

*silnik indukcyjny, ekscentryczność,  
model polowo-obwodowy, analiza prądu stojana*

Paweł EWERT, Marcin WOLKIEWICZ\*

## **PRZEGLĄD METOD WYKRYWANIA EKSCENTRYCZNOŚCI W SILNIKU INDUKCYJNYM Z WYKORZYSTANIEM ANALIZY PRĄDU STOJANA**

W artykule przedstawiono przegląd wybranych metod analizy prądu stojana do wykrywania ekscentryczności silnika indukcyjnego. Badania zrealizowano z wykorzystaniem modelu polowo-obwodowego silnika indukcyjnego z ekscentrycznością statyczną, dynamiczną oraz mieszaną opracowanego w środowisku Maxwell 2D. Uzyskane z modelu prądy fazowe stojana zostały poddane dalszej analizie celem pozyskania symptomów uszkodzenia. Do szczegółowej analizy prądów stojana wykorzystano aplikację pomiarowo-diagnostyczną zrealizowaną w środowisku LabVIEW. W artykule zestawiono wyniki badań uzyskanych z analizy widmowej czterech sygnałów diagnostycznych: prądu fazowego stojana, modułu wektora przestrzennego prądu stojana, składowej kolejności zgodnej oraz przeciwnej prądu stojana.

### **1. WPROWADZENIE**

W normalnych warunkach pracy konstrukcja maszyny zapewnia stabilne współdziałanie sił elektromagnetycznych i mechanicznych ograniczając poziom drgań oraz zakłóceń. Pojawienie się uszkodzenia zakłóca równowagę między tymi siłami przyspieszając rozwój uszkodzenia. Około 80% uszkodzeń mechanicznych prowadzi do powstania ekscentryczności w silniku. Ponadto, ekscentryczność może powstać również w czasie produkcji maszyny lub w procesie montażu.

Występowanie ekscentryczności często nie wyklucza maszyny z dalszej pracy. W przypadku wykrycia ekscentryczności jej poziom powinien być kontrolowany, ponieważ z reguły ma tendencję do pogłębiania się i w konsekwencji prowadzi do uszkodzenia maszyny. Należy zwrócić uwagę na to, że równoczesne wystąpienie kilku awarii może powodować takie same skutki co w konsekwencji utrudnia ocenę

---

\* Politechnika Wrocławska, Katedra Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-370 Wrocław, e-mail: pawel.ewert@pwr.edu.pl, marcin.wolkiewicz@pwr.edu.pl

ich ilościowego wpływu na stan maszyny. Na przykład równoczesne wystąpienie ekscentryczności statycznej i niesymetrii zasilania lub ekscentryczności dynamicznej i przerwy w obwodzie wirnika dają takie same objawy [8]. Monitorowanie ekscentryczności sprawia wiele trudności ponieważ, pomijając przypadki pokazowe i doświadczalne, musi ono być realizowane w trakcie normalnej pracy silnika (on-line), bezinwazyjnie, aby nie zmieniać układu sił działających na maszynę.

Obecnie w eksploatacji napędów elektrycznych dominują metody monitorowania i badania oparte na analizie sygnałów diagnostycznych w dziedzinie czasu i częstotliwości [8], [11]. W układach napędowych z silnikami indukcyjnymi podstawowymi sygnałami diagnostycznymi są prąd fazowy stojana oraz drgania mechaniczne, w których widoczne są symptomy uszkodzeń elektrycznych i mechanicznych.

Najczęściej stosowaną metodą monitorowania i diagnostyki maszyn elektrycznych jest analiza widmowa prądu stojana *MCSA* (ang. *Motor Current Signature Analysis*) [4], [8] oraz analiza widmowa drgań mechanicznych [2]. Również często wykorzystywaną metodą jest metoda analizy widmowej modułu wektora przestrzennego prądu stojana *EPVA* (ang. *Extended Park's Vektor Approach*). Posiada te same cechy pozytywne co konwencjonalna metoda widmowa prądu stojana i jednocześnie eliminuje niektóre ograniczenia i niedogodności widoczne w klasycznym podejściu [10].

Brak równowagi w trójfazowych systemach spowodowanych m.in. uszkodzeniami maszyn może być również oceniany po przetransformowaniu trójfazowych napięć i prądów silnika do układu współrzędnych składowych symetrycznych *SCA* (ang. *Symmetrical Components Analysis*). Na podstawie analizy składowej kolejności zgodnej oraz przeciwnej możliwa jest ocena stanu maszyny [11].

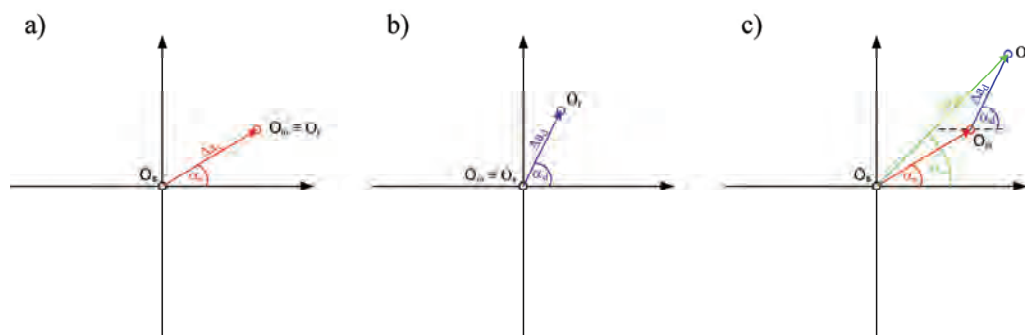
W odróżnieniu od innych uszkodzeń silników indukcyjnych (np. uszkodzenia łożysk, uszkodzenia uzwojeń wirnika czy stojana) ekscentryczność maszyn wirujących jest trudno precyzyjnie zamodelować (w odniesieniu do wskazania rodzaju ekscentryczności oraz jego stopnia zaawansowania). Z powodzeniem można w tym celu zastosować modele matematyczne maszyn, w szczególności modele połowo-obwodowe, pozwalające z dużą precyzją odwzorować pracę maszyny z uszkodzeniem. W niniejszej pracy do generowania prądów fazowych stojana silnika indukcyjnego z ekscentrycznością statyczną, dynamiczną oraz mieszaną wykorzystano modelowanie połowo-obwodowe.

## 2. EKSCENTRYCZNOŚĆ SILNIKÓW INDUKCYJNYCH

Według [4] ekscentryczność maszyn (mimośrodowość) jest to stan nierównej szczeliny powietrznej, która występuje między stojanem i wirnikiem. Detekcja i ocena ekscentryczności jest bardzo ważnym, ale i kłopotliwym elementem monitorowania stanu technicznego silników indukcyjnych. Wynika to z faktu, że tolerancje szczeliny powietrznej pomiędzy stojanem a wirnikiem są bardzo małe. Niewielkie przekrocze-

nie granic tolerancji może spowodować poważne uszkodzenie maszyny (tarcie stojana o wirnik, a w konsekwencji uszkodzenie stojana lub wirnika). Poziom ekscentryczności może również pogłębić stan awaryjny maszyny wywołany niekorzystnymi zjawiskami takimi jak: niesymetria zasilania, uszkodzenie obwodów wirnika lub stojana, praca z nadmiernym obciążeniem itp.

W nowych silnikach dopuszczalna jest 10% ekscentryczność szczeliny powietrznej [6]. Mimo to, producenci zwykle starają się zapewnić niższy całkowity poziom ekscentryczności, aby zredukować drgania i hałas oraz zmniejszyć niesymetryczną siłę promieniową.



Rys. 1. Położenie stojana i wirnika w przekroju silnika z ekscentrycznością:  
a) statyczną, b) dynamiczną, c) mieszaną

W maszynach wirujących możemy zaobserwować trzy rodzaje ekscentryczności: statyczną, dynamiczną oraz mieszaną. Na rysunku 1 przedstawiono współosiowe i ekscentryczne usytuowanie wirnika w otworze stojana, gdzie:  $O_s$  – oś symetrii stojana,  $O_r$  – oś symetrii wirnika,  $O_\omega$  – oś obrotu wirnika.

## 2.1. EKSCENTRYCZNOŚĆ STATYCZNA

W przypadku ekscentryczności statycznej, środek obrotu wirnika pokrywa się z jego osią symetrii, ale jest przesunięty względem osi symetrii stojana [4], [5]. Choć rozkład szczeliny powietrznej nie jest jednolity, to położenie minimalnej długości radialnej szczeliny powietrznej jest stałe w przestrzeni i nie zależy od czasu.

Stopień ekscentryczności statycznej można zdefiniować jako:

$$\delta_s = \frac{\overline{O_s O_\omega}}{g_0} \quad (1)$$

gdzie:  $g_0$  – szerokość szczeliny powietrznej silnika bez ekscentryczności;  $\overline{O_s O_\omega}$  – wektor przesunięcia ekscentryczności statycznej.

Na rysunku 1a przedstawiono położenie stojana i wirnika w przekroju silnika z ekscentrycznością statyczną. Kąt  $\alpha_s$  jest kątem początkowej ekscentryczności statycznej, długość  $\Delta a_s$  określa poziom ekscentryczności. Długość ta jest stała dla wszystkich pozycji kątowych wirnika.

## 2.2. EKSCENTRYCZNOŚĆ DYNAMICZNA

W przypadku ekscentryczności dynamicznej oś obrotu wirnika pokrywa się z osią symetrii stojana, ale jest przesunięta względem osi symetrii wirnika [4], [5]. Rozkład szczeliny powietrznej nie jest jednolity, ponadto minimalna długość radialna szczeliny powietrznej jest stała w przestrzeni, ale jej położenie jest zmienne w czasie (zależy od pozycji kątowej wirnika).

Stopień ekscentryczności dynamicznej można zdefiniować jako:

$$\delta_r = \frac{\overrightarrow{O_\omega O_r}}{g_0} \quad (2)$$

gdzie:  $\overrightarrow{O_\omega O_r}$  – wektor przesunięcia ekscentryczności dynamicznej.

Na rysunku 1b przedstawiono położenie stojana i wirnika w przekroju silnika z ekscentrycznością dynamiczną. Kąt  $\alpha_d$  jest kątem początkowej ekscentryczności dynamicznej, natomiast długość  $\Delta a_d$  określa poziom ekscentryczności. Wektor ten jest stały, ale jego kąt zmienia się wraz z obrotem wirnika.

## 2.3. EKSCENTRYCZNOŚĆ MIESZANA

Najczęściej w silnikach występuje zarówno ekscentryczność statyczna jak i dynamiczna – czyli ekscentryczność mieszana. W tym przypadku oś symetrii stojana i wirnika oraz środek obrotu są przesunięte względem siebie [4], [5].

Stopień ekscentryczności mieszanej można zdefiniować jako:

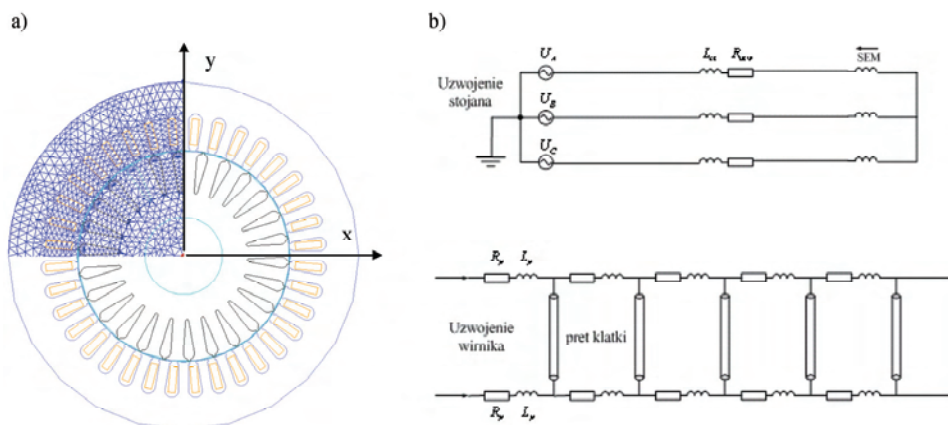
$$\delta_m = \frac{\overrightarrow{O_s O_r}}{g_0} = \frac{|\overrightarrow{O_s O_\omega} + \overrightarrow{O_\omega O_r}|}{g_0} \quad (3)$$

gdzie:  $\overrightarrow{O_s O_r}$  – wektor przesunięcia ekscentryczności mieszanej.

Na rysunku 1c przedstawiono położenie stojana i wirnika w przekroju silnika z ekscentrycznością mieszaną. Kąt  $\alpha_m$  jest kątem początkowej ekscentryczności mieszanej, natomiast  $\overrightarrow{O_s O_r}$  jest wektorem przesunięcia ekscentryczności mieszanej (wektorem wypadkowym z wektorów przesunięcia ekscentryczności statycznej i dynamicznej). Jego długość  $\Delta a_m$  określa poziom ekscentryczności. Wektor ten i jego kąt zmieniają się wraz z obrotem wirnika.

### 3. MODEL POLOWO-OBWODOWY DO BADANIA EKSCENTRYCZNOŚCI SILNIKÓW INDUKCYJNYCH

Badania modelowe zostały zrealizowane dla silnika Sh90L4 o parametrach znamionowych  $P_n = 1,5$  kW,  $n_n = 1410$  obr/min,  $M_n = 10,16$  Nm,  $U_n = 400$  V,  $I_n = 3,5$  A,  $\cos\varphi_n = 0,79$ . Model polowo-obwodowy został wykonany przy wykorzystaniu komercyjnego programu Maxwell 2D (moduł *transient*). Geometrię części polowej wraz z fragmentem siatki dyskretyzacyjnej pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Geometria modelu polowo-obwodowego  
wraz z fragmentem siatki dyskretyzacyjnej oraz schemat części obwodowej.

W części polowej uwzględniono czasową zmienność prądów, nieliniowość magnetowodu oraz ruch wirnika przy wymuszonej znamionowej prędkości obrotowej. Część polowa jest odwzorowana w części obwodowej (rys. 2) w postaci siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu stojana oraz litych prętów wirnika. Ze względu na zastosowanie modelu dwuwymiarowego w części obwodowej znajdują się parametry połączeń czołowych uzwojenia stojana ( $L_{cz}$ ) oraz pierścienia zwierającego klatki wirnika ( $R_r$ ,  $L_r$ ), które wyznaczono z zależności konstrukcyjnych.

W części polowej ekscentryczność statyczna była modelowana przez przesunięcie stojana wzdłuż osi  $x$  ( $\Delta a_s = 0 \div 0,25$  mm) a ekscentryczność dynamiczna przez przesunięcie wirnika wzdłuż osi  $x$  ( $\Delta a_d = 0 \div 0,25$  mm). Ekscentryczność mieszana była modelowana poprzez jednoczesne przesunięcie stojana ( $\Delta a_s = 0 \div 0,14$  mm) i wirnika ( $\Delta a_d = 0 \div 0,14$  mm). W każdym przypadku środek obrotu pozostawał w środku nieruchomego układu współrzędnych  $x$ - $y$  (rys. 2).

Zaprezentowany model polowo-obwodowy silnika został wcześniej zweryfikowany z wynikami uzyskanymi na obiekcie rzeczywistym [4]. Uzyskano wysoką zbieżność wyników odtwarzania prądu fazowego stojana (około 90%).

## 4. WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH

Wygenerowane za pomocą modelu połowo-obwodowego prądu stojana zostały poddane dalszej analizie. Analizator został wykonany w środowisku LabView. W tabeli 1 zestawiono charakterystyczne dla ekscentryczności symptomy występujące w analizowanych sygnałach [9]. Została wykonana analiza widmowa prądu stojana, modułu wektora przestrzennego prądu stojana oraz analiza widmowa składowych kolejności zgodnej i przeciwnej prądu stojana.

Tabela 1. Charakterystyczne dla ekscentryczności częstotliwości występujące w widmie prądu stojana, module wektora przestrzennego oraz składowych symetrycznych prądów fazowych

Typ ekscentryczności	Analiza widmowa		
	prądu stojana	składowych symetrycznych prądu stojana	modułu wektora przestrzennego
Stacyczna	$f_{es} = kN_r f_r \pm f_s$		$f_{es} = kN_r f_r \pm n_p f_s$
Dynamiczna	$f_{ed} = (kN_r \pm n_d) f_r \pm f_s n_w$		$f_{ed} = (kN_r \pm n_d) f_r \pm n_p f_s n_w$
Mieszana	$f_{em} =  f_s \pm k f_r $ oraz składowe dla ekscentryczności statycznej i dynamicznej		$f_{em} = k f_r$ oraz składowe dla ekscentryczności statycznej i dynamicznej

$f_s$  – częstotliwość sieciowa,  $k = 1, 2, 3, \dots$ ,  $n_p = 0, 2, 4, \dots$ ,  $N_r$  – liczba żłobków wirnika,  $s$  – poślizg,  $p_b$  – liczba par biegunów,  $n_d = 1, 2, 3, \dots$  – rząd ekscentryczności dynamicznej,  $n_w = \pm 1, \pm 3, \pm 5 \dots$  – rząd harmonicznych czasowych stojana,  $f_r = f_s \frac{1-s}{p_b}$  – częstotliwość obrotowa.

W tabeli 2 zestawiono częstotliwości charakterystyczne dla danego typu ekscentryczności. W tabeli zestawiono tylko częstotliwości mieszczące się w analizowanych zakresach 0–150 Hz oraz 500–700 Hz.

Na rysunku 3 przedstawiono widma FFT prądu stojana silnika obciążonego znamionowo z różnymi rodzajami ekscentryczności. Pojawienie się ekscentryczności statycznej charakteryzuje się wzrostem składowych  $f_{es}$  występujących w paśmie wysokich częstotliwości (składowe o częstotliwości 561 Hz i 661 Hz). Wystąpieniu ekscentryczności dynamicznej towarzyszy wzrost składowych  $f_{ed}$  również występujących w paśmie wysokich częstotliwości. W przypadku ekscentryczności mieszanej w widmie prądu stojana pojawiają się częstotliwości charakterystyczne dla ekscentryczności statycznej i dynamicznej oraz dodatkowo w paśmie niskich częstotliwości składowe  $f_{em}$ .

Analiza widmowa modułu wektora przestrzennego prądu stojana (rys. 4) wykazała również wzrost charakterystycznych częstotliwości opisanych w tabeli 2. Należy zaznaczyć, że charakterystyczne częstotliwości występujące w module wektora przestrzennego są przesunięte względem częstotliwości pojawiających się w prądzie stojana o wartość  $n_p f_s$  (gdzie  $n_p = 0, 2, 4, \dots$ ) (tabela 1), dlatego np. w paśmie niskich

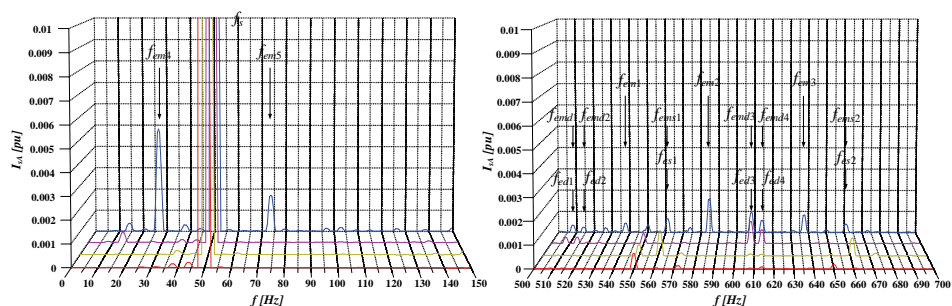
częstotliwości dla ekscentryczności mieszanej występuje tylko częstotliwość obrotowa opisana symbolem  $f_{em2}$ .

Tabela 2. Charakterystyczne dla ekscentryczności częstotliwości występujące w widmach analizowanych sygnałów diagnostycznych, obliczonych na podstawie tabeli 1

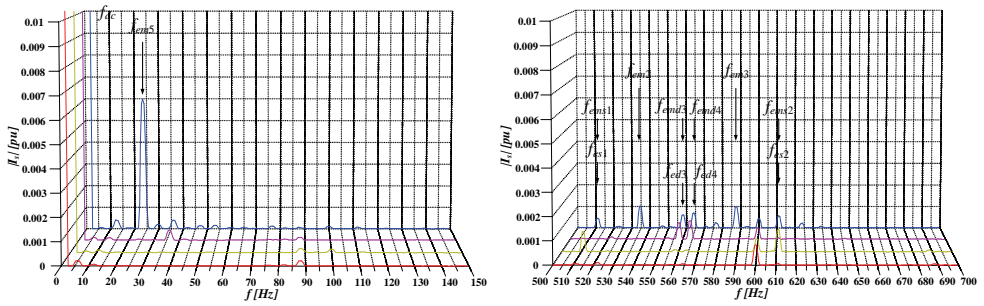
Częstotliwość uszkodzeniowa	$I_{sA}$	$ I_s $	$I_1$	$I_2$
$f_{es1} = f_{ems1}$	561 Hz	511 Hz	561 Hz	561 Hz
$f_{es2} = f_{ems2}$	661 Hz	611 Hz	661 Hz	–
$f_{ed1} = f_{emd1}$	508 Hz	–	–	508 Hz
$f_{ed2} = f_{emd2}$	514 Hz	–	–	514 Hz
$f_{ed3} = f_{emd3}$	608 Hz	558 Hz	608 Hz	–
$f_{ed4} = f_{emd4}$	614 Hz	564 Hz	614 Hz	–
$f_{em1}$	537,5 Hz	–	–	537,5 Hz
$f_{em2}$	584,5 Hz	534,5 Hz	584,5 Hz	–
$f_{em3}$	637,5 Hz	587,5 Hz	637,5 Hz	–
$f_{em4}$	26,5 Hz	–	26,5 Hz	–
$f_{em5}$	73,5 Hz	23,5 Hz	73,5 Hz	–

$f_{es1}, f_{es2}$  – częstotliwości charakterystyczne dla ekscentryczności statycznej;  $f_{ed1} - f_{ed4}$  – częstotliwości charakterystyczne dla ekscentryczności dynamicznej;  $f_{em1} - f_{em4}$  – częstotliwości charakterystyczne dla ekscentryczności mieszanej;  $f_{ems1}, f_{ems2}$  – częstotliwości charakterystyczne dla ekscentryczności mieszanej i statycznej;  $f_{emd1} - f_{emd4}$  – częstotliwości charakterystyczne dla ekscentryczności mieszanej i dynamicznej.

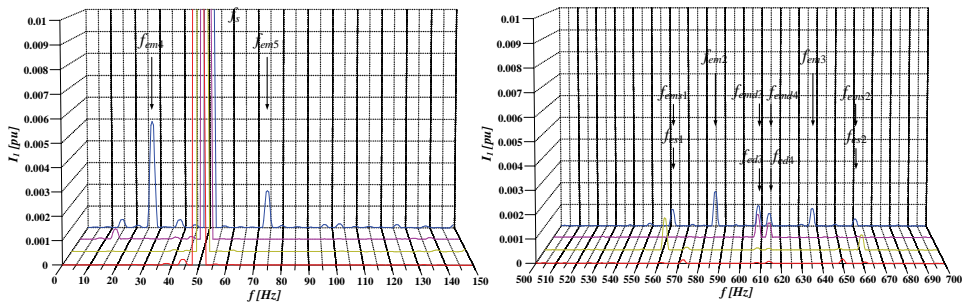
Przekształcenie prądu stojana na składową kolejności zgodnej (rys. 5) oraz przeciwnej (rys. 6) umożliwia dokładniejsze odizolowanie częstotliwości uszkodzeniowych. Następuje wyraźny podział ich występowania w zależności od analizowanej składowej symetrycznej. Wyjątkiem jest częstotliwość  $f_{es1} = f_{ems1}$ , która występuje w obu składowych prądu. W przypadku składowej przeciwnej prądu, w paśmie niskich częstotliwości nie zaobserwowano wzrostu żadnej z charakterystycznych częstotliwości dla badanych rodzajów ekscentryczności.



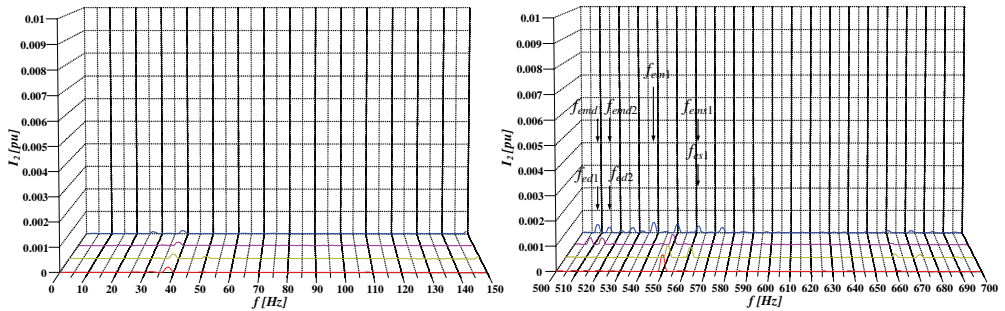
Rys. 3. Widmo prądu stojana silnika obciążonego znamionowo z ekscentrycznością



Rys. 4. Widmo modu wektora prądu stojana silnika obciążonego znamionowo z ekscentrycznością



Rys. 5. Widmo składowej zgodnej prądu stojana silnika obciążonego znamionowo z ekscentrycznością



Rys. 6. Widmo składowej przeciwnej prądu stojana silnika obciążonego znamionowo z ekscentrycznością

## 5. UWAGI KOŃCOWE I WNIOSKI

Na podstawie powyższych rozważań i przeprowadzonych analiz można sformułować następujące uwagi i wnioski:



- przykłady analizy widmowej sygnałów diagnostycznych, wykazały zgodność z analitycznymi wzorami obliczeniowymi na charakterystyczne dla ekscentryczności częstotliwości,
- analiza modułu wektora przestrzennego może być alternatywą do analizy prądu stojana, ze względu na łatwiejszy sposób ekstrakcji symptomów uszkodzenia,
- w przypadku analizy z wykorzystaniem składowych symetrycznych prądu stojana niezbędne jest analizowanie zarówno składowej kolejności zgodnej jak i przeciwnej.

Na podstawie przeprowadzonych analiz wykazano, że możliwe jest ciągłe monitorowanie ekscentryczności silnika indukcyjnego. Wiarygodność monitorowania można istotnie zwiększyć w przypadku dysponowania wcześniej określonymi na drodze symulacji wzorcami diagnostycznymi.

#### LITERATURA

- [1] CARDOSO A.J.M., SARAIVA E.S., *Computer aided detection of airgap eccentricity in operating three-phase induction motors, by Park's vector approach*, Industry Applications Society Annual Meeting, 1991, Conference Record of the 1991 IEEE, 1991, Vol. 1, 94–98.
- [2] DON-HA HWANG, JEONG-WOO JEON, DONG-SIK KANG, BYONG-KUK KIM, YUN-HYUN CHO, DONG-HEE KIM, *A Method for Rotor Vibration Monitoring of Induction Motor by Air-gap Flux Detection*, Power Electronics Specialists Conference, 2006, PESC '06. 37th IEEE, 2006, 1–5.
- [3] DROZDOWSKI P., PETRYNA J., WEINREB K., *Interreakcja efektów elektrycznych, magnetycznych oraz mechanicznych w silnikach indukcyjnych w aspekcie diagnostyki*, Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne, nr 54, 1997, BOBRME Komel, 109–116.
- [4] EWERT P., ZAWILAK T., *Zastosowanie modelu polowo-obwodowego do monitorowania ekscentryczności silników indukcyjnych*, Maszyny Elektryczne, KOMEL, Zeszyty Problemowe Nr 87/2010, 161–166.
- [5] FAIZ J., EBRAHIMI B.M., SHARIFIAN M.B.B., *Different Faults and Their Diagnosis Techniques in Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motors – A Review*, Electromagnetics, 2006, 26, 543–569.
- [6] NANDI S., ILAMPARITHI T., LEE S.B., *Pole Pair and Rotor Slot Number Independent Frequency Domain Based Detection of Eccentricity Faults in Induction Machines Using a Semi On-Line Technique*, SDEMPED 2009, IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, 2009, 1–7.
- [7] SUŁOWICZ M., *Diagnostyka silników indukcyjnych metodami sztucznej inteligencji*, rozprawa doktorska, Instytut Elektrotechniki w Warszawie, Samodzielna Pracownia Diagnostyki Układów Elektromechanicznych w Krakowie, Kraków 2005.
- [8] THOMSON W.T., FENGER M., *Current signature analysis of detect induction motor faults*, Industry Applications Magazine, IEEE, 2001, Vol. 7, No. 4, 26–34.
- [9] THOMSON W.T., BARBOUR A., *On-line current monitoring and application of a finite element method to predict the level of static airgap eccentricity in three-phase induction motors*, IEEE Trans. En. Conv., 1998, Vol. 13, No. 4, 347–357.
- [10] WOLKIEWICZ M., KOWALSKI C.T., *Nieinwazyjne metody wczesnego wykrywania zwarć zwojowych w silniku indukcyjnym zasilanym z przemiennika częstotliwości, cz. I*, Maszyny Elektryczne, Zeszyty Problemowe, 2010, nr 87, 145–150.
- [11] WOLKIEWICZ M., KOWALSKI C.T., *Nieinwazyjne metody wczesnego wykrywania zwarć zwojowych w silniku indukcyjnym zasilanym z przemiennika częstotliwości, cz. II*, Maszyny Elektryczne, Zeszyty Problemowe, 2010, nr 87, 151–156.

## DETECTION METHODS OVERVIEW OF INDUCTION MOTOR ECCENTRICITY USING STATOR CURRENT ANALYSIS

This paper deals with an overview of chosen stator current analysis methods for induction motor eccentricity detection. Field-circuit model of induction motor with static, dynamic and mixed eccentricity has been created in Maxwell 2D environment. Stator phase currents, obtained from the model have been analysed in order to extract symptoms of the faults. In this paper tests results, obtained from the FFT analysis of four diagnostic signals: stator phase current, module of the stator current space vector and positive and negative sequence of stator current, are compared.