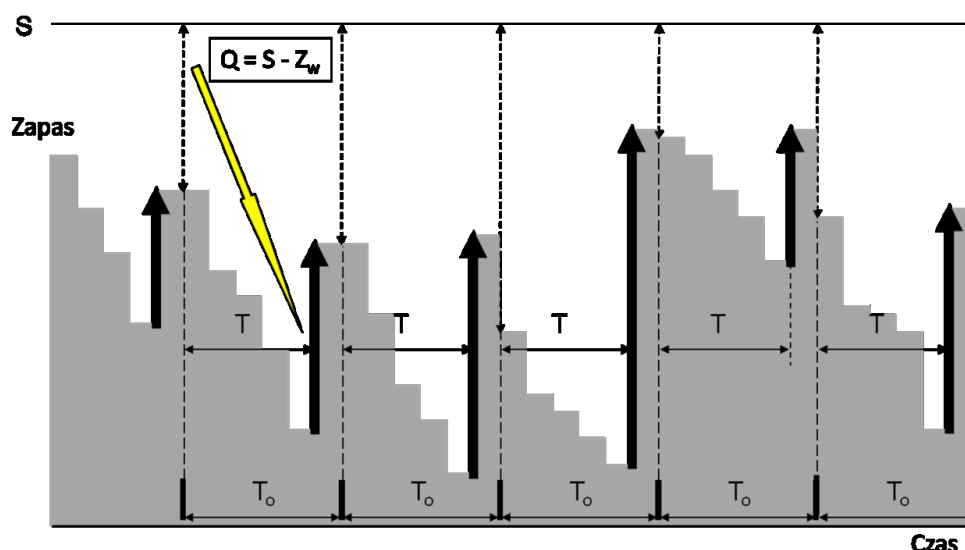
$$Z_w = Z_M + Z_D - Z_R \quad (12)$$

gdzie:

Z_M – zapas w magazynie,

Z_D – wcześniej złożone, a jeszcze nie zrealizowane zamówienia (w tym zapas w drodze),

Z_R – wszelkie rezerwacje założone na obu wyżej wymienionych częściach zapasu.



Rys. 3. Ilustracja przyjętego w eksperymencie symulacyjnym systemu odnawiania zapasu opartego na przeglądzie okresowym (ST)

Źródło: Opracowanie własne.

Przesłanką przyjęcia do eksperymentu systemu ST był fakt, że w systemie tym nie występują wskazane wyżej odchylenia Δ pomiędzy poziomami ponownego zamówienia B oraz zapasu wolnego w chwili składania Z_w (charakterystyczne dla systemów BQ i BS), zniekształcające wyniki pomiaru poziomu obsługi. W systemie ST poziom obsługi zależy wyłącznie od stosunkowo łatwo mierzalnych czynników.

W eksperymencie przyjęto prosty model, w którym źródłem zmienności popytu w cyklu uzupełnienia były:

- zmienność popytu dziennego o parametrach: średni popyt $\bar{P} = 50,5$ jednostek, odchylenie standardowe popytu dziennego $\sigma_P = 10$ jednostek (rys. 4);
- zmienność czasu cyklu uzupełnienia T .

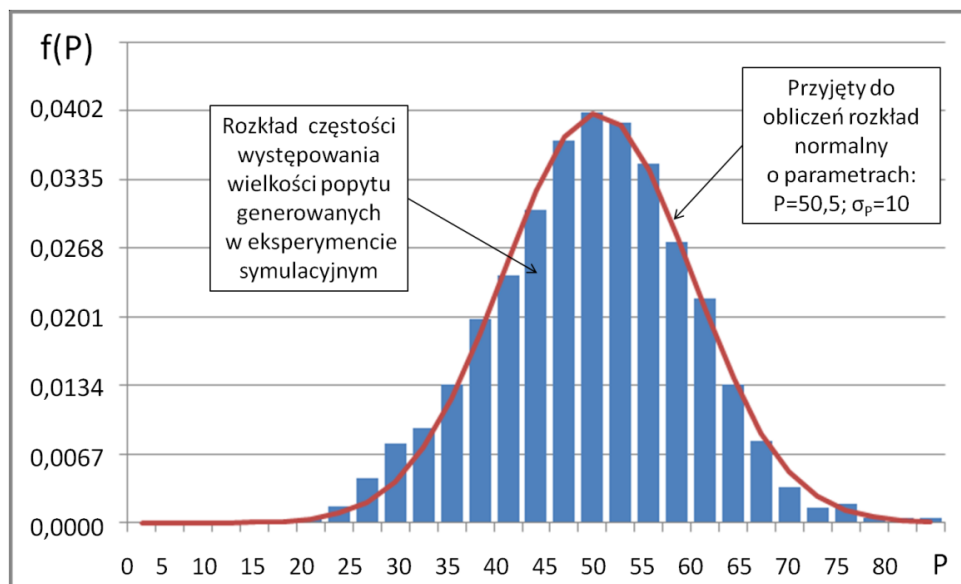
Dla uzasadnienia poprawności zaproponowanej formuły obliczania zapasu zabezpieczającego przyjęto rozkład czasu cyklu uzupełnienia, znacząco odbiegający od rozkładu normalnego:

Czas cyklu uzupełnienia T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Częstość występowania $f(T)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,15	0,80	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

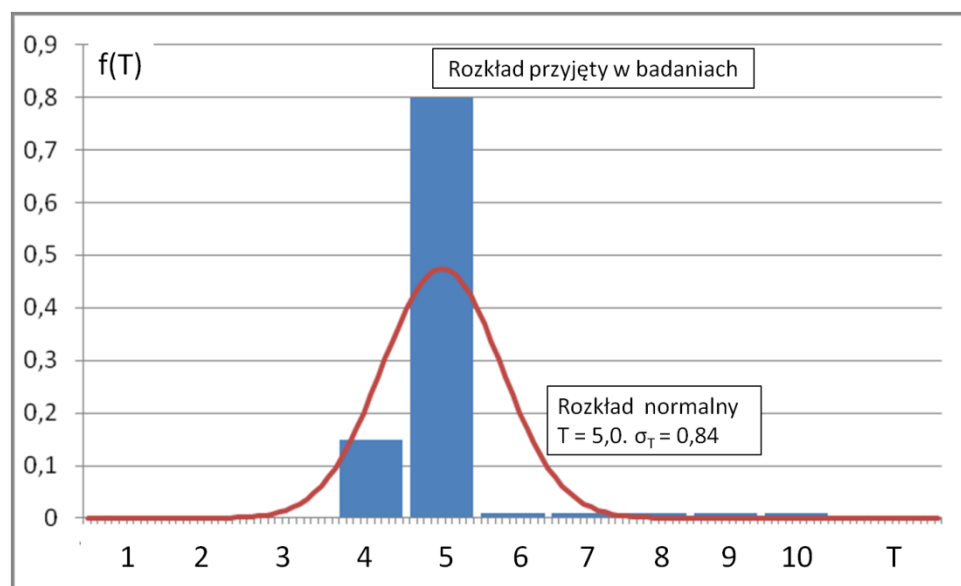
Obliczone na podstawie tych danych wielkość średnia i odchylenie standardowe wynoszą:

$$\bar{T} = 5,0 \text{ dni}, \sigma_T = 0,84 \text{ dni}.$$

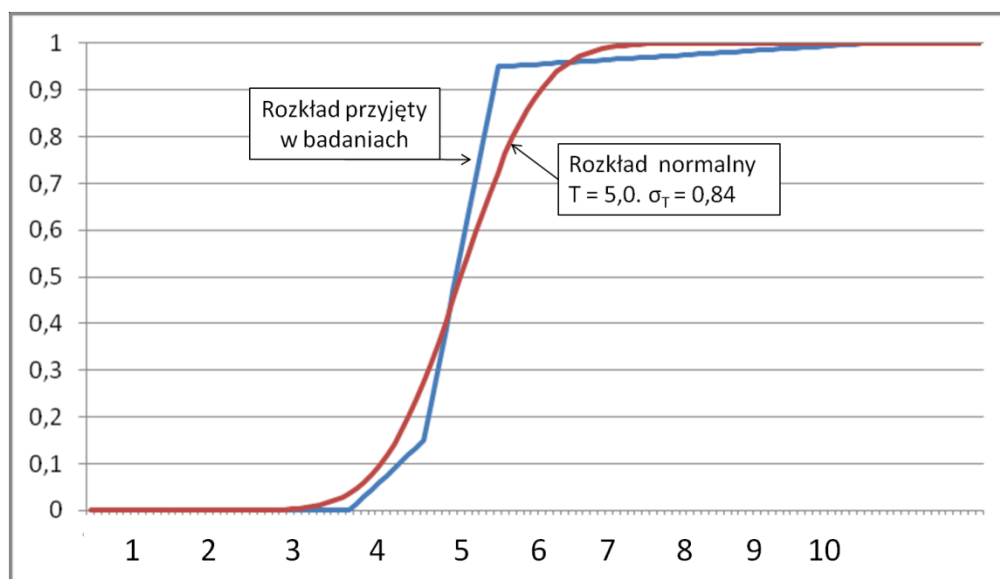
Rysunki 5 i 6 przedstawiają różnice pomiędzy przyjętym do badań rozkładem czasu T oraz rozkładem normalnym, opartym na obliczonych parametrach \bar{T} ; σ_T .



Rys. 4. Rozkład częstości występowania popytu przyjętego w badaniach symulacyjnych
Źródło: Opracowanie własne.



Rys. 5. Rozkład częstości występowania czasu cyklu uzupełnienia przyjętego w badaniach symulacyjnych w porównaniu z rozkładem normalnym o takich samych parametrach
Źródło: Opracowanie własne.



Rys. 6. Dystrybuanta rozkładu czasu cyklu uzupełnienia przyjętego w badaniach symulacyjnych w porównaniu z dystrybuantą rozkładu normalnego o takich samych parametrach
 Źródło: Opracowanie własne.

Czas cyklu przeglądu przyjęto jako parametr stały, niepodlegający wahaniom: $T_0 = 15$ dni. Dodatkowo pominięto wszelkie inne możliwe potencjalne zmienności omówione przy okazji przedstawienia wzoru (10).

Eksperyment przeprowadzono w sposób następujący:

- 1) Założono cztery poziomy obsługi POP = 96%, 97%, 98% i 99%.
- 2) Na podstawie tradycyjnego podejścia, zakładającego wspólną wartość współczynnika bezpieczeństwa ω zależnego wyłącznie od poziomu obsługi POP i przyjętego dla rozkładu odpowiadającego dominującej zmienności (w tym przypadku rozkładu normalnego), wyznaczono poziom maksymalny S_1 :

$$S_1 = \bar{P} \cdot (\bar{T} + T_0) + ZB_1 \quad (13)$$

gdzie zapas zabezpieczający ZB_1 wynosi:

$$ZB_1 = \omega \cdot \sqrt{\sigma_P^2 \cdot (\bar{T} + T_0) + \sigma_T^2 \cdot \bar{P}^2} \quad (14)$$

Poziom obsługi otrzymany drogą symulacji dla zapasu zabezpieczającego ZB_1 i zapasu maksymalnego S_1 przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Poziom obsługi otrzymany drogą symulacji dla zapasu zabezpieczającego ZB_1 i zapasu maksymalnego S_1 obliczonych zgodnie z formułami (13) i (14)

Założony poziom obsługi POP	Wspólny współczynnik bezpieczeństwa $\omega = f(\text{POP})$	Zapas zabezpieczający ZB_1	Poziom maksymalny S_1 (w zaokrągleniu do liczby całkowitej)	Średni poziom obsługi otrzymany drogą symulacji POP_{rz} przy zastosowaniu parametrów ZB_1 i S_1
96%	1,751	100,6	858	95,83%
97%	1,881	108,0	865	96,12%
98%	2,054	118,0	875	96,95%
99%	2,326	133,6	891	97,08%

Źródło: Opracowanie własne.

- 3) Na podstawie dystrybuanty przyjętego rozkładu czasu cyklu uzupełnienia T wyznaczono współczynniki bezpieczeństwa ω_T zależne od poziomu obsługi POP (tabela 2).

Tabela 2

Obliczenia współczynników bezpieczeństwa ω_T dla przyjętego rozkład czasu cyklu uzupełnienia T

Czas cyklu uzupełnienia T	0	1	2	3	4	$\bar{T} = 5$	6	7	8	9	10
Częstość występowania $f(T)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,15	0,80	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Dystrybuanta $F(T)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,15	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00
Współczynnik bezpieczeństwa $\omega_T = \frac{T - \bar{T}}{\sigma_T}$						0,00	1,19	2,38	3,57	4,62	

Źródło: Opracowanie własne.

- 4) Na podstawie wyznaczonych w punkcie 3 współczynników bezpieczeństwa ω_T oraz przyjętych w punkcie 2 i przedstawionych w tabeli 1 współczynników bezpieczeństwa ω_P odpowiadających rozkładowi normalnemu wyznaczono poziom maksymalny S_2 :

$$S_2 = \bar{P} \cdot (\bar{T} + T_o) + ZB_2 \quad (15)$$

gdzie zapas zabezpieczający ZB_2 jest równy:

$$ZB_2 = \sqrt{\omega_P^2 \cdot \sigma_P^2 \cdot (\bar{T} + T_o) + \omega_T^2 \cdot \sigma_T^2 \cdot \bar{P}^2} \quad (16)$$

Poziom obsługi otrzymany drogą symulacji dla zapasu zabezpieczającego ZB_2 i zapasu maksymalnego S_2 przedstawiono w tabeli 3.

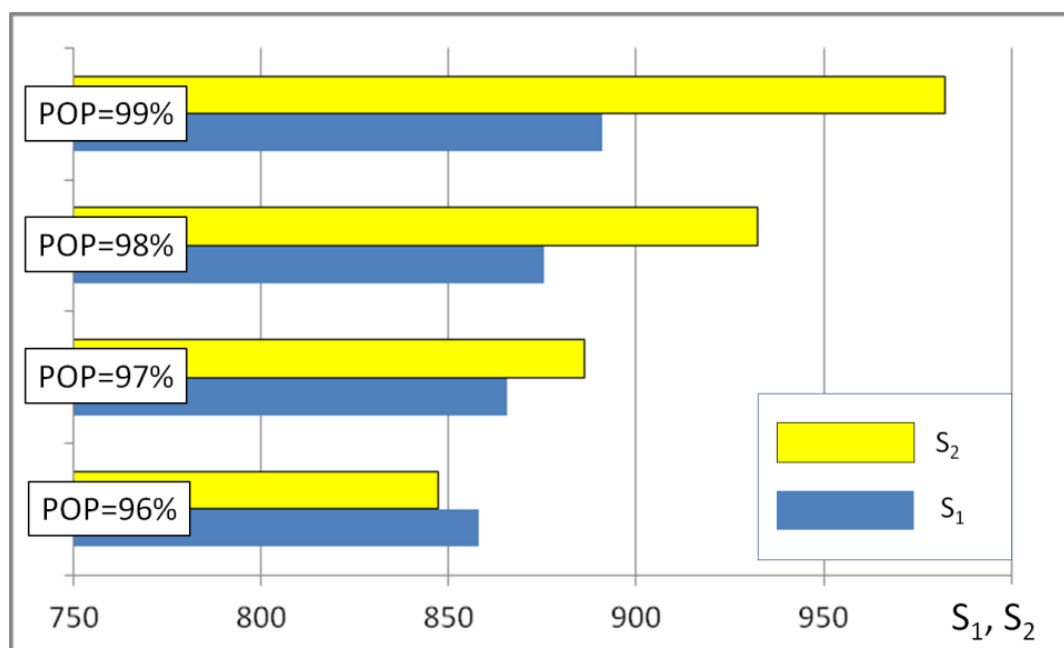
Tabela 3

Poziom obsługi otrzymany drogą symulacji dla zapasu zabezpieczającego ZB_2 i zapasu maksymalnego S_2 obliczonych zgodnie z formułami (15) i (16)

Założony poziom obsługi POP	Wspólny współczynnik bezpieczeństwa $\omega_P = f(\text{POP})$	Wspólny współczynnik bezpieczeństwa $\omega_T = f(\text{POP})$	Zapasy zabezpieczający ZB_2	Poziomy maksymalny S_2	Średni poziomy obsługi otrzymany drogą symulacji POP_{rz} przy zastosowaniu parametrów ZB_1 i S_1
96%	1,751	1,190	69,8	827,3	95,54%
97%	1,881	2,381	89,8	847,3	96,92%
98%	2,054	3,571	128,7	886,2	97,63%
99%	2,326	4,762	174,8	932,3	99,23%

Źródło: Opracowanie własne.

Na rysunku 7 porównano wartości zapasu maksymalnego (S_1 i S_2) dla przyjętych poziomów obsługi, wyznaczone wzorami (13) i (15).

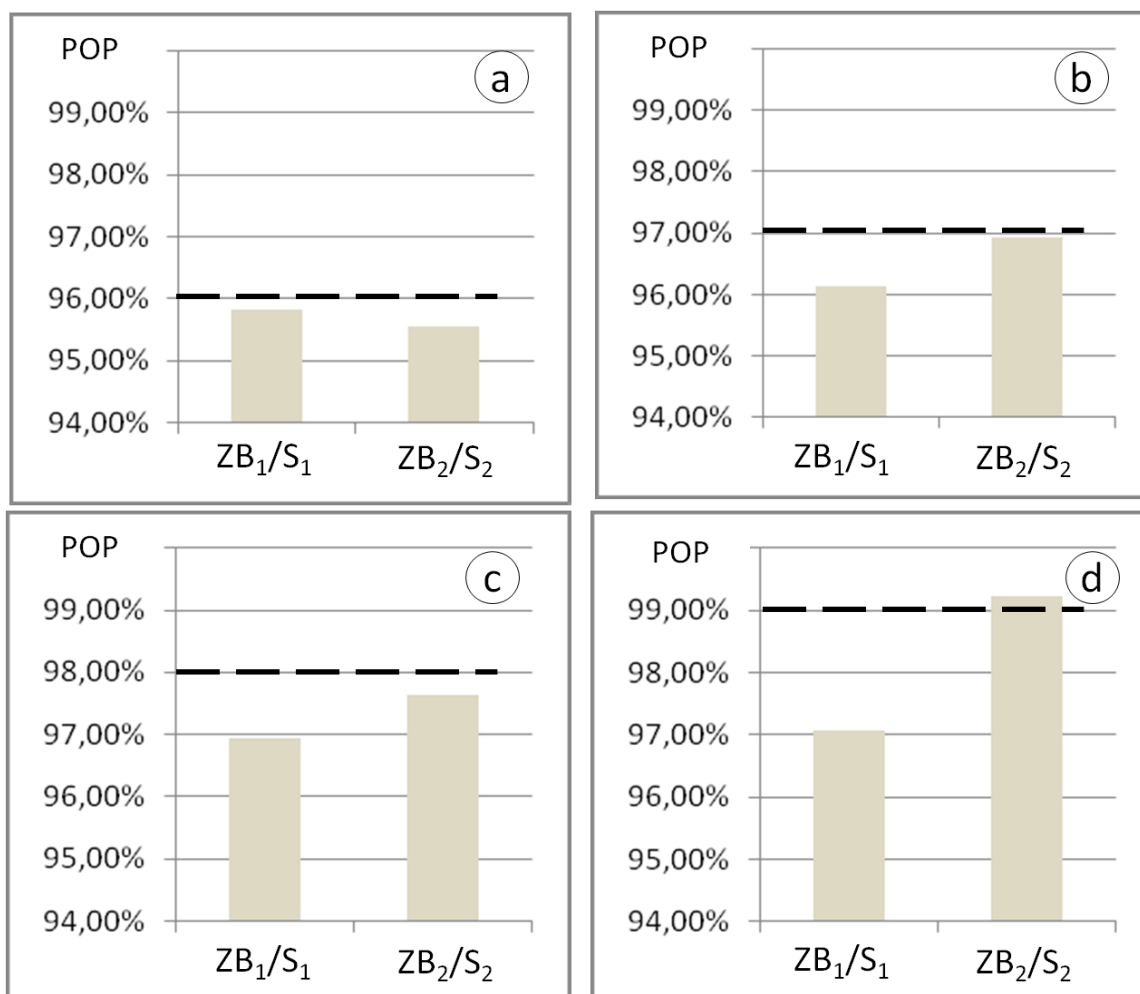


Rys. 7. Porównanie wartości zapasu maksymalnego (S_1 i S_2) dla przyjętych poziomów obsługi wyznaczone wzorami (13) i (15)

Źródło: Opracowanie własne.

Rysunek 8 ilustruje otrzymane w drodze symulacji średnie „rzeczywiste” poziomy obsługi POP_{rz} dla obu formuł obliczania zapasu zabezpieczającego i maksymalnego. Widać wyraźnie, że zastosowanie proponowanego podejścia daje dużo większą zbieżność z założonym poziomem obsługi. Dla przyjętych danych jest to szczególnie widoczne dla wyższych poziomów obsługi, jednak przeprowadzone próby dla innych danych pokazują, że ta prawidłowość może się rozciągać także na mniejsze wartości POP. Jednocześnie, w pewnych

sytuacjach, stosowanie tradycyjnego podejścia może w efekcie dawać niepotrzebnie zawyżone poziomy obsługi, przy wyższych kosztach utrzymania zapasu.



Rys. 8. Porównanie wartości poziomu obsługi otrzymanych drogą symulacji dla zapasu zabezpieczającego ZB i zapasu maksymalnego S obliczonych na podstawie formuł stosowanych tradycyjnie (13) i (14) – (ZB_1 i S_1) oraz na podstawie zaproponowanej formuły uogólnionej (15) i (16) – (ZB_2 i S_2) dla czterech założonych (oczekiwanych) poziomów obsługi: (a) – 96%; (b) – 97%; (c) – 98% i (d) – 99%

Źródło: Opracowanie własne.

4. Podsumowanie

Przedstawiona uogólniona formuła służąca obliczaniu zapasu zabezpieczającego pozwala w lepszy sposób uwzględnić wszystkie potencjalne źródła zmienności, a jednocześnie opiera obliczenia na wspólnym kryterium, jakim jest poziom obsługi. Umożliwia to dokładniejsze obliczenia zapasu zabezpieczającego, w konsekwencji – głównych parametrów sterujących systemami odnawiania zapasów (poziom informacyjny, poziom maksymalny), w przypadku,

gdy poszczególne składowe czynniki podlegają różnym rozkładom częstości występowania. Przedstawiony przykład pozwolił na potwierdzenie potencjalnych korzyści wynikających z zaproponowanego podejścia.

Strona obliczeniowa proponowanej formuły nie powinna nastręczać trudności, warto też zauważyć, że we współczesnych systemach informatycznych wspomagających zarządzanie przedsiębiorstwami gromadzi się coraz więcej danych, które mogą stanowić punkt wyjścia do obliczeń opartych na większej liczbie czynników mogących mieć wpływ na poziom obsługi i – tym samym – wielkości parametrów sterujących odnawianiem zapasu, opartych na zapasie zabezpieczającym.

Zaproponowane podejście powinno umożliwić lepszą identyfikację wszystkich czynników mających istotny wpływ na poziom zapasu zabezpieczającego – zarówno co do ich wartości średnich, jak i wielkości i charakteru zmienności – w tym typu rozkładu. To zaś powinno pozwalać na podejmowanie działań: organizacyjnych i inwestycyjnych nakierowanych na redukcję oddziaływania tych czynników, a tym samym otwierać możliwości zmniejszania zapasu zabezpieczającego i obniżania kosztów związanych z jego utrzymywaniem.

Można zauważyć, że proponowana formuła stanowi swego rodzaju prawo pierwiastka kwadratowego. O ile przypadek znany powszechnie pod tą nazwą dotyczy zależności scentralizowanego zapasu zabezpieczającego od zapasów zabezpieczających w odrębnych lokalizacjach (obliczanego jako pierwiastek kwadratowy z sumy kwadratów lokalnych zapasów zabezpieczających), o tyle zaproponowana formuła przedstawia zapas zabezpieczający jako pierwiastek kwadratowy z sumy kwadratów zapasów zabezpieczających wynikających z poszczególnych – niezależnych od siebie – czynników, których zmienność losowa stanowi o konieczności utrzymywania zapasu zabezpieczającego.

Bibliografia

1. Krzyżaniak S.: O skutkach błędów w wyznaczeniu odchylenia standardowego popytu w cyklu uzupełniania zapasu. „Logistyka”, nr 6, 2008.
2. Krzyżaniak S.: Wyznaczenie poziomu informacyjnego dla odnawiania zapasu w warunkach nieciągłego przeglądu jego stanu. „Logistyka”, nr 5, 2013 (errata: „Logistyka”, nr 6, 2013).
3. Krzyżaniak S.: Model of the impact of parameters controlling replenishment in the BS (min-max) continuous review system on the actual inventory availability. „LogForum”, No. 11(3), 2015.
4. Regoa J.R., Mesquitab M.A.: Spare parts inventory control: a literature review. „Produção”, Vol. 21, No. 4, 2011.

5. Silver A.E., Pyke F.D., Peterson R.: Inventory Management and Production Planning and Scheduling, 1998, [za:] Ronald S.: Tibben-Lembke Setting Safety Stock Using a Fill Rate. University of Nevada, Reno, April 27, 2009.
6. Sharma S., Malhotra A.: Safety stock calculations and inventory analysis: a practical approach for the FMCG case in a South-East Asian country. „International Journal of Advanced Logistics”, Vol. 4, No. 3, 2015.
7. Tempelmeier H.: Inventory service-levels in the customer supply chain. Springer Verlag, OR Spectrum, 2000.
8. Terminology in Logistics. Terms and Definitions. European Logistics Association, 1994.
9. Walczak R., Wiśniewski C., Kludacz M., Sikorska A.: Planowanie przedsięwzięć z wykorzystaniem optymalizacji stochastycznej. „Logistyka”, nr 6, 2014.