



PODSTAWY TEORETYCZNE OBLICZEŃ KWANTOWYCH *THEORETICAL BASICS OF QUANTUM COMPUTATIONS*

Tomasz KUCZERSKI

Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, ul. Wyszyńskiego 7, 05-220 Zielonka
Military Institute of Armament Technology, 7 Wyszyński St., 05-220 Zielonka, Poland
Author's e-mail address: kuczerskit@witu.mil.pl.; ORCID: 0000-0001-7595-726X

Michał DYSZYŃSKI

DOI 10.5604/01.3001.0015.6766

Streszczenie: Opracowanie zawiera podstawowe informacje z dziedziny fizyki kwantowej potrzebne do zrozumienia zasad działania komputerów kwantowych i obliczeń kwantowych. Wyjaśnia od podstaw zagadnienia takie jak jednostka informacji kwantowej - kubit oraz sfera Blocha. Celem tego opracowania jest wprowadzenie do świata informatyki kwantowej osób nie będących fizykami kwantowymi, które planują zastosowanie algorytmów kwantowych w swoich badaniach naukowych.

Słowa kluczowe: komputer kwantowy, kubit, pułapka jonowa

1. Wstęp

Obliczenia kwantowe stanowią bardzo dynamicznie rozwijającą się dziedzinę technologii w trzeciej dekadzie XXI wieku. Praktycznie wszystkie liczące się państwa, wiele ośrodków akademickich, pracuje nad rozwiązaniami w tym zakresie. Przewiduje się, że rozwinięcie technik obliczeń kwantowych zmieni pod wieloma względami kształt informatyki, kryptografii i pokrewnych dzie-

Abstract: The paper includes basic information over the domain of quantum physics needed to understand basic principles of calculations and operations with the use of quantum computers. Questions of the unit of quantum information – qubit, and the Bloch's zone are thoroughly explained. The paper is aimed to be an introduction into the world of quantum IT for persons beyond the quantum physics who want to use the quantum algorithms for their scientific researches.

Keywords: quantum computer, qubit, ion trap

1. Introduction

Quantum computations belong to a domain of technology developing very intensively in the third decade of the 21st century. The most powerful countries and many academical centres work over these solutions. It is forecasted that development of technologies of quantum calculations will change many aspects of IT, cryptography, and related domains. The state of

dzin. W mechanice kwantowej stan układu fizycznego jest reprezentowany przez wektor w przestrzeni Hilberta. Jest to przestrzeń liniowa i zupełna nad ciałem liczb rzeczywistych lub zespolonych, która ma zdefiniowany iloczyn skalarny. Mechanika kwantowa została stworzona niezależnie przez Wernera Heisenberga i Erwina Schrödingera w 1925 r. Została szybko rozwinięta dzięki pracom Maxa Borna i Paula Diraca. Jeszcze przed powstaniem ostatecznej wersji mechaniki kwantowej prekursorskie prace teoretyczne stworzyli Albert Einstein i Niels Bohr. Jej wersję obejmującą teorię pól kwantowych doprowadzili do ostatecznej formy Richard Feynman (Feynman Brown, 2005). Mechanika kwantowa (teoria kwantów) to teoria praw ruchu obiektów poszerzająca zakres mechaniki na sytuacje, dla których przewidywania mechaniki klasycznej nie sprawdzały się. Opisuje przede wszystkim świat mikroskopowy – obiekty o bardzo małych masach i rozmiarach, np. atom, cząstki elementarne itp., ale także takie zjawiska makroskopowe jak nadprzewodnictwo i nadciekłość. Jej granicą dla średnich rozmiarów, energii czy pędów zwykle jest mechanika klasyczna. Dla zjawisk zachodzących w mikroświecie konieczne jest stosowanie mechaniki kwantowej, gdyż mechanika klasyczna nie daje poprawnego opisu tych zjawisk. Celem autorów tego materiału jest wprowadzenie osób nie zajmujących się fizyką kwantową do nowej dziedziny obliczeń kwantowych.

2. Obliczenia kwantowe – pojęcia podstawowe

Obliczenia kwantowe (Brassard, Chuang, Lloyd, Monroe, 1998) to fuzja fizyki, matematyki i mechaniki kwantowej, gdzie do wykonywania obliczeń wykorzystuje się zbiorowe właściwości stanów kwantowych, takie

a physical system is represented in the quantum mechanics by a vector in the Hilbert's space. It is a linear and complete space over the body of real or complex numbers possessing a defined scalar product. The quantum mechanics was invented independently by Werner Heisenberg and Erwin Schrödinger in 1925. It was rapidly developed in works of Max Born and Paul Dirac. The precursory theoretical works of Albert Einstein and Niels Bohr appeared before the final version of the quantum mechanics. Richard Feynman (Feynman Brown, 2005) prepared its final version containing the theory of quantum fields. The quantum mechanics (theory of quants) is a theory of principles of objects motion which extends the scope of mechanics by the situations in which the predictions of classical mechanics fail. It describes first of all the microscopic world – the objects with low masses and sizes, e.g. atoms, elementary particles, etc., but also macroscopic effects such as hyperconductivity and hyperfluidity. The classical mechanics is usually its limit for mean sizes, energies, or momentums. The effects occurring in the microworld have to use the quantum mechanics because the classical mechanics cannot describe these effects properly. Authors of the paper are going to introduce the persons who are not involved in the quantum mechanics into the new domain of quantum computations.

2. Quantum Computations – Basic Definitions

Quantum computations (Brassard, Chuang, Lloyd, Monroe, 1998) combine physics, mathematics, and quantum mechanics to realisation of computations at the use of collective properties of quantum

jak superpozycja, interferencja i splątanie. Urządzenia wykonujące obliczenia kwantowe są znane jako obwody lub komputery kwantowe. W szczególności podstawową rolę grają tu podstawowe cechy zjawisk kwantowych:

- superpozycja stanów;
- splątanie kwantowe.

Komputery działające w oparciu o powyższe zjawiska są nazywane komputerami kwantowymi. Komputery tego rodzaju, po osiągnięciu odpowiednio wysokiego stopnia rozwoju powinny być w stanie rozwiązywać pewną klasę problemów obliczeniowych znacząco szybciej niż komputery tradycyjne. Mają one jednak liczne ograniczenia technologiczne i teoretyczne, co powoduje, że na aktualnym etapie rozwoju (rok 2021) ich wykorzystanie komercyjnie, praktyczne, jest limitowane do ograniczonych obszarów zastosowań.

2.1. Kryteria DiVincenzo dla obliczeń kwantowych

W teorii obliczeń kwantowych przyjmuje się powszechnie kryteria DiVincenzo – zbiór pięciu reguł, jakie powinien spełnić system dający szansę na przeprowadzanie obliczeń kwantowych (DiVincenzo, Loss, 1998):

1. Skalowalny system fizyczny z dobrze scharakteryzowanymi kubitami zdefiniowanymi w dalszej części (trzeba znaleźć takie obiekty, które odtwarzają ideę kubit w wystarczająco stabilnej, jednoznacznej postaci – np. spin, czyli charakterystyka kwantowa cząstki o dyskretnym widmie znana też jako „wewnętrzny moment magnetyczny”);
2. Zdolność do zainicjalizowania układu na jakiś prosty, startowy, założony stan (np. stan kwantowy $|0000\dots 0\rangle$ zapisany w notacji Diraca opisanej w dalszej części);
3. Relatywnie długi czas dekohorencji (w mechanice kwantowej, cząsteczki są opi-

states such as superposition, interference and entanglement. Devices performing the quantum computations are known as quantum circuits or computers. The basic role is played here by the fundamental features of quantum effects:

- Superposition of states;
- Quantum entanglement.

Computers harnessing the above effects are named as quantum computers. It is expected that these computers after reaching sufficiently high level of development could find solutions of certain class of computing problems significantly quicker than conventional computers. But, they have numerous technological and theoretical limitations what makes that at the current stage of development in 2021 their commercial and practical use is restricted to some contained areas of application.

2.1. DiVincenzo's Criteria for Quantum Computations

DiVincenzo's criteria, consisting of five principles, are commonly accepted in theory of quantum calculations to be met by a system designed for conducting the quantum computations (DiVincenzo, Loss, 1998):

1. Calibrated physical system with well characterised qubits which are defined later (the objects have to be found for reconstruction of the qubit idea in sufficiently stable and unambiguous form - e.g. the spin being a quantum state of the particle with a discrete spectrum, which is also known as “internal magnetic moment”);
2. Capacity of initialisation of the system into an assumed and simple starting state (e.g. quantum state $|0000\dots 0\rangle$ recorded in Dirac's notation which is presented later);
3. Relatively long time of decoherence (the particles in the quantum mechanics are described by a wave function, a mathe-

- sane funkcją falową, matematyczną reprezentacją stanu kwantowego systemu, dopóki istnieje określona zależność fazowa między różnymi stanami, mówi się, że system jest spójny - koherentny);
4. Możliwość do zaimplementowania fizycznego (możliwości realizacji określonych operacji kwantowych na konkretnym obiekcie wspomnianym w pkt. 1) w systemie zestawu bramek kwantowych;
 5. Zdolność do odczytywania stanu kubitów (odczytania ostatecznych wyników pracy komputera kwantowego w postaci pomiarów, które zawierają '0' i '1').

2.2. Pułapki jonowe

W obliczeniach kwantowych jedną z możliwych do zastosowania technik, jest oparcie technologii o pułapki jonowe.

Pułapką jonową (Steane, 1997) nazywamy urządzenie, które jest w stanie przechwycić i utrzymywać w określonym miejscu i koherentnym stanie pojedyncze jony. Uwięzione w ten sposób jony (także elektrony, protony) są utrzymywane polami elektrycznymi, magnetycznymi, bądź jakąś kombinacją tych pól. Najważniejsze aktualnie rodzaje pułapek to:

- Pułapka Penninga – w której uwięzienie cząstki uzyskuje się, w próżni za pomocą jednorodnego pola magnetycznego oraz kwadrupolowego pola elektrycznego.
- Pułapka Paula (kwadrupolowa - rodzaj pułapki jonowej, która wykorzystuje dynamiczne pola elektryczne do wychwytywania naładowanych cząstek) – uwięzienie cząstki w próżni uzyskuje się stabilizując ładunki polem elektrycznym. Pole to występuje w dwóch postaciach – pola statycznego i zmiennego (RF – częstotliwość radiowa) pola kwadrupolowego.
- Pułapka elektrostatyczna Kingdoma (kingdom trap) w pierwotnej wersji – tutaj uwięzienie cząstki następuje wyłącznie przez pole elektrostatyczne, choć same jo-

matyczny reprezentacji stanu kwantowego systemu, until a specific phase dependence exists between different states – it is said that the system is coherent);

4. Possibility of physical implementation (possibilities for execution of particular quantum operations over the real object mentioned in point 1) in a system of a kit of quantum gates;
5. Capacity for reading out the states of qubits (reading out the final results of quantum computer operation in the form of measurements consisting of '0' and '1').

2.2. Ion Traps

Technology of ion traps is one among others which can be used for quantum computations.

The ion trap (Steane, 1997) is a device which can intercept and hold individual ions in coherent state at a specific place. The ions arrested in such way (electrons and protons, as well) are sustained by electric or magnetic fields, or a combination of both. Now, following traps are known:

- Penning's trap – where a particle is held in vacuum by homogeneous magnetic field and quadrupole electric field,
- Paul's trap (quadrupole – a type of ion trap harnessing the dynamic electric fields for interception of loaded particles) – the particle is arrested in vacuum by stabilisation of charges by an electric field. The field exists in two forms – static, and changeable fields (RF – radio frequency) of the quadruple field.
- Kingdom's electrostatic trap in the original version – a particle is arrested here exclusively by the electrostatic field even if the ions are moving within a limited space. Improved

ny są w ruchu, zamknięte w ograniczonej przestrzeni. Udoskonalona postać pułapki Kingdona wykorzystuje dodatkowo kwadrupolowe pole elektryczne.

Oprócz powyższych (pułapek) w badaniach są m.in.:

- pułapki na chipie;
- pułapki w kropkach kwantowych.

2.3. Zagadnienia ogólne związane z realizacją pułapek jonowych

Głównym zadaniem pułapki jonowej jest uwięzienie jonów w ograniczonej przestrzeni. Przy czym, w zależności od zastosowania, może chodzić o ograniczenie przelatujących przez pułapkę cząstek, bądź też zlokalizowanie i kontrolowanie ich położenia w trzech wymiarach. Uwięzienie ogólnie nie musi bowiem oznaczać, iż jony są nieruchome. W pułapkach jednego typu jony wykonują różne rodzaje ruchu okrężnego bądź wahadłowego, co uniemożliwia im ucieczkę z pułapki, podczas gdy w innych pułapkach jony są całkowicie unieruchomione.

Zastosowania pułapek jonowych obejmują:

- spektrometrię masową, czyli do dokładnego wyznaczania mas cząstek naładowanych;
- do konstrukcji komputera kwantowego.

Pułapka, która została użyta do separacji przelatujących przez nią jonów stosowana jest w spektrometrii masowej, w badaniu własności cząstek naładowanych. Do tworzenia komputerów kwantowych stosowane są pułapki, które unieruchamiają cząstki.

2.4. Problemy fizyczne z unieruchomieniem cząstek w próżni

Z uwięzieniem jonów za pomocą pola statycznego związany jest problem teoretyczny, związany z twierdzeniem Earnshawa (Tonks, 1940). Twierdzenie to głosi, iż statyczne pola elektryczne i magnetyczne w żadnej konfiguracji nie są w stanie utworzyć lokalnego mini-

version of Kingdom's trap uses additionally a quadrupole electric field.

Apart of the mentioned traps the following ones are tested:

- Traps on the chip;
- Traps in quantum dots.

2.3. General Questions Relating to Preparation of Ion Traps

The main task of an ion trap is the arresting of ions within a limited space. Moreover, depending on the application the question may concern the arresting of particles flying through the trap, or localisation and control of their position in three dimensions. The arresting, in general, does not mean that the ions stay in one place. The ions kept in the traps of the first type perform circulating or oscillating motions what prevents their escape from the trap, whereas in the other traps the ions are completely unmovable.

Applications of ion traps include:

- Mass spectrometry for accurate identification of masses of charged particles;
- Design of quantum computers.

The trap, used for separation of ions flying through it, found an application in the mass spectrometry for investigation of charged particles properties. In designs of quantum computers the traps immobilising the particles are used.

2.4. Physical Problems for Immobilisation of Particles in the Vacuum

There are some theoretical problems with arresting of ions by a static field according to Earnshaw's theorem (Tonks, 1940). The theorem says that static electric and magnetic fields cannot produce any local minimum at any configuration. It excludes a possibility for creating a trap keep-

mum. To wyklucza możliwość stworzenia pułapki, która utrzymywała by nieruchome jony w określonym obszarze przestrzeni za pomocą samych stałych magnesów, bądź/i elektrod z ładunkiem statycznym. Jeśli chcemy aby jony nie opuszczały określonego obszaru przestrzeni, a używamy jedynie pól statycznych, to same te jony muszą być w ruchu – okrężnym, bądź wahadłowym.

Na szczęście to ograniczenie dla możliwości pochwylenia jonów, da się przełamać stosując pola zmieniające się w czasie, bądź stosując pola statyczne, ale w odniesieniu do poruszających się ładunków.

Istotne znaczenie dla wykorzystania pułapek do budowy komputera kwantowego ma także schłodzenie pochwyconych jonów. Jony trafiają do pułapki z niezerową prędkością. Z racji na brak tarcia, czy rozpraszania się jonów na innych cząstkach prędkość i związana z nią energia kinetyczna, będą skutkowały ruchem jonu. Aby jony zatrzymać niezbędne jest stosowanie specjalnych technik, nazywanych chłodzeniem. Do najważniejszych z nich zaliczamy:

- chłodzenie dopplerowskie,
- chłodzenie metodą wstęgi bocznej.

2.5. Siła ponderomotywna

Działanie pułapki kwadrupolowej Paula (a także niektórych odmian innych pułapek) opiera się o wykorzystanie siły ponderomotywnej (Saslow, 2002). Siła ta powstaje wtedy, gdy naładowana cząstka znajdzie się w obszarze zmiennego w czasie, a niejednorodnego przestrzennie pola elektrycznego. Taki układ pól skutkuje pojawieniem się siły skierowanej w kierunku obszaru o mniejszym natężeniu pola – cząstka będzie wtedy wypychana z obszarów pola silniejszego, do obszarów o słabszym polu. W celu uzyskania stosownego układu pól zaprojektowano kwadrupolowy układ elektrod.

ing immobilised ions within a specific zone of the space by employing exclusively permanent magnets and/or electrodes with a static charge. If the ions have to be kept within a certain zone without escaping it, then the use of exclusively static fields makes them move along circular or oscillating paths.

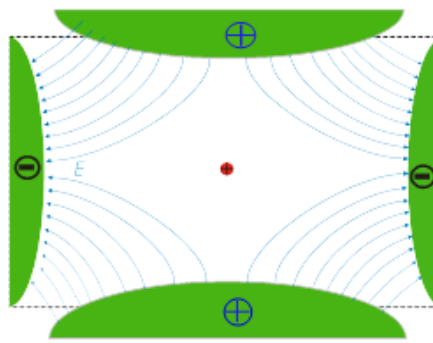
Luckily, this limitation for arresting the ions can be broken by using the fields changing in time, or by using the static fields, but for moving charges.

The cooling of captured ions has also an essential meaning to employment of the traps for building the quantum computers. The ions enter into the trap with certain velocity. Due to the lack of friction, or scattering the ions against the other particles, the velocity, and in consequence the kinetic energy, will cause the movement of ions. In order to stop the ions some special techniques of cooling have to be applied. The following ones are the most important of them:

- Doppler cooling,
- Cooling by a side band method.

2.5. Ponderomotive Force

Effect of Paul's quadrupole trap (and other types of traps, as well) is based on harnessing a ponderomotive force (Saslow, 2002). The force is produced when the charged particle is affected by the electric field which changes in time and is inhomogeneous in space. Such configuration of the fields effects the appearance of the force directed towards the area with a lower field intensity – the particle will be then pushed out from the areas with the stronger field into the areas of a weaker field. A special quadrupole system of electrodes was designed to get a suitable configuration of fields.



Rys. 1. Kwadrupolowy układ elektrod (rysunek autora)
Fig. 1. Quadrupole system of electrodes (drawn by author)

Taki układ elektrod, po podłączeniu do nich napięcia stałego (bądź napięcia zmiennego ze składową stałą), skutkuje rozkładem pól elektrycznych z minimum siły elektrycznej w środku. Im bliżej samych elektrod, tym pole elektryczne jest większe. Dzięki takiej konfiguracji pól cząstki naładowane będą wypychane mechanizmem siły ponderomotywnej do obszaru środkowego, gdzie pole osiąga najmniejszą wartość.

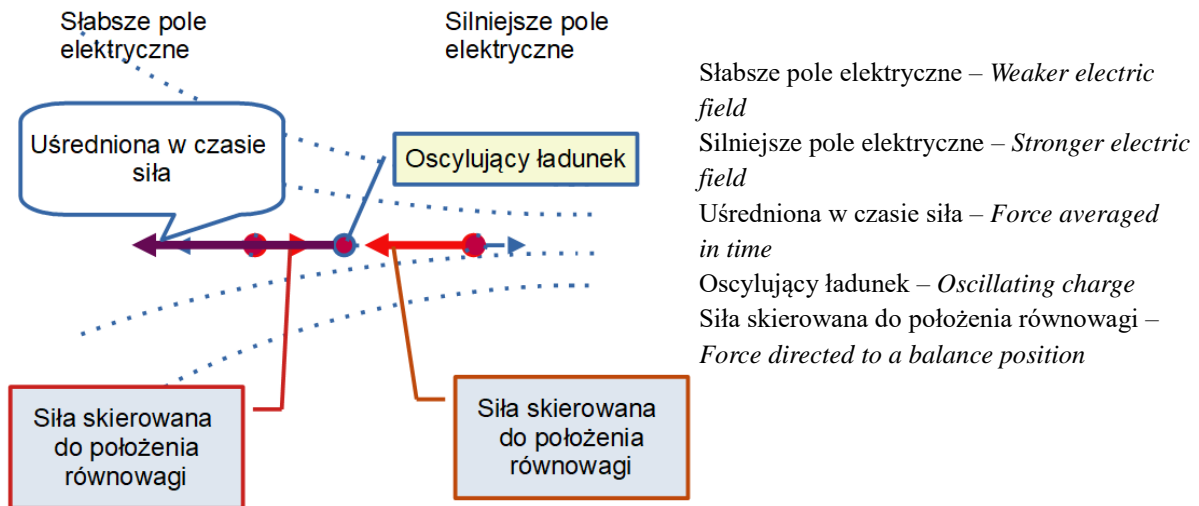
Powstawanie siły ponderomotywnej intuicyjnie da się wytłumaczyć w następujący sposób:

- Jeżeli na naładowaną cząstkę działa naprzemiennie pole sinusoidalne, to owa cząstka doznaje wahań wokół lokalnego, tymczasowego położenia równowagi.
- Gdy pole jest jednorodne przestrzennie, to impulsy z tej części sinusoidy (czas równy $\frac{1}{2}$ okresu), w której cząstka była w obszarze o większym polu elektrycznym dadzą impuls nieco silniejszy (a skierowany w stronę obszaru pola słabszego) od impulsów, w czasie których cząstka zanurzona była w nieco słabszym polu.
- Dlatego ostatecznie cząstka będzie dryfowała w stronę obszaru o (średnio w czasie) mniejszej wartości pola.

Such system of electrodes effects distribution of electric fields with a minimum of electric force in the centre after connecting them to a permanent voltage (or to an alternate voltage with a permanent component). The electric field increases with approaching to electrodes. Such configuration of fields makes the mechanism of the ponderomotive force push out the charged particles to the central area where the field is the weakest.

Existence of the ponderomotive force may be explained intuitively in the following way:

- If a charged particle is affected by action of an alternating sinusoidal field, then the particle oscillates around instantaneous local balance position.
- When the field is spatially homogeneous then the pulses of this part of the sinusoid (time equal to $\frac{1}{2}$ of the period) for which the particle was in the area of the stronger electric field will produce a bit stronger pulses (directed towards the area of weaker field) than originating from the pulses for which the particle was located in a bit weaker field.
- For this reason the particle will drift towards the area (averaged in time) with the lower field intensity.



Rys. 2. Idea siły ponderomotywnej (rysunek autora)
Rys. 2. The idea of ponderomotive force (drawn by author)

Siła przywracająca ładunek do położenia równowagi jest większa gdy pochodzi od obszaru o większej wartości pola elektrycznego. Efektem jest kumulowanie się pchnięć w stronę obszarów o słabszym polu, dryfowanie ładunku w kierunku słabszego pola, aż do osiągnięcia lokalnego minimum pola.

2.6. Chłodzenie jonów w pułapce

Do zastosowań dla komputerów kwantowych niezbędne jest, aby jony były ustabilizowane. Niestety, zmuszenie poruszających się w próżni cząstek do zatrzymania się wcale nie jest prostą sprawą. W makroskopowym świecie ruch ciała ustaje głównie za przyczyną tarcia. Cząstki o rozmiarach atomów i mniejsze, zawieszane w próżni nie podlegają tarcia, zaś mechanizm, który ewentualnie zmniejszałby prędkość cząstek w gazach, polegający na odbiciach i przekazywaniu energii cząstkom wolniej się poruszających, też jest w próżni wykluczony, jako że jony nie mają z czym się w próżni zderzać. Dlatego bez dodatkowego sposobu na schłodzenie jonów w pułapce można by co najwyżej uzyskać taką formę ich uwięzienia, że poruszały-

The force restoring the charge in the position of balance is greater when it originates from the area of greater electric field intensity. It effects the cumulation of pushes towards the area of weaker field intensity making the charge drift to a weaker field until reaching a local minimum of field intensity.

2.6. Cooling of Ions in the Trap

For applications needed by quantum computers the ions have to be stabilised. Unfortunately, it is not easy to enforce the particles moving in the vacuum into the state of immobilisation. In the macroscopic world the movement of a body is arrested due to the friction. The particles with sizes of atoms and smaller ones suspended in the vacuum are not subjected to any friction, and a mechanism which could decrease the velocity of particles in gases through collisions and transferring the energy to slower particles does not work as there is nothing in the vacuum the ions could collide with. It is why without any additional way of cooling the ions in the trap, it could only be possible to get such a form of their arresting where

by się one ruchem wahadłowym, oscylując wokół położenia równowagi położonego w minimum potencjału pułapki, bądź wykonując jakieś ruchy okrężne. Taka sytuacja jest nie do zaakceptowania dla zastosowań w obliczeniach kwantowych wykorzystujących kubity. Zatem jony do zastosowań obliczeń kwantowych trzeba najpierw schłodzić.

2.7. Chłodzenie dopplerowskie

W celu schłodzenia jonów w pułapce stosuje się technikę oddziaływania na jony laserami, noszącą nazwę chłodzenia dopplerowskiego. Jego istotą jest wykorzystanie dwóch zjawisk fizycznych:

- 1) selektywnego pochłaniania kwantów światła przez jony w pułapce, związanego z tym, że pochłaniane są takie kwanty promieniowania, których energia odpowiada przejściu pomiędzy stanami podstawowym i wzbudzonym w jonie.
- 2) zjawisku Dopplera, które w tym przypadku będzie różnicowało pod kątem zdolności do pochłaniania kwantu promieniowania elektromagnetycznego jonów poruszających się zgodnie z kierunkiem ruchu fotonów i przeciw tym fotonom (w mniejszym stopniu różnicuje to fotony o ruchu poprzecznym).

Chłodzenie tą metodą wymaga „prawie” dopasowania energii kwantów świetlnych do którejś z energii przejścia pomiędzy stanem podstawowym, a wzbudzonym w jonie. Przy czym owo dopasowanie nie może być dokładne – fotony powinny mieć energię nieco niższą, niż energia przejścia energetycznego w jonie. Dzięki takiej konfiguracji energii, tylko fotony nadbiegające naprzeciw ruchu jonów zyskują dopasowanie energetyczne, jako że efekt Dopplera „dorzuca” właśnie dla nich brakującą część energii. Jony poruszające się zgodnie (a w mniejszym stopniu jony

they follow oscillating motion around the balance position located at the minimum of trap’s potential, or they perform some circulating moves. Such situation cannot be accepted for applications in quantum computations using the qubits. Then, the ions have to be cooled before they can be applied for quantum computations.

2.7. Doppler Cooling

The ions are cooled in the trap by using technique of laser interaction which is called as Doppler cooling. Its essence is based on two physical effects:

- 1) Selective absorption of quanta of the light by the trapped ions connected with the fact that there are absorbed quanta of radiation which have the energy corresponding to transition between the ground and excited states of the ion.
- 2) Doppler effect which in this case will differentiate the capacities of electromagnetic radiation quant absorption for ions moving along and opposite the direction of travelling photons (the photons moving in lateral directions will be differentiated in a lower degree).

This method of cooling demands the energy of light quanta has to be “almost” matched to an energy of transition between the ground and excited levels of the ion. But the matching cannot be accurate – the photons have to have a bit lower energy than the energy of transition in the ion between energetic levels. Such configuration of energies makes that only the photons approaching the moving ions can get the energetic match as the Doppler’s effect “adds” them a missing portion of energy. The ions moving along (and in a less de-

poruszające się poprzecznie) nie spełnią warunku dopasowania energetycznego, więc nie będą pochłaniane. Pochłonięta przez jony energia nie pozostanie na długo w jonach i, po ułamku sekundy, zostanie wyemitowana jako kwant światła. Energia tego kwantu światła, widziana z poziomu laboratorium będzie większa, niż energia kwantów światła emitowanego przez laser chłodzący. To zaś oznacza, że w ostatecznym rozrachunku jon utraci część swojej energii, zostanie schłodzony.

Aby całość działała poprawnie, niezbędne jest użycie laserów, które będą skierowane w różnych kierunkach (przynajmniej po dwa przeciwnie skierowane lasery na każdy wymiar, czyli łącznie przynajmniej 6 wiązek laserowych). W takim układzie faworyzowane w pochłanianiu fotonów będą te kierunki i wiązki laserowe, które zapewniają dopplerowski dodatek energii dla oddziałujących kwantowo obiektów.

Z punktu widzenia obserwatora w laboratorium sytuacja będzie wyglądała tak, że jony w pułapce będą pochłaniały kwanty światła o energii mniejszej, a emitowały je w postaci powiększonej o część utraconej przez jony energii kinetycznej. Daje to ostatecznie efekt schłodzenia jonów – zmniejszenia ich energii kinetycznej.

2.8. Chłodzenie pasmem bocznym

Chłodzenie dopplerowskie ma ograniczenia, które uniemożliwiają schłodzenie jonów poniżej pewnej granicy. Gdy metody dopplerowskie osiągną swój limit stosuje się chłodzenie jonów (Leibrandt, Labaziewicz, Vuletić, Chuang, 2009) pasmem bocznym (ang. resolved sideband cooling). Technicznie polega ono, podobnie jak przy chłodzeniu dopplerowskim, na wykorzystaniu laserów. I także jak w przypadku chłodzenia dopplerowskiego laser będzie wzbudzał jon z poziomu podstawowego

gree the ions with lateral motion) will not comply with the condition of the energetic match and will not take part in the process of absorption. The energy absorbed by ions will not stay for long in the ions, but will be emitted as a quant of the light within a fragment of a second. The energy of that light quant observed from the position of laboratory will be greater than the energy of light quants emitted by the cooling laser. It means that in the final counting the ion losses a part of its energy and becomes colder.

A few laser beams applied in different directions are needed to proper operation of that system (at least two opposite laser beams for each dimension what makes 6 together). In such configuration, the dimensions and laser beams which provide the added Doppler energy to the quantum interacting objects will benefit.

From the point of an observer in the laboratory the situation is such as the ions in the trap absorb the light quants of lower energy and emit it with the higher energy increased by a portion of kinetic energy lost by the ions. It finally gives the effect of cooling the ions – decrease of their kinetic energy.

2.8. Sideband Cooling

Doppler cooling has some limitations preventing cooling the ions below a certain level. When the Doppler methods reach the limit, then a resolved sideband cooling is used (Leibrandt, Labaziewicz, Vuletić, Chuang, 2009). It is based on laser technology like in the Doppler cooling. And the ions are excited by laser from the ground level to the excitation level like in the Doppler cooling. But the difference is that here the energy of ion oscillation in

do poziomu wzbudzonego. Różnica jednak jest taka, że w tym wypadku wykorzystany nie jest efekt Dopplera, a energia oscylacji jonu w pułapce. Te oscylacje można zestroić z częstotliwością padającego światła laserowego tak, aby dopełniały się one do energii i powiązanej z nią częstotliwości przejścia pomiędzy stanem podstawowym, a stanem wzbudzonym jonu (odstrojenie fali fotonu od częstotliwości przejścia pomiędzy stanami jonu jest ku czerwieni). Gdy do takiego zestrojenia dojdzie, foton ma szansę zostać pochłonięty, a gdy się to stanie, jon przejdzie do stanu wzbudzonego. Później oczywiście nastąpi deekscytacja jonu, co spowoduje wyemitowanie nowego fotonu. Z racji na to, że wyemitowany foton ma większą energię niż foton pochłonięty, osiągany jest efekt chłodzenia. Niestety, to chłodzenie też ma swój limit związany z odrzutem jaki występuje podczas emisji fotonu przez jon. Ten odrzut oznacza bowiem nadanie jonowi resztkowej energii kinetycznej.

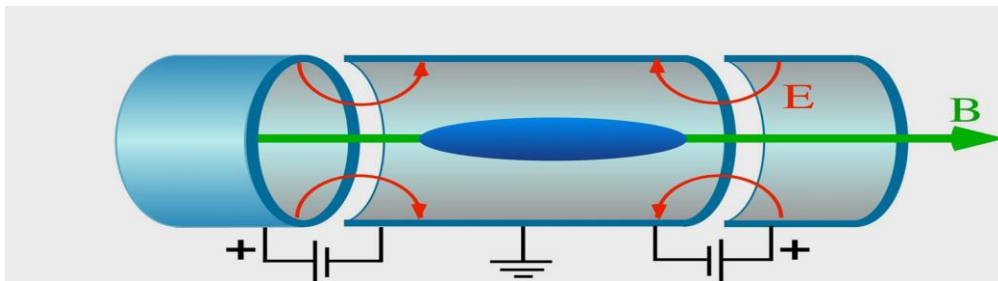
2.9. Rodzaje pułapek jonowych

Pułapka Penninga – urządzenie używane w spektrometrii masowej służące do przechwytywania cząstek naładowanych z wykorzystaniem stałego i jednorodnego pola magnetycznego oraz stałego kwadrupolowego pola elektrycznego.

the trap is used instead of the Doppler effect. These oscillations may be adjusted to the frequency of the incident laser light to complement them to the energy, and to related frequency, of transition between the ground and excited states of the ion, (a distuning to the red colour of the photon wave from the frequency of transition between the ion levels is applied). When such tuning takes place the photon has a chance to be absorbed and when it works the ion jumps into the excited state. Of course, later deexcitation of the ion takes place what effects the emission of a new photon. As the emitted photon has a greater energy than the absorbed photon the effect of cooling is produced. Unfortunately, this cooling also has its limit connected with the recoil occurring at the emission of photon by the ion. The recoil leaves the ion with a residual kinetic energy, anyway.

2.9. Types of Ion Traps

Penning's trap – it is used in the mass spectrometry for interception of charged particles with the use of a permanent and homogeneous magnetic field and a permanent quadrupole electric field.

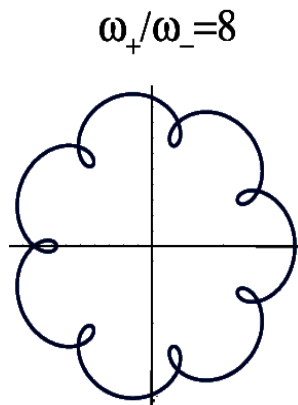


Rys. 3. Wersja cylindryczna pułapki Penninga z denkami ograniczającymi ruch cząstek (Wikipedia)

Fig. 3. Cylindrical version of Penning's trap with the end caps limiting the movement of particles (Wikipedia)

Takie pola – o statycznym charakterze – nie pozwalają na uwięzienie cząstek spoczywających. Zatem w tym przypadku cząstki naładowane, jeśli mają być uwięzione, muszą być w stałym ruchu.

W pułapce Penninga cząstki wykonują dość złożony rodzaj ruchów – okrężnych w jednej płaszczyźnie, a wahadłowych wzdłuż osi prostopadłej do ww. płaszczyzny.



Rys. 4. Przykładowy ruch cząstki w płaszczyźnie prostopadłej do osi symetrii pułapki. Epicykloida jest złożeniem ruchu cyklotronowego (mały okrąg) i magnetronowego (duży okrąg) (Wikipedia)

Fig. 4. Exemplary movement of a particle in the plane set vertically to the axis of symmetry of the trap. Epicycloid is a combination of a cyclotron motion (little circle) and magnetron motion (large circle) (Wikipedia)

Pułapkowanie cząstek naładowanych w pułapce Penninga jest możliwe dzięki złożeniu ze sobą pól magnetycznych. Pole elektryczne, które jest przyłożone przy denkach urządzenia, służy do zablokowania ruchu jonów w trzecim wymiarze, w kierunku zgodnym z liniami pola magnetycznego.

Pułapka Penninga pozwala na bardzo dokładne wyznaczanie mas jonów, jednak nie nadaje się do budowy komputera kwantowego z powodu braku możliwości unieruchomienia cząstek.

Pułapka Paula – rodzaj pułapki stosowanej do wychwytywania naładowanych cząstek, w której wykorzystywane są zmienne i stałe pola elektryczne (pola magnetyczne nie są stosowane, przynajmniej w bazowej postaci tej pułapki). Z powodu wykorzystania pól wysterowywanych prądem przemiennym o częstotliwości odpowiadającej falam radiowym, nazywa się je również pułapkami częstotliwości radiowych (RF).

Such fields of the static character cannot arrest the immobilised particles. Therefore, in this case the loaded particles must move permanently if they have to be arrested.

The particles in the Penning's trap perform a relatively complex type of motion – there are circular movements in one plane and cyclical fluctuations along the axis vertical to the above mentioned plane.

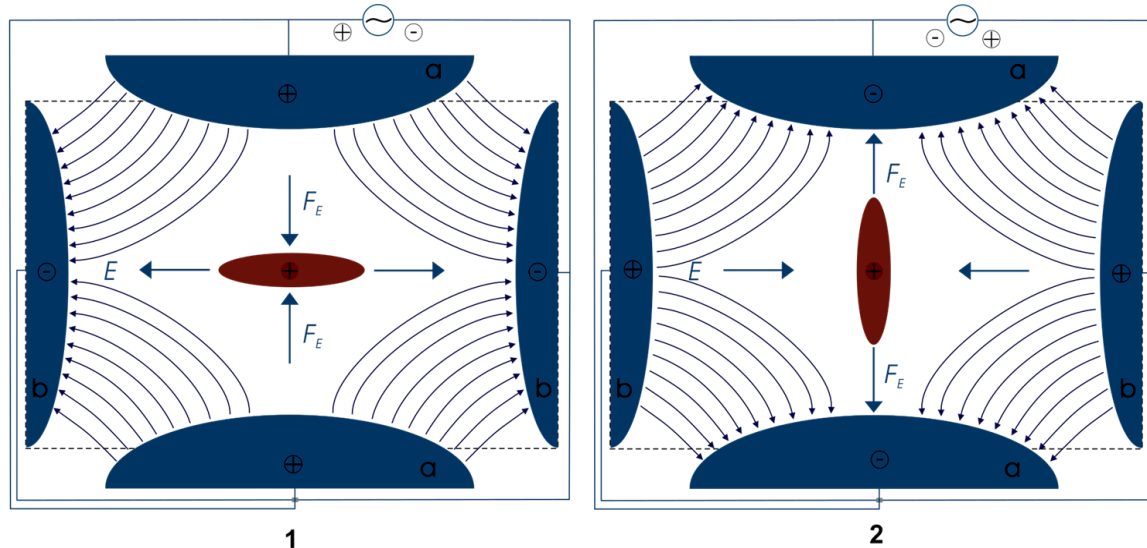
The trapping of loaded particles in the Penning's trap is possible due to the combination of magnetic fields. The electric field that is applied to the end caps of the device is used to stop the movement of ions in the third dimension, in the direction of the lines of the magnetic field.

The Penning's trap can be used for accurate measurements of masses of ions, but it cannot be used for designing a quantum computer as it cannot immobilise the particles.

Paul's Trap – a type of trap used for interception of loaded particles employing the changeable and permanent electric fields (magnetic fields are not used at least in the basic version of the trap). Because the fields are controlled by alternating currents on radio frequencies then the traps are also named as the radio frequency (RF) traps.

Nazwa tego typu pułapki pochodzi od jej twórcy Wolfganga Paula, który w 1989 r. podzielił się Nagrodą Nobla w dziedzinie fizyki za ten właśnie wynalazek.

The trap had received its name after Wolfgang Paul who shared the Nobel Prize in 1989 in domain of physics for that invention.



Rys. 5. Kwadrupolowy układ elektrod w pułapce Paula (Wikipedia)
Fig. 5. Quadrupole arrangement of electrodes in the Paul's trap (Wikipedia)

Zastosowanie pułapek Paula obejmuje zarówno spektrometrię masową, jak też wykorzystanie jako główny składnik **komputera kwantowego**.

Pułapka Paula wykorzystuje do uwięzienia jonów siłę ponderomotywną. Dzięki niej, o ile parametry są odpowiednio dobrane, jony są ściągane z obszarów w pobliżu elektrod do środka obszaru pomiędzy elektrodami.

Aby nie dopuścić do ruchu jonów wzdłuż osi pułapki stosowane są dodatkowe elektrody – denka (ang. end caps).

Pułapka Kingdona – została opracowana przez jej twórcę już w 1923 roku. Pułapka Kingdona składa się z cylindrycznej elektrody zewnętrznej, izolowanych elektrod nasadkowych na obu końcach - denkach oraz cienkiego drutu przebiegającego wzdłuż osi cylindra stanowiącego kolejną elektrodę. Między elektrody przyłożone jest statyczne napięcie elektryczne.

Przyłożone statyczne napięcie skutkuje logarytmicznym, radialnym rozkładem potencja-

Paul's traps are used both in the mass spectrometry and as the main component of **quantum computer**.

The Paul's trap employs the ponderomotive force for arresting the ions. Due to it, if the parameters are suitably matched, ions migrate from the areas placed near electrodes into the centre located between them.

To prevent the movement of ions along the axis of the trap the additional electrodes made of end caps are used.

Kingdom's Trap – was developed by its inventor yet in 1923. The Kingdom's trap consists of a cylindrical external electrode, insulated capping electrodes at two ends (end caps), and a thin wire set along the cylinder axis and being a next electrode. A static electric voltage is applied to electrodes.

The applied static voltage effects a logarithmic and radial distribution of the

łu między elektrodami. W pułapce Kingdona nie pojawia się trójwymiarowe minimum potencjału, a co za tym idzie nie ma możliwości przechwycenia jonów tak, aby pozostawały one unieruchomione. Jony w tej pułapce muszą się poruszać, a ruch ten polega na okrążaniu centralnego przewodu – dodatkowej elektrody w środku. To uniemożliwia jonom ucieczkę.

W 1981 roku Knight wprowadził usprawnienie do tego rodzaju pułapki, modyfikując ją poprzez dodanie elektrody zewnętrznej, zawierającej osiowy kwadrupol, który ogranicza trajektorię ruchu jonów w obszarze w pobliżu osi pułapki.

Pułapka Kingdona w wersji dynamicznej Orbitrap – wytwarza dodatkowe zmienne pole elektryczne indukowane prądem przemiennym. Daje to efekt rozogniskowania, co skutkuje możliwością uwięzienia naładowanych cząstek w sposób trwały. Dynamiczna pułapka Kingdona nie wymaga, aby uwięzione jony poruszały się względem włókna, co upodabnia ten typ pułapki Kingdona do pułapki Paula.

Często używaną odmianą pułapki Kingdona jest Orbitrap. Dopiero w tej wersji pułapka Kingdona nadaje się do spektrometrii masowej, gdzie jest z sukcesem stosowana. Wcześniejsze wersje, z racji na ograniczenia konstrukcyjne, nie nadawały się do praktycznych zastosowań w tej dziedzinie.

3. Podstawy fizyki kwantowej

3.1. Równanie Schrödingera, hamiltonian i funkcja falowa

Stany układów kwantowych opisywane są z użyciem koncepcji hamiltonianu. Hamiltonian jest energią układu kwantowego, jednak rozumianą nie klasycznie – czyli jako jakaś konkretna liczba – wartość energii, lecz w postaci pewnej funkcji (funkcji falowej), na którą działają operatory związane poszcze-

potential between the electrodes. In the Kingdom's trap there is no any three dimensional minimum of the potential present and in consequence the ions cannot be trapped to stay immobilised. The ions must move in this trap by encircling the central wire – the additional electrode in the centre. It prevents them escape.

In 1981 an improvement was introduced to this type of the trap by Knight who modified it by adding an external electrode, containing an axial quadrupole, which limits the trajectory of ions near the axis of the trap.

Kingdom's Trap in Dynamic Version Orbitrap – produces additional changeable electric field induced by the alternating current. It provides an effect of defocusing and a possibility for arresting the loaded particles in a permanent way. The dynamic Kingdom's trap does not require that the arrested ions were moving against the wire what makes this type of Kingdom's trap is similar to the Paul's trap.

Orbitrap is a version of Kingdom's trap which is often used. Just this version of Kingdom's trap can be and is successfully used in the mass spectrometry. The preceding versions were not used in practice in this domain due to the designing limitations.

3. Rudiments of Quantum Physics

3.1. Schrödinger's Equation, Hamiltonian and the Wave Function

States of quantum systems are described by using a concept of a Hamiltonian. Hamiltonian is the energy of a quantum system, but not interpreted in classical way – i.e. as a certain real value of energy -, but in the form of a certain function (wave function) subjected to actions of operators

gólnymi typami energii – np. energii kinetycznej, energii oddziaływania elektrostatycznego, energii oddziaływania magnetycznego, czy innych typów energii.

Najważniejsze równanie fizyki kwantowej – równanie Schrödingera – jest właśnie równaniem, którego główną częścią jest Hamiltonian, oznaczany najczęściej literą H z daszkiem.

which are connected with particular types of energy – e.g. kinetic energy, energy of electrostatic interaction, energy of magnetic interaction, or other types of energy.

The most important equation of the quantum physics – Schrödinger's equation – is just an equation containing the Hamiltonian as its main component, that is marked by H topped with hyphen.

$$\hat{H}|\Psi(t)\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle \quad \text{równanie Schrödingera / Schrödinger's equation}$$

\hat{H} – hamiltonian

t – czas /time

i – jednostka urojona, *imaginery unit*

\hbar – h kreślone – wartość stałej Plancka dzielona przez 2π /
crossed h – value of Planck's constant divided by 2π

Wielkość $|\Psi\rangle$ w tym wzorze oznacza funkcję falową.

Równanie to można by ogólnie interpretować jako zapisanie w postaci różniczkowej tego, iż ewolucja układu kwantowego (po prawej stronie mamy wielkość uzależnioną od zmiany w czasie) jest efektem rozłożenia w czasie i przestrzeni składników energii układu. Zatem zależności energetyczne określają to, jak układ zareaguje.

Samo równanie Schrödingera, po rozpisaniu na wartości zależne od czasu i przestrzeni, jest równaniem różniczkowym, którego rozwiązywanie najczęściej jest mocno skomplikowane. Efektem tego rozwiązania jest funkcja falowa zależna od zmiennych t – czas i x, y, z – przestrzeni. Funkcja ta może posłużyć dalej do wyznaczenia prawdopodobieństwa pojawienia się cząstki w określonym miejscu, bądź prawdopodobieństwa zwrócenia określonej wartości podczas pomiaru – np. pędu. Niniejszy raport nie obejmuje zagadnień rozwiązywania problemów z użyciem omawianego równania. Warto jest jednak zanotować podstawowe składniki, na których wspomniane równanie działa:

Symbol of $|\Psi\rangle$ in this equation marks the wave function.

This equation could be treated in general as written in a differential form because the evolution of the quantum system (on the right side there is a value depending on changes in time) is a result of distribution of the system energy components in time and space. Therefore, the energetic dependencies determine reaction of the system.

The Schrödinger's equation itself is a differential equation after rewriting it on the values depending on time and space, and its solution is usually highly complicated. Result of the solution is the wave function depending on variables t – time, and x, y, z – space. This function may be used later to establishing the probability of appearance of the particle at a specific place, or the probability of returning of a specific value during the measurement - e.g. the momentum. Presented report does not include any questions of finding solutions of problems with the use of the discussed equation. Anyway, it is worth to note the basic components on which the mentioned equation works:

- sama funkcja falowa, która później jest wyznaczana przy rozwiązywaniu równania,
- zależność od zmiennych przestrzennych, choć jawnie nie są obecne w sformułowaniu równania, są jednak ukryte w funkcji falowej, która od tych zmiennych zależy,
- zależność od czasu jest obecna z prawej strony równania, jako pochodna cząstkowa po czasie i oczywiście wewnątrz samej funkcji falowej,
- zależność od oddziaływań i od dynamiki (ruchu) układu jest zaszyta w hamiltonianie, który sam jest sumą energii kinetycznej i potencjalnej (czyli energii pola).

3.2. Funkcja falowa

Funkcja falowa, oznaczana często literą Ψ , bądź w notacji bra – ket, przyjętej we wzorach kwantowych w postaci: $|\Psi\rangle$ (czyli jako „ket” funkcji Ψ). Funkcja falowa jest kwantową reprezentacją układu kwantowego – np. uosabia stan, zachowanie się cząstki elementarnej, wielu cząstek, czy dowolnego złożonego układu rozpatrywanego w fizyce kwantowej.

Idea tej funkcji jest trudna, interpretowana często na dość różniące się sposoby. Istnieje wiele interpretacji mechaniki kwantowej, choć najczęściej używana jest tzw. interpretacja kopenhaska.

W konkretnych obliczeniach funkcja falowa może raz dotyczyć pojedynczej własności układu kwantowego, ale też wielu różnych własności na raz. Kompletniej postaci funkcji falowej, czyli funkcji falowej zawierającej rzeczywiście wszystkie aspekty rzeczywistego układu kwantowego się nie wypisuje, jako że nie znamy pełni wiedzy o wszystkich zależnościach w najprostszym nawet rzeczywistym układzie. Rozwiązuje się jednak pewne modelowe przypadki – np. kwantowy oscylator, atom wodoropodobny i inne.

- the wave function itself which is determined later when the equation is solved,
- dependence on spatial variables, even if they are not present explicitly in the formulation of the equation, existing in a covert form in the wave function depending on these variables,
- dependence on time is present on the right side of the equation as a partial derivative of time and inside the wave function,
- dependence on interactions and dynamics (motion) of the system is hidden in the Hamiltonian, which itself is a sum of kinetic and potential energies (i.e. energy of field).

3.2. Wave Function

The wave function is often marked by Ψ , or in notation bra – ket, accepted in quantum equations in form: $|\Psi\rangle$ (i.e. as a „ket” of function Ψ). The wave function is a quantum representation of a quantum system – for instance it represents the state, and the behaviour of an elementary particle, or many particles, or any complex system considered in the quantum mechanics.

Idea of this function is sophisticated and is often interpreted in different ways. Copenhagen interpretation is mostly used among others.

The wave function used in real computations may concern with a single characteristic of the quantum system, or with different characteristics at the same time. A complete form of the wave function, i.e. including in fact every aspect of a real quantum system, cannot be put down because there are some unknown dependencies even in a simplest real system. Only some model cases are solved like a quantum oscillator, or a hydrogen-like atom, and others.

3.3. Liczby zespolone - opis rzeczywistości kwantowej

Wartości funkcji falowej w danym punkcie przestrzeni, w konkretnej chwili czasu są liczbami zespolonymi, czyli zawierającymi nie tylko część rzeczywistą, ale i część z jednostką urojoną i . Liczba zespolona standardowo bywa zapisywana na dwa sposoby:

- postać kanoniczna obrazuje jawny podział na część rzeczywistą i urojoną: $z = a + bi$,
- postać wykładnicza uzależniona od modułu $|z|$ i kąta – fazy φ . Wtedy cała liczba wyrazi się wzorem: $z = |z| e^{i\varphi}$.

Interpretacja funkcji falowej najsilniej związana jest z pojęciem prawdopodobieństwa, a z nim z rozkładem możliwych zachowań układu kwantowego. Tam gdzie funkcja falowa ma większą amplitudę (ściślej – większy moduł z tej amplitudy – bo skoro wartości funkcji falowej są liczbami zespolonymi, to kwadrat wartości, a kwadrat modułu mogą być różne) tam będzie większe prawdopodobieństwo, przyjęcia przez układ danej konfiguracji, bądź otrzymania określonej wartości w pomiarze.

Postać wykładnicza liczby rzeczywistej: $z = |z| e^{i\varphi}$. zawiera w sobie zmienną φ – fazę. Choć faza nie ma bezpośredniego przełożenia na prawdopodobieństwo wyznaczenia danego stanu w pomiarze, to jest istotną cechą układu kwantowego – można powiedzieć, że „jest realna”, ma wpływ na zachowanie układu. Istnieją bramki kwantowe, których działanie jest związane tylko ze zmianą fazy.

Ostatnie eksperymenty pokazują, że – o ile można tak się wyrazić – zespolony aspekt funkcji falowej jest „realny”, nie jest jedynie zabiegiem matematycznym do opisu danych, lecz ma swoje bezpośrednie przełożenie na własności układu kwantowego.

3.3. Complex Numbers – Description of Quantum Reality

Values of the wave function for a specific point of space and time are the complex numbers which contain not only the real part but also a part with the imaginary unit “ i ”. Complex numbers are usually recorded in two ways:

- canonical form shows openly a division on the real and imaginary parts: $z = a + bi$,
- exponential form depends on module $|z|$ and angle – phase φ . Then the number is expressed as: $z = |z| e^{i\varphi}$.

Interpretation of the wave function is strongly connected with the notion of probability and by the same with distribution of possible states of the quantum system. Where the wave function has a greater amplitude (precisely – greater module of the amplitude – and because the values of the wave function are the complex numbers, then the square of the value and the square of the module may differ) there is a greater probability that the system could have a specific configuration, or a specific value could be received in a measurement.

The exponential form of a complex number is $z = |z| e^{i\varphi}$, and includes a variable φ – the phase. Even if the phase does not translate directly into the probability of determination of a specific state in a measurement, it is an essential feature of the quantum system – it may be said “it is realistic”, and it influences on the state of the system. There are the quantum gates operating exclusively on changes of the phase.

Recent experiments show that – if it can be expressed in such way – the complex aspect of the wave function is “realistic”, and it is not only mathematical manipulation used for data description, but it has a direct transmission into properties of the quantum system.

4. Superpozycja stanów kwantowych

Kolejną cechą odróżniającą stany kwantowe od stanów znanych z fizyki klasycznej jest to, że funkcja falowa ogólna układu kwantowego jest najczęściej złożona z funkcji falowych zależnych od stanów bazowych (stanów czystych). Stany bazowe funkcji falowej współuczestniczą w tworzeniu całości tej funkcji w stopniu, zależnym od ich udziałów – amplitud prawdopodobieństwa.

Superpozycję intuicyjnie można rozumieć jako połączenie możliwości zaistnienia układu w różnych stanach – każdy udział, oparty o stan bazowy istnieje, wpływa na stan układu kwantowego. Wszystkie te stany współistnieją w tym samym czasie, a często i przestrzeni, razem składając się na całkowitą funkcję falową. Obiekt kwantowy zachowuje się tak, jakby równolegle testował każdy stan w jakim może się znaleźć, jakby jednocześnie „obstawiał” różne możliwości swojego istnienia. W przypadku najprostszym, choć najważniejszym dla zastosowania do obliczeń kwantowych mamy kubit – układ ograniczony jedynie do dwóch stanów. Kubit jest zatem superpozycją dwóch stanów kwantowych.

Funkcja falowa jest zapisywana w formalizmie wektorowym – w postaci wektorów funkcyjnych tworzących tzw. przestrzeń Hilberta (ang. Hilbert space). Przestrzeń ta nie jest przestrzenią w znaczeniu znanej nam przestrzeni XYZ, w jakiej postrzegamy przedmioty z otoczenia, lecz przestrzenią stanów, które może przyjąć układ kwantowy. Mówimy tutaj o przestrzeni, ponieważ okazuje się, że da się opisywać owe stany układu, jakby były one czymś na podobieństwo niezależnych kierunków. Funkcja falowa może mieć preferencję „w kierunku” stanu $|a\rangle$, albo stanu $|b\rangle$, czy innych. Im bardziej całościowa funkcja falowa jest zgodna z „kierunkiem” jakiegoś stanu, tym będzie wyższe prawdopo-

4. Superposition of Quantum States

The fact that the general wave function of a quantum system is in most cases composed of the wave functions depending on the basic states (pure states) is a next feature discerning the quantum states from the states known in the classical physics. The basic states of the wave function work together to create an entire form of this function in degrees depending on their engagement – amplitudes of probability.

The superposition may be intuitively comprehended as a combination of possibilities for existence of the system in different states – each involvement, based on the fundamental state exists, and affects the state of the quantum system. All these states coexist in the same time, and often in the space, to produce together the overall wave function. The quantum object behaves as at concurrent tests of every state in which it could be found, or as it simultaneously “points out” different options of its existence. In the simplest case, but the most important for applications in quantum computations we have the qubit – the system limited exclusively to two states. Then, the qubit is a superposition of two quantum states.

The wave function is written in a vector notation – in the form of functional vectors creating the Hilbert space. This space is not a space of XYZ dimensions in which we observe the objects in our environment, but the space of states which could be taken by a quantum system. We can say here about the space because it proves that these states of a system can be described as they would be similar to independent directions. The wave function may represent a preference “towards” state $|a\rangle$, or state $|b\rangle$, or others. The more overall wave function is in line with “the direction” of a state, the higher probability will

dobieństwo, że ostatecznie dany obiekt zachowa się, jakby w całości był tylko w tym stanie, czyli zwróci konkretną, związaną z owym stanem wartość podczas pomiaru.

4.1. Redukcja funkcji falowej

Natura rzeczywistości badanej fizyką jest dualna: korpuskularno – falowa. Istotą tej dualności jest współwystępowanie, w jakimś stopniu sprzecznych własności materii:

- Falowy charakter materii objawia się rozmyciem położenia cząstki, a także jej zlokalizowania w czasie. Stany dostępne dla cząstki współistnieją w superpozycji. Dopóki nie dokona się pomiaru, nie można nawet powiedzieć jaki stan danego układu występuje, bo ten układ nie wyróżnia w sposób ostateczny tego, jak objawi się światu. Superpozycja dotyczy nie tylko położenia układu, ale też wszystkich stanów, jakie układ może przyjmować – np. tego jaki cząstka ma pęd, energię, z jaką częstotliwością oscyluje.
- Korpuskularny charakter materii ujawnia się w momencie pomiaru. Wtedy funkcja falowa ulega redukcji (kolapsowi) i ze wszystkich możliwości jakie wcześniej „oferowała” w postaci fali, realizuje się już tylko jeden stan. Oznacza to, że wtedy zerują się wszystkie amplitudy prawdopodobieństwa z wyjątkiem jednej jedynej, odpowiadającej stanowi, do którego funkcja została zredukowana. Teraz ten stan osiąga na ów moment prawdopodobieństwo zaistnienia równe 1, czyli jest stanem stwierdzonym, a więc pewnym.

Redukcja funkcji falowej, związana z pomiarem stanu kwantowego, niszczy pierwotny stan funkcji falowej.

To, który stan zostanie zrealizowany

be that finally the object will behave as it entirely would be exclusively in this state, i.e. during the measurement it will return the specific value, connected with this state.

4.1. Reduction of the Wave Function

There is a dual corpuscular-wave nature of reality investigated by the physics. Essence of duality, in certain degree, is in coexistence of contradicting properties of matter:

- The wave character of the matter is represented by the blurring of particle position and imprecision of its location in the time. The states available for the particle coexist in superposition. Until any measurement is made it cannot be even said what the state of a particular system is, because the system does not discern in a definite way in what form it would present itself to the world. Superposition concerns not only the positions of the system, but all states which could be accepted by the system – e.g. particle's momentum, energy, or frequency of oscillations.
- Corpuscular character of matter is disclosed in the instant of measurement. At that instant the wave function is subjected to reduction (collapse) and from all chances which were previously “offered” in a wave form only one state is executed. It means that at that moment all amplitudes of probability are zeroed apart the one which corresponds to the state to which the function was reduced. Now, at this instant this state has a probability of existence equal to 1, and becomes the state declared with absolute certainty.

Reduction of the wave function, connected with the measurement of the quantum state destroys its original state.

podczas redukcji funkcji falowej, zależy od amplitudy prawdopodobieństwa tego stanu. Funkcję falową można sobie wyobrazić przestrzennie. W tej przestrzeni kierunki wyznaczają stany bazowe – da się je utożsamić z wektorami jednostkowymi – wyznaczone przez oddziaływania w układzie. Każdy, niezależny od innych stan układu jest nowym wymiarem przestrzeni Hilberta dla układu kwantowego. Funkcja falowa przed redukcją może zawierać niezerowe amplitudy względem wszystkich stanów bazowych, co by oznaczało, że z jakimś prawdopodobieństwem, będzie mógł się w końcu zrealizować każdy z tych stanów bazowych. Jednak największe prawdopodobieństwo realizacji mają te stany, które mają największe amplitudy prawdopodobieństwa. Można to sobie wyobrazić przestrzennie w ten sposób, że największe prawdopodobieństwo zrealizowania się podczas pomiaru ma ten stan, którego wektor bazowy jest najbliższy wektora całkowitego danej funkcji falowej.

Warto tu zauważyć, że choć podczas redukcji funkcji falowej realizuje się jeden konkretny stan układu, to owa realizacja niejako „bierze pod uwagę wszystkie możliwości zaistnienia”. Tu nie jest tak, jak przy tradycyjnym rachunku sił, w którym ostatecznie wyznacza się siłę wypadkową, która w całości przejmuje na siebie wszystkie siły w układzie. Tu jest inaczej – tutaj każdy stan ma szansę, aby się zrealizować. Co prawda ta szansa będzie bardzo mała dla stanów o niskiej amplitudzie prawdopodobieństwa (być może dopiero raz na wiele miliardów prób taki stan zostałby zrealizowany), jednak owa szansa – niezerowa – jest. Klasycznie taka opcja nie zachodzi, tam powtarzalność jest ścisła.

4.2. Determinizm w fizyce kwantowej

Funkcja falowa jest deterministyczna w tym sensie, że zadane warunki, dające się za-

The state realised at the reduction of the wave function depends on the amplitude of probability for this state. Spatial representation of wave function is possible. In this space the directions define the basic states – they can be identified with the unit vectors – determined by the system interactions. Each, independent of others, state of the system is a new dimension of Hilbert’s space for the quantum system. Before the reduction a wave function may contain non-zero amplitudes for all basic states, what means that at the end each of these basic states could be realised with a certain probability. The states with the highest amplitude of probability have the greatest chances to be realised. In spatial representation, the highest probability of realisation at the measurement has the state with the basic vector nearing in greatest degree to the overall vector of a given wave function.

It is worth to note, that even if at the reduction of the wave function a one specific state of the system is realised, this realisation anyway “takes into account all possibilities of existence”. Here it is not like in the traditional calculation of forces where a resultant force can be established to replace completely every other force in the system. Here is a different situation – each state has a chance for realisation. As a matter of fact, this chance can be very low for the states with the low amplitudes of probability (maybe only one time per billion trials this state could be realised), but anyway this non-zero chance exists. In the classical approach such option does not exist as it accepts a strict repeatability.

4.2. Determinism in Quantum Physics

The wave function has a deterministic character in such sense that accepted condi-

pisać w postaci hamiltonianu i dalej umożliwiające rozwiązanie równania Schrödingera, daje w efekcie jedną konkretną postać wynikowej funkcji. Funkcja falowa jest konkretna i jednak – ona jednoznacznie określa rozkład prawdopodobieństwa i wektory stanów (bazy) funkcji falowej. Znając warunki w jakich znajduje się układ – pola w jakich porusza się cząstka, własności owej cząstki, czy układu cząstek - można (przynajmniej w teorii, bo znajdowanie rozwiązań, szczególnie w postaci analitycznej, często praktycznie jest bardzo trudne, albo nawet niemożliwe), jednoznacznie przewidzieć postać funkcji falowej.

Jednak fizyka kwantowa posiada też aspekt niedeterministyczny, ujawniający się w momencie pomiaru. Nie sposób jest z góry przewidzieć, do jakiego stanu zostanie zredukowana funkcja falowa, znamy tylko prawdopodobieństwo z jakim określony stan zostanie zrealizowany w wyniku redukcji. To prawdopodobieństwo jest określane z dokładnością tym większą, im więcej razy zostaną zrealizowane obliczenia dla zadanego algorytmu i danych wejściowych.

4.3. Zasada nieoznaczoności Heisenberga

Fizyka kwantowa nakłada ograniczenie na możliwość jednoczesnego pomiaru dwóch wielkości, których operatory ze sobą nie komutują (nie są przemienne). Pomiar, będący redukcją układu do jednego ze stanów bazowych (czystych) operatora funkcji falowej, a więc jest formą przekształcenia, jest działaniem na obiekt, jest wytrąceniem go ze stanu, w jakim się wcześniej znajdował.

Przy czym bywa tak, że stan czysty jednego operatora (związanego z jedną mierzoną wartością) w wielu sytuacjach nie da się utożsamić z jakimkolwiek stanem czystym jakiegoś operatora (dla drugiej mierzony wartości). Podczas pomiaru układ „decyduje się” zwrócić konkretną wartość

tions, which can be recorded as Hamiltonian and later used for solution of Schrödinger’s equation, provide at the end one specific form of the resulting function. Wave function is realistic, and moreover it identifies unambiguously the distribution of probability and vectors of states (bases) of the function. Knowing the conditions of a system – the fields in which the particle moves, properties of the particle, or a set of particles – a form of the wave function may be strictly predicted (at least in theory because any finding of solutions, especially in analytical form, is often difficult in practice, or even impossible).

Nevertheless, the quantum physics has also an indeterministic aspect appearing in the moment of measurement. It is not possible to foresee a state to which the wave function could be reduced as we can only know the probability for realisation of a specific state in effect of reduction. This probability can be established with greater accuracy if a greater number of computations is performed for the accepted algorithm and input data.

4.3. Heisenberg’s Principle of Indeterminism

The quantum physics assumes restrictions on possibilities for simultaneous measurement of two parameters with mutually non-commuting operators (not interchangeable). The measurement reduces the system to one of the basic (pure) states of the wave function operator, and therefore it is a form of transformation, or action performed over the object, or throwing it off balance in which it was earlier.

And it happens that a pure state of an operator (connected with a measured value) cannot be identified with any of pure states of another operator (for the second measured value). When the system during the measurement “decides” to return a specific value

(dobrze określoną) pierwszego operatora, spowoduje automatycznie rozmycie stanów drugiego (niekomutującego) operatora. Wartość tego drugiego operatora będzie wtedy nieokreślona. Ta okoliczność znana jest pod nazwą zasady nieoznaczoności Heisenberga. Zasada ta mówi, że dla niekomutujących ze sobą operatorów istnieje górna granica dokładności ich jednoczesnego pomiaru. W przypadku np. niekomutujących ze sobą operatorów położenia i pędu wyraża się ona wzorem:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4 \cdot \pi} = \frac{\hbar}{2}$$

gdzie:

h – stała Plancka,

Δx – nieokreśloność wyznaczenia położenia,

Δp – nieokreśloność wyznaczenia pędu.

Lista operatorów niekomutujących, a więc i wielkości, które nie mogą być jednocześnie wyznaczone z dowolną dokładnością nie ogranicza się do położen i pędów, lecz zawiera też parę energia – czas, czy dwóch różnych składowych momentu pędu (składowa x-owa z y-ową, x-owa z z-ową, czy y-owa z z-ową).

5. Kubit – czym jest?

Podstawowym pojęciem informatyki kwantowej jest kubit (ang. qubit, bądź qbit). W celu omówienia idei kubit, warto jest skonfrontować tę ideę, z jej odpowiednikiem w informatyce klasycznej – bitem. Występują tu podobieństwa, jak i różnice.

Kubit (Raussendorf, Briegel, 2001) można uznać za swego rodzaju przypadek minimalny rozwiązania równania Schrödingera – tutaj funkcja falowa przyjmuje tylko dwa stany. W ogólności, dla większości rzeczywistych

(well identified) of the first operator then by the same the states of the second (non-commuting) operator are blurred. The value of that second operator will be then undetermined. This is known under the name of Heisenberg's principle of indeterminism. The principle says that there is an upper limit of accuracy at simultaneous measurement of mutually non-commuting operators. In the case of mutually non-commuting operators of position and momentum it is expressed by relation:

where:

h – Planck constant,

Δx – indeterminism of position measurement,

Δp – indeterminism of momentum measurement.

The list of non-commuting operators, or the values which cannot be simultaneously measured with any demanded accuracy is not limited to the positions and momentums, but also includes a couple of energy – time, or two different components of the momentum (x-component with y-component, x and z or y and z components).

5. Qubit – What Is It?

Qubit (qbit) is a basic notion of quantum IT. The idea of the qubit may be well presented by confronting it with its counterpart in the classical IT – the bit. There are some similarities and differences here.

Qubit (Raussendorf, Briegel, 2001) may be considered as a certain minimal case of Schrödinger's equation solution – here the wave function has only two states. In general, most of real quantum systems – particles, atoms, molecules – have an infi-

układów kwantowych – cząstek, atomów, molekuł – stanów będących rozwiązaniami owego równania najczęściej jest nieskończenie wiele, co oznacza, że możliwości zrealizowania się układu w pomiarze też są bardzo rozbudowane. W przypadku kubitu sytuacja jest najprostsza z możliwych – stany możliwe do zrealizowania są tylko dwa, czyli w pomiarze zrealizować się może albo jeden, albo drugi.

5.1. Podobieństwa pomiędzy bitem i kubitem

Zasadnicze podobieństwo pomiędzy bitem i kubitem sprowadza się do tego, co się dzieje podczas odczytu/pomiaru bitu/kubitu (nie w czasie ewolucji rejestru kwantowego!) – w obu przypadkach dostajemy jedną z dwóch wartości oznaczanych zwykle 0 bądź 1, interpretowanych jako PRAWDA bądź FAŁSZ.

Drugim podobieństwem jest to, że oba pojęcia są używane do opisu obliczeń w komputerach.

5.2. Różnice pomiędzy bitem i kubitem

Kubit, zanim go zmierzmy, czyli pozostając w superpozycji stanów, nie reprezentuje (jak to byłoby w przypadku bitu, który ma wartość 0, albo 1) jednej konkretnej wartości, lecz jest superpozycją stanów $|0\rangle$ i $|1\rangle$. Kubit (z wyjątkiem samego momentu odczytania – pomiaru) jest zatem JEDNOCZEŚNIE „trochę stanem $|0\rangle$ ” i „trochę $|1\rangle$ ” – współlistnieje w obu tych stanach. Nie jest (najczęściej, bo może się zdarzyć oczywiście też przypadek idealnego zrównania prawdopodobieństwa tych stanów) tymi wartościami w tym samym stopniu, lecz np. może preferować stan $|0\rangle$ bądź też stan $|1\rangle$. To w jakim stopniu kubit „preferuje” stan $|0\rangle$ w stosunku do stanu $|1\rangle$ zwykle jest docelowym odczytem kubitu – tym co ostatecznie jest mierzalnym efektem obliczeń kwantowych.

nite number of states being the solution of this equation what means that possibilities for realisation of the system in the measurement are also numerous. In the case of qubit the situation is the simplest as possible – there are only two possible states for realisation, and in the measurement the first or the second state may be realised.

5.1. Similarities Between Bit and Qubit

Fundamental similarity between bit and qubit can be illustrated by that what happens during reading out/ measurement of bit/ qubit (not during the evolution of the quantum register!) – in both cases we get one of two values marked usually by 0 or 1, and interpreted as TRUTH or FALSE.

The second similarity is the fact that the two notions are used for description of computations in computers.

5.2. Differences Between Bit and Qubit

Qubit, before measurement, remains in superposition of states and it does not represent one specific value (as it would be in the case of bit which has the value 0, or 1) but is a superposition of states $|0\rangle$ and $|1\rangle$. Qubit (excepting the mere moment of reading out – measurement) is then AT THE SAME TIME “in certain degree the state $|0\rangle$ ” and „in certain degree the state $|1\rangle$ ” – it coexists in both states. It is not these values in the same degree (in the most cases, as a case may happen, of course, of a perfect equalisation between probabilities of these two states), but it may prefer for instance state $|0\rangle$, or state $|1\rangle$. A question in what degree the qubit “prefers” state $|0\rangle$ to state $|1\rangle$ is usually a final reading out of the qubit – it is the final measurable effect of quantum computations. It is the determination of a degree for which

To właśnie określenie na ile kubit wynikowy (kubit wynikowy powstaje jako efekt końcowy ewolucji układu kwantowego w komputerze kwantowym) „preferuje” stan $|0\rangle$ w stosunku do stanu $|1\rangle$ stanowi efekt zadziałania komputera kwantowego. Do precyzyjnego ustalenia wartości tego wyniku, niezbędne będą jednak wielokrotne pomiary (dla tego samego obwodu kwantowego), które zamiast prostego, nie niosącego złożonej informacji rozstrzygnięcia między 0 a 1, ustalą liczbę ile razy występuje 0, w porównaniu do występowania 1. Najczęściej dopiero ta liczba – częstość występowania każdego ze stanów bazowych – daje wynik, który daje się zinterpretować jako użyteczna informacja.

Odczytać stan kubitów można jedynie niszcząc superpozycję (Chen i in., 2016), redukując (pojęcie „redukcji funkcji falowej” jest kluczowym pojęciem tego działu fizyki) kubit z postaci złożonej, do postaci opisanej tylko jednym – tym wybranym, jako wynik pomiaru – stanem. Stan kubitów przed pomiarem jest zatem znacząco inny, niż po pomiarze. Pomiar przekształca kubit ze stanu złożonego (będącego superpozycją) $|0\rangle$ i $|1\rangle$ do stanu już zredukowanego – albo 0, albo 1, w którym superpozycja została zniszczona. Mówiąc obrazowo, kubit przed pomiarem „nie może się zdecydować, czy chce być bardziej 0, czy 1, a dopiero gdy wymusimy na nim pomiar będzie „musiał się określić, czym chce w końcu być” i w całości zredukuje się (przemieni się) albo do $|0\rangle$ albo $|1\rangle$.

Mamy:

- kubit przed pomiarem jest superpozycją stanów $|0\rangle$ i $|1\rangle$,
- kubit tuż po pomiarze jest już tylko 0, albo 1 – podobnie jak klasyczny bit.

Kubit jest zatem czymś innym podczas swojej ewolucji (np. wynikłej z działania nań bramkami kwantowymi), a czym innym pod-

the resultant qubit (the resultant qubit is produced as a final effect of the quantum system evolution in a quantum computer) „prefers” state $|0\rangle$ to state $|1\rangle$, which constitutes the effect of quantum computer operation. In order to get a precise value of this result the multiple measurements are needed (for the same quantum circuit), which instead of a simple decision, without any complex information, between 0 and 1, can settle the number for presence of 0 in comparison to presence of 1. In most cases only this number – the rate of presence for each basic state – gives a result which can be interpreted as the useful information.

The state of qubit may be only read out by destroying the superposition (Chen and others, 2016), and reducing (the notion „reduction of wave function” is a key one in this branch of physics) the qubit from a complex form to the form which is described only by this one state, which was selected as the result of measurement. Then, the states of qubit before and after the measurement are significantly different. The measurement transforms the qubit from a complex state (being a superposition of $|0\rangle$ and $|1\rangle$) to the reduced state – 0, or 1, with destroyed superposition. In other words, the qubit before measurement “is undecided” if it wants to be more 0, or 1, and only when a measurement is enforced on it, then “it must decide what it is, in the end”, and entirely reduces itself (undergoes a transformation) to $|0\rangle$, or $|1\rangle$.

We have:

- Qubit before the measurement is a superposition of states $|0\rangle$ and $|1\rangle$,
- Qubit just after the measurement is already only 0, or 1 – like a classical bit.

Therefore, the qubit is something else during its evolution (e.g. caused by action of quantum gates into it), and something else at

czas odczytu. Przed odczytem kubit jest złożoną strukturą, której opis wymaga użycia dwóch parametrów rzeczywistych (np. kątów na sferze Blocha), a po redukcji w pomiarze „zostaje z kubitą” jedynie 0, bądź 1.

To znacząco odróżnia kubit od bitu który przez cały czas jest wartością albo – albo (1 albo 0). Bit przecież nigdy nie posiada stanu mieszanego – superpozycji, lecz zawsze ma jedną konkretną wartość.

5.3. Realizacja kubitą fizycznie

Fizycznie kubit realizować można na różne sposoby. Najczęstszymi sposobami realizacji kubitą jest użycie atomów, bądź jonów, które w określonych warunkach będą miały tylko dwa, dające się odróżnić stany kwantowe – np. stan wzbudzony elektronu (ang. excited state), w odróżnieniu od stanu podstawowego (ang. ground state). W stanie podstawowym atom może pozostawać dowolnie długo i który ma najniższą energię. Aby wzbudzić atom, czyli przenieść elektron ze stanu podstawowego do wzbudzonego, niezbędne jest dostarczenie energii, co najczęściej realizuje się oświetlając kubit laserem. Zwykle niedługo po takim wzbudzeniu atom/ion samorzutnie przechodzi do niższych stanów energetycznych – czyli stanów wzbudzonych o niższej energii, albo do stanu podstawowego. W obliczeniach kwantowych stany wzbudzone są dobierane tak, aby trwały jak najdłużej, co oznacza, że muszą być odpowiednio wyszukane i dobrane. Typowe stany wzbudzone atomów, czy jonów są krótkożyciowe i po ułamku sekundy przechodzą ze stanu wzbudzonego do stanu podstawowego. Użyteczne dla obliczeń kwantowych są takie stany wzbudzone, które utrzymują się odpowiednio długo – np. rzędu sekund, a nawet minut, a nie nanosekund czy pikosekund, jak to jest dla większości zwykłych stanów wzbudzonych.

Kubity, a dokładniej systemy realizujące

the reading out. Before the reading out qubit is a complex structure which has to be described by two real parameters (e.g. the angles on the Bloch sphere), and after the reduction in the measurement only 0, or 1 is left from it.

It clearly differentiates qubit from bit which all the time remains the value or-or (1 or 0). Bit never has a mixed state – superposition, but always has one specific value.

5.3. Physical Realisation of Qubit

Qubit may be physically realised in different ways. In most cases qubit is realised by using atoms, or ions, which at specific conditions have only two distinguished quantum states – e.g. electron excited state in contradiction to ground state. Atom may remain in the ground state of the lowest energy for any time. The atom may be excited by transferring an electron from the ground to excited state, when the energy is provided usually at lighting the qubit by laser. The atom/ ion soon after such excitation usually by itself returns to lower energetic states – i.e. to excited states with lower energy, or to the ground state. The excited states in quantum computations are selected to last as long as possible what means that they have to be suitably searched over and selected. Typical excited states of atoms, or ions, are of a short life cycle and within a fraction of a second they jump from the excited state into the ground state. For the quantum computations are useful such excited states which last adequately long – for instance within seconds, or even minutes instead of nano- or picoseconds what happens for the most number of regular excited states.

Qubits, or more precisely systems realising the logics of qubits may be received by harnessing different quantum effects.

logikę kubitów można uzyskiwać w oparciu o bardzo różne zjawiska kwantowe. Aktualnie prowadzone w wielu ośrodkach na świecie badania pokazały, że fizycznie kubity można realizować jako:

- 1) stany wzbudzone jonów w pułapkach jonowych;
- 2) stany wzbudzone zimnych atomów w sieciach optycznych;
- 3) stany magnesów nadprzewodzących (wykorzystane m.in. w komputerach kwantowych D-Wave Systems), w szczególności oparte o złącze Josephsona;
- 4) stany fotonów (w szczególności ich polaryzacja);
- 5) molekularne komputery kwantowe – np. oparte o jądra atomów węgla w cząsteczkach;
- 6) kropki kwantowe, w których kubity są tworzone za pomocą spułapkowanych elektronów);
- 7) komputer kwantowy oparty o jądrowy rezonans magnetyczny, kubity tworzą wtedy spiny jąder atomowych;
- 8) studnie kwantowe w półprzewodnikach – jest to jeden z niewielu przypadków, gdy kubity mogłyby funkcjonować w temperaturze pokojowej;
- 9) kubity w drutach kwantowych;
- 10) komputer kwantowy Kane’a – rozwiązanie hybrydowe wykorzystujące kropki kwantowe i jądrowy rezonans magnetyczny;
- 11) komputer kwantowy oparty o pułapkowanie elektronów na ciekłym helu, w którym kubity oparte są o spiny elektronów;
- 12) komputer kwantowy oparty o elektrodynamiczne rezonatory cavity quantum electrodynamics (cavity QED) - kubity tworzą tutaj się z interakcji pomiędzy atomami i fotonami;
- 13) komputery kwantowe oparte o zjawisko superparamagnetyczne;
- 14) komputery oparte o zjawiska kwantowe zachodzące w fulerenach;
- 15) komputery kwantowe oparte o liniowe kwantowe efekty optyczne;

Investigations carried out now in many centres in the world show that a physical realisation of qubits may use:

- 1) Excited states of ions in the ion traps;
- 2) Excited states of cold atoms in optical networks;
- 3) States of superconductive magnets (used above all in quantum computers D-Wave Systems), and especially based on Josephson’s junction;
- 4) States of photons (especially their polarisation);
- 5) Molecular quantum computers – e.g. based on nuclei of carbon atoms in the particles;
- 6) Quantum dots where qubits are created by trapped electrons;
- 7) Quantum computer based on nuclear magnetic resonance, where qubits are created by spins of atom nuclei;
- 8) Quantum wells in semiconductors – it is one of rare cases when qubits could work at ambient temperatures;
- 9) Qubits in quantum wires;
- 10) Kane’s quantum computer – a hybrid solution using quantum dots and nuclear magnetic resonance;
- 11) Quantum computer based on trapping of electrons in the liquid helium, where the qubits are built on electron spins;
- 12) Quantum computer based on cavity quantum electrodynamics (cavity QED) – qubits are created here due to interaction between atoms and photons;
- 13) Quantum computers based on a superparamagnetic effect;
- 14) Quantum computers based on quantum effects in fullerenes;
- 15) Quantum computers based on linear optical quantum effects;
- 16) Quantum computers based on non-linear (and partially linear) optical

- 16) komputery kwantowe oparte o nieliniowe (w części też liniowe) kwantowe efekty optyczne;
- 17) komputery kwantowe oparte o domieszkowanie struktury diamentu azotem;
- 18) komputer kwantowy oparty o kondensat Bosego – Einsteina (tzw. „piąty stan materii” pojawiający się w temperaturach bliskich zera bezwzględneho);
- 19) komputery kwantowe oparte o tranzystory i pułapkowanie dziur w półprzewodniku;
- 20) komputery kwantowe oparte o kryształy domieszkowane metalami ziem rzadkich;
- 21) komputery kwantowe oparte o węglowe nanosfery, o właściwościach zbliżonych do metali.

Jak widać z powyższej, dość bogatej listy, liczba możliwych zjawisk, w oparciu o które tworzone są kubity, jest znacząca. A należy się spodziewać poszerzenia owej listy w wyniku realizacji nowych pomysłów na obliczenia kwantowe. Nie można zatem mówić o jednej konkretnej technologii kubitów, czy o jednym konkretnym sposobie na realizację bramek kwantowych. Każda technologia wymaga opracowania dedykowanych dla niej podejść w realizacji pomiarów stanu kubitów, bramek kwantowych, detekcji błędów, każda jest w jakimś stopniu unikalna.

5.4. Sfera Blocha

Sfera Blocha (Wiseman, Milburn, 1993) jest pomysłem na graficzne przedstawienie idei kubitów. Twórcą tego pomysłu był szwajcarsko-amerykański fizyk Felix Bloch, laureat Nagrody Nobla w dziedzinie fizyki w roku 1952. Sfera Blocha ilustruje następujące właściwości kubitów:

- dwa stany bazowe: $|0\rangle$ i $|1\rangle$ - na sferze Blocha są one odwzorowane na biegunach sfery,
- faza kubitów jest opisywana przez φ - na sferze Blocha jest to kąt pomiędzy osią OX a rzutem punktu obrazującego kubit

quantum effects;

- 17) Quantum computers based on doping of diamond structure by nitrogen;
- 18) Quantum computer based on Bose – Einstein’s condensate (called as the fifth state of matter and existing at temperatures near absolute zero);
- 19) Quantum computers based on transistors and on trapping of holes in semiconductor;
- 20) Quantum computers based on crystals doped by rare earths metals;
- 21) Quantum computers based on carbon nanospheres having the properties similar to metals.

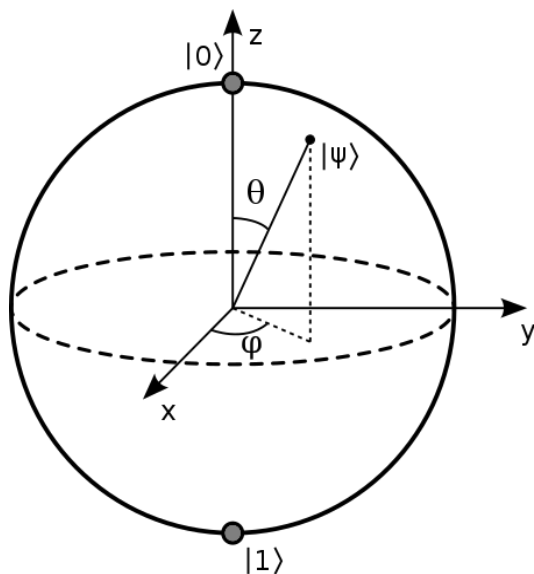
This numerous list shows that there is a great number of possible effects for creating the qubits. Moreover this list is expected to be extended by new ideas of quantum computations. Then, it seems to be difficult to say about one specific technology of qubits, or one specific way for realisation of quantum gates. Each technology requires a development of approaches dedicated to it for realisation of measurements of qubit states, quantum gates, detection of errors, and each of them is a unique one in certain degree.

5.4. The Bloch Sphere

The Bloch sphere (Wiseman, Milburn, 1993) is a concept of a graphical representation of qubit idea. The concept was prepared by Switzerland-American physicist Felix Bloch, winner of Nobel Prize in physics for 1952. The Bloch sphere illustrates following properties of qubit:

- Two basic states: $|0\rangle$ and $|1\rangle$ - they are reconstructed on the poles of the Bloch sphere;
- The phase of qubit is described by φ - on the Bloch sphere it is a point between axis OX and projection of the

- na płaszczyznę XY, którą można utożsamić z płaszczyzną zespoloną,
- właściwości aktualnego stanu kubitów $|\Psi\rangle$ – obrazuje położenie punktu na sferze Blocha. Wartość tego stanu jest superpozycją stanów czystych (bazowych) $|0\rangle$ i $|1\rangle$.



point representing the qubit on the plane XY, which can be identified with the complex plane.

- Properties of qubit's current state $|\Psi\rangle$ – it represents position of the point on the Bloch sphere. The value of this state is a superposition of pure (basic) states $|0\rangle$ and $|1\rangle$.

Rys. 6. Sfera Blocha (źródło Wikipedia)
Fig. 6. Bloch sphere (Wikipedia)

Stan kubitów można związać z określonym punktem na sferze Blocha. Ewolucja kubitów może być opisywana jako przemieszczanie się tego punktu na sferze Blocha (np. zadziałanie na kubit bramką NOT spowoduje przeskoczenie tego punktu dokładnie na przeciwną stronę sfery Blocha - wzdłuż osi OZ).

Wartość kubitów można przedstawić za pomocą równania:

$$|\Psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$

Wartości współczynników α i β (są to liczby zespolone) można wyrazić przez kąty, umiejscawiające położenie punktu obrazującego kubit na sferze Blocha:

State of qubit may be represented by a specific point on the Bloch sphere. Evolution of qubit may be described as a displacement of this point on the Bloch sphere (e.g. application of gate NOT to qubit makes the point jump exactly on the opposite side of the Bloch sphere – along axis OZ).

Value of qubit may be represented by equation:

Values of coefficients α and β (they are the complex numbers) may be expressed by angles localising position of the point representing the qubit on the Bloch sphere:

$$|\Psi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta/2)|1\rangle$$

gdzie kąty θ i ϕ spełniające $0 \leq \theta \leq \pi$ i

Where angles θ and ϕ meet $0 \leq \theta \leq \pi$

$0 \leq \phi \leq 2\pi$ jednoznacznie określają położenie kubit na sferze Blocha.

Gdzie:

and $0 \leq \phi \leq 2\pi$ and describe unambiguously position of the qubit on the Bloch sphere.

Here:

$$\alpha = \cos(\theta/2), \quad \beta = e^{i\phi} \sin(\theta/2)$$

są amplitudami prawdopodobieństwa (amplitudy te mają wartości zespolone) dla stanów odpowiednio $|0\rangle$ i $|1\rangle$.

Warto zauważyć, że amplituda prawdopodobieństwa nie jest po prostu prawdopodobieństwem otrzymania danego stanu. Mamy tu nieco bardziej złożoną sytuację, w której prawdopodobieństwo wylicza się dopiero jako kwadrat z modułu amplitudy prawdopodobieństwa (z racji na to, że amplitudy prawdopodobieństwa są w ogólności liczbami zespolonymi, to niezbędne jest wzięcie kwadratu z modułu a nie samego kwadratu amplitudy, bo liczby zespolone podnoszone do kwadratu nie muszą dać w wyniku wartości rzeczywistej, co jest niezbędne jeśli ta wartość miałaby opisywać prawdopodobieństwo). Można zatem zapisać, że dla przyjętych wyżej oznaczeń:

- prawdopodobieństwo otrzymania w pomiarze wartości 0 będzie równe $|\alpha|^2$,
- prawdopodobieństwo otrzymania w pomiarze wartości 1 będzie równe $|\beta|^2$.

Z uwagi na fakt, że nic innego niż tylko otrzymanie jednej z tych wartości nie może się wydarzyć, to $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ (suma obu prawdopodobieństw jest równa 1, co oznacza, iż osiągnięcie jakiegokolwiek stanu w pomiarze, traktujemy jako zdarzenie pewne). Warunek $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ określany jest jako warunek normalizacji.

5.5. Sfera Blocha – przypadki, przykłady

Położenie punktu na sferze Blocha pozwala na wizualne przedstawienie stanu kubit. W szczególności:

- jeśli kubit jest w całości w stanie $|0\rangle$ to na sferze Blocha odpowiadać będzie mu

are the amplitudes of probability (these amplitudes are the complex values) respectively for the states $|0\rangle$ and $|1\rangle$.

It is worth to know that amplitude of probability is not the same as the probability of receiving of that state. Here is a little more complicated situation where the probability is calculated only as the square from the module of amplitude of probability (as the amplitudes of probability in general are the complex numbers, then it is necessary to take the square of the module, but not the mere square of the amplitude, because the complex numbers raised to the square not necessarily produce a real value what is needed if that value has to describe the probability). Then it may be written for designations accepted above:

- Probability for receiving value of 0 at measurement equals to $|\alpha|^2$.
- Probability for receiving value of 1 at measurement equals to $|\beta|^2$.

Regarding the fact that nothing else than receiving one of those values can happen, then $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ (the sum of two probabilities equals to 1, what means that reaching of any state in the measurement is treated as absolutely certain event). Condition $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ is described as condition of normalisation.

5.5. Bloch Sphere – Cases, Examples

Position of the point on the Bloch sphere can be used to visualise the state of qubit. And particularly:

- If the qubit is entirely in the state $|0\rangle$ then it is represented on the Bloch sphere by a

- punkt położony dokładnie na „biegunie północnym”;
- jeśli kubit jest w całości w stanie $|1\rangle$ to na sferze Blocha odpowiadać będzie mu punkt położony dokładnie na „biegunie południowym”;
 - punkty na „równiku” sfery Blocha odpowiadają sytuacji, w której występuje równe prawdopodobieństwo tego, że podczas pomiaru kubit zwróci 1 jak i 0;
 - punkty na „półkuli północnej” odpowiadają preferencji kubitów w stronę zwrócenia w wyniku pomiaru wartości 0. Im bliżej północnego bieguna położony jest punkt obrazujący stan kubitów, tym większe jest prawdopodobieństwo, że w wyniku pomiaru otrzymamy wartość 0;
 - punkty na „półkuli południowej” odpowiadają preferencji kubitów w stronę zwrócenia w wyniku pomiaru wartości 1. Im bliżej południowego bieguna położony jest punkt obrazujący stan kubitów, tym większe jest prawdopodobieństwo, że w wyniku pomiaru otrzymamy wartość 1. Ogólnie – im bliżej „bieguna” sfery Blocha znajduje się punkt utożsamiający stan kubitów, tym większe jest prawdopodobieństwo, że podczas pomiaru zrealizuje się stan związany z danym biegunem;
 - faza kubitów jest wyznaczona przez kąt jaki tworzy południk, na którym leży punkt, z południkiem zerowym – czyli przecinającym oś OX. Faza kubitów nie ma wpływu na prawdopodobieństwo otrzymania 0 bądź 1 w pomiarze, jednak może mieć znaczenie w obliczeniach kwantowych, ponieważ liczne bramki kwantowe dają wynik zależny od tego, jaką fazę ma dany kubit, co dalej może istotnie wpływać na ewolucję układu.
- point located exactly on the “northern pole”;
- If the qubit is entirely in the state $|1\rangle$ then it is represented on the Bloch sphere by a point located exactly on the “southern pole”;
 - Points placed in the “equator” of the Bloch sphere correspond to situation in which there is the same probability for qubit to return both 1 and 0 at the measurement;
 - Points of the “northern hemisphere” correspond to qubit’s preferences for returning in result of measurement the value of 0. If the point representing the state of qubit is closer to the northern pole, then there is a greater probability that value of 0 could be received in result of measurement;
 - Points of the “southern hemisphere” correspond to qubit’s preferences for returning in result of measurement the value of 1. If the point representing the state of qubit is closer to the southern pole, then there is a greater probability that value of 1 could be received in result of measurement. In general – the closer to a pole of the Bloch sphere is located the point identifying the state of qubit, the greater probability is that during the measurement the state connected with that pole could be realised.
 - The phase of qubit is determined by the angle between the meridian on which the point is located and the zero meridian, i.e. crossing the axis OX. The phase of qubit does not affect the probabilities for receiving 0 or 1 at measurement, but it may matter in quantum computations, because numerous quantum gates provide the result depending on the phase of the particular qubit, what may significantly affect evolution of the system.

5.6. Opis stanów kubitów w notacji wektorowej

Do celów opisywania bramek kwantowych dość często stosuje się notację wektorową i

5.6. Description of Qubit States in Vector Notation

Vector and matrix notations are often used for description of quantum gates. The

macierzową. W ramach tej notacji stanom $|0\rangle$ i $|1\rangle$ przypisuje się następujące wektory:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Postać wektorowa jest użyteczna w kontekście używania zapisu macierzowego bramek kwantowych. Wtedy sposób zadziałania bramki będzie symbolizowany zadziałaniem macierzy na odpowiedni wektor.

W tej notacji stan kubitu może być przedstawiony za pomocą zapisu:

$$|\Psi\rangle = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

Wnioski

Technologia zastosowania obliczeń kwantowych oraz budowa komputera kwantowego, który to umożliwi jest obecne w naszym kraju na etapie projektowania. Należy rozwijać wiedzę w tym zakresie i wprowadzać technologie obliczeń kwantowych do różnych dziedzin naukowo-badawczych. Opisane tu podstawy teoretyczne informatyki kwantowej powinny pomóc osobom nie znającym fizyki kwantowej w zrozumieniu obliczeń kwantowych i zasad działania komputera kwantowego.

Literatura / Literature

- Brassard, G., Chuang, I., Lloyd, S., Monroe, C. (1998). Quantum computing. *Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America*, 95 (19) 11032-11033. DOI: 10.1073/pnas.95.19.11032.
- Chen, Z., Kelly, J., Quintana, C., Barends, R., Campbell, B., Chen, Y., Chiaro, B., Dunsworth, A., Fowler, A.G., Lucero, E., Jeffrey, E., Megrant, A., Mutus, J., Neeley, M., Neill, C., O'Malley, P.J.J., Roushan, P., Sank, D., Vainsencher, A., Wenner, J., White, T. C., Korotkov, A.N., Martinis J.M. (2016). Measuring and Suppressing Quantum State Leakage in a Superconducting Qubit. *Physical Review Letters*, 116, 020501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.020501.
- DiVincenzo, D.P., Loss, D. (1998). Quantum information is physical. *Superlattices and Microstructures*, Vol. 23, 3–4, 419-432. DOI: 10.1006/spmi.1997.0520.
- Feynman, R. P., Brown, L.M. (2005). *Feynman's Thesis – A new approach to quantum*

states $|0\rangle$ and $|1\rangle$ are described by following vectors in this notation:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Vector description is useful at application of matrix recording for quantum gates. Then the way of gate action will be symbolised by the action of matrix to an adequate vector.

In this notation the state of qubit may be represented in the form:

Conclusions

Technology of using quantum computations and building a quantum computer for it are currently at the phase of designing in our country. Knowledge relating to it has to be developed and technologies of quantum computations have to be introduced to various scientific-researching domains. Theoretical principles of quantum IT described in the paper should be helpful for persons not familiar with the quantum physics to understand the quantum computations and principles of operation of quantum computers.

theory, Northwestern University. DOI: 10.1142/5852.

- Leibbrandt, D.R., Labaziewicz, J., Vuletić, V., Chuang, I.L. (2009). Cavity Sideband Cooling of a Single Trapped Ion. *Physical Review Letters*, 103, 103001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.103001.
- Raussendorf, R., Briegel, H.J. (2001). A One-Way Quantum Computer. *Physical Review Letters*, 86, 5188. DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.5188.
- Saslow W.M. (2002). How Electric Currents Interact with Magnetic Fields. In: *Electricity, Magnetism, and Light*, Elsevier, 419-459. DOI: 10.1016/B978-0-12-619455-5.X5000-1.
- Steane, A. (1997). The ion trap quantum information processor. *Applied Physics B*, 64, 623–643. DOI: 10.1007/s003400050225.
- Tonks, L. (1940). Note on Earnshaw's theorem. *Electrical Engineering*, 59, 3, 118-119. DOI: 10.1109/EE.1940.6434810.
- Wiseman, H.M., Milburn, G.J. (1993). Interpretation of quantum jump and diffusion processes illustrated on the Bloch sphere. *Physical Review A*, 47, 1652. DOI: 10.1103/PhysRevA.47.1652.

