

Halina MURASIEWICZ¹, Zdzisław JAWORSKI¹, Piotr BANIUKIEWICZ²

e-mail: halina.murasiewicz@zut.edu.pl

¹ Instytut Inżynierii Chemicznej i Procesów Ochrony Środowiska, Wydział Technologii i Inżynierii Chemicznej, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny, Szczecin² Katedra Zastosowań Informatyki, Wydział Elektryczny, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny, Szczecin

Zastosowanie analizy spektralnej oraz transformaty falkowej do analizy przepływu burzliwego w mieszalniku statycznym Kenics

Wstęp

Spotykane w przemyśle chemicznym procesy prowadzone są przeważnie w zakresie przepływu burzliwego. Przepływy burzliwe charakteryzują się strukturami o różnych długościach i skalach czasu, które przyczyniają się do intensyfikacji procesu mieszania, przenoszenia masy, pędu czy energii. Stąd też właściwe poznanie i zrozumienie mechanizmu tworzenia się i roli struktur burzliwych w zjawiskach transportowych może polepszyć procedurę projektowania oraz powiększenia skali. Natura problemu jest bardzo złożona i trudna w opracowaniu, niemniej jednak literatura przedmiotu dostarcza przykładów, w których podjęto próby identyfikacji i charakteryzowania struktur przepływu, zarówno jakościowo i ilościowo [Mathieu i Scott, 2000; Hunt, 2001; Murasiewicz, Jaworski, 2010]. W tym celu pomocne są metody eksperymentalne i numeryczne: LDA (*Laser Doppler Anemometry*), PIV (*Particle Image Velocimetry*), CFD (*Computational Fluid Dynamics*) czy LIF (*Laser-Induced Fluorescence*) [Paul i in., 2004]. Do analizy wyników tych metod badawczych opracowano kilka matematycznych kwantyfikatorów, do których zaliczyć można analizę spektralną [Elsner, 1987; Josh i in., 2009], dyskretną i ciągłą transformatę falkową [Bialasiewicz, 2000; Josh i in., 2009] czy dekompozycję ortogonalną POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) zaproponowaną przez Lumleya [1967].

Celem niniejszej pracy jest próba zastosowania analizy spektralnej PSD (*Power Spectral Density*) oraz transformaty falkowej WT (*Wavelet Transform*) do opisu struktury przepływu burzliwego w mieszalniku Kenics. Dane pomiarowe chwilowych prędkości cieczy uzyskano za pomocą dopplerowskiej anemometrii laserowej, LDA. Zakres pomiarowy obejmował trzy poziomy liczb Reynoldsa: 5000, 10000 oraz 18000, dla których pomierzono wartości składowych prędkości: osiowej oraz stycznej w różnych płaszczyznach pomiarowych. Z praktycznego punktu widzenia wyniki pomiarów LDA mogą być stosowane w procesie walidacji symulacji numerycznych CFD.

Badania eksperymentalne

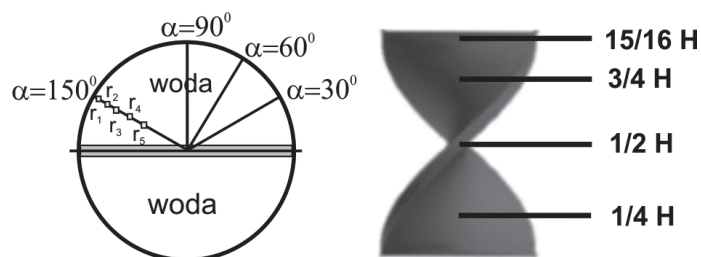
Aparatura i materiały

Pomiary LDA zostały przeprowadzone dla mieszalnika Kenics, w obszarze piątej wkładki mieszającej [Adamiak i Jaworski, 2001]. Mieszalnik Kenics zbudowany był z pionowej przezroczystej rury o średnicy $D = 0,074$ m i długości $L \approx 1$ m. Wewnątrz mieszalnika umieszczono sześć wkładek Kenics o wysokości wkładki $H = 0,113$ m. Schemat aparatury przedstawiono szerzej w pracy [Murasiewicz i Jaworski, 2010]. W układzie pomiarowym jako medium procesowe zastosowano wodę destylowaną o gęstości: $998 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ i lepkości: $1,03\cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ wyznaczonych dla temperatury 20°C , w której zanurzone były cząstki posiewu – ciała stałego (PSP-5, Dantec).

Pomiary LDA

Zakres pomiarowy LDA obejmował 80 oraz 40 punktów pomiarowych odpowiednio dla składowej osiowej i stycznej prędkości. Poglądowo zakres pomiarowy przedstawiono na rys. 1.

Wiązka światła laserowego przechodząc przez ośrodki o różnej gęstości optycznej ulega załamaniu na ich granicy. Dlatego nie ma bezpośredniej zależności umożliwiającej wyznaczenie punktu przecięcia



Rys. 1. Schemat rozmieszczenia obszaru pomiarowego LDA: $r = 0,0358 \pm 0,0244$ m, $h/H = 1/4 \div 15/16$, $\alpha = 30^\circ \div 150^\circ$

się wiązek wewnątrz mieszalnika Kenics w zależności od położenia soczewki lasera. W celu wyznaczenia punktu przecięcia się wiązek wewnątrz mieszalnika w zależności od położenia soczewki lasera układu pomiarowego posłużono się własnymi procedurami stworzonymi w środowisku Matlab, które uwzględniają załamanie światła na granicach ośrodków. Szczegółowy opis sposobu prowadzenia badań LDA został zawarty w pracy [Jaworski i Murasiewicz, 2012].

W wyniku przeprowadzonych pomiarów LDA uzyskano serie czasowe zmian składowej osiowej oraz stycznej prędkości. Wyniki te opracowano statystycznie wykreślając profile promieniowe zmian tych prędkości, które były przedmiotem analizy pracy [Jaworski i Murasiewicz, 2012]. W celu dokładniejszej analizy i identyfikacji struktur wirowych zastosowano analizę widmową oraz ciągłą transformację falkową CWT (*Continuous Wavelet Transform*), które pozwoliły na uzyskanie jednowymiarowych widm energii PSD [Elsner, 1987; Pope, 2000; Hunt, 2001; Paul, 2004; Josh i in., 2009].

Wyniki analizy widmowej oraz transformaty falkowej

Otrzymane przebiegi czasowe poddano analizie widmowej oraz transformacji falkowej. Analizę widmową przeprowadzono za pomocą 1024-punktowej szybkiej transformaty Fouriera FFT (*Fast Fourier Transform*) w programie FlowSizerTM.

Gęstość energii spektralnej PSD, $E_i(f)$, opisuje rozkład każdego zakresu częstotliwości dla badanej składowej prędkości. Spektrum energii oceniano przy użyciu modelu periodogramu [Elsner, 1987; Mathieu i Scott, 2000]:

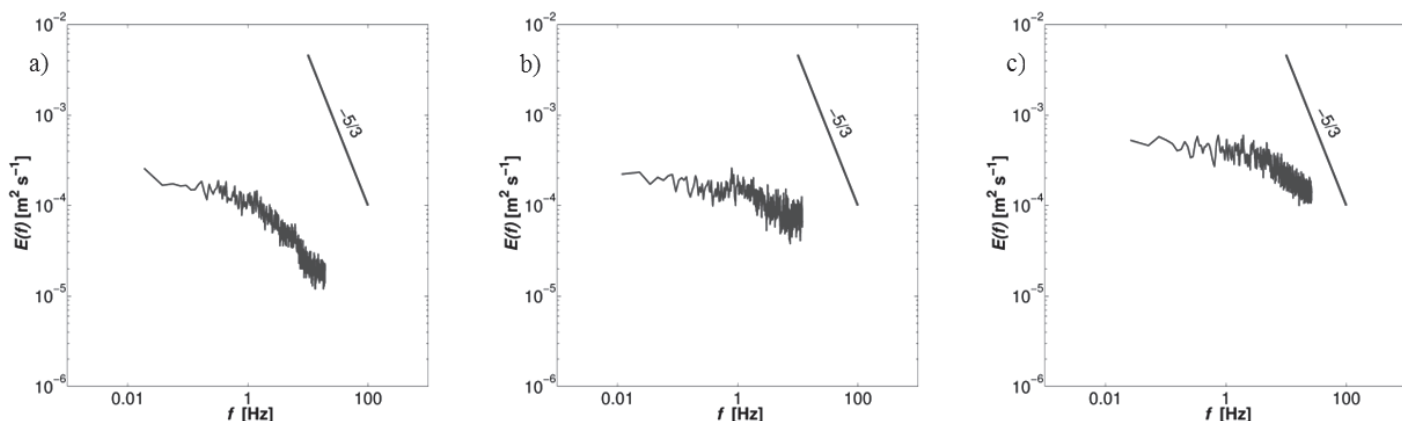
$$E_i(f) = \frac{1}{N} |X_i(f)|^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_{m=0}^{N-1} v_i e^{-2jm\pi f m} \right|^2 \quad (1)$$

gdzie:

$X_i(f)$ – transformata Fouriera dla i -tej składowej prędkości, v_i .

Stała częstotliwość próbkowania numerycznego, f_s , dla danego przypadku została określona w programie FlowSizerTM przy użyciu funkcji autokorelacji. Częstotliwość f_s zawierała się w zakresie $23 \div 53$ Hz. Zakres częstotliwości spektrum określała częstotliwość f_s oraz kryterium Nyquista, czyli górna granica pasma w mierzonym sygnale równa była połowie częstotliwości f_s : $f_N = f_s/2$. Dolna częstotliwość widma zależna była od czasu akwizycji danych. Wyniki analizy FFT otrzymane dla różnych konfiguracji przedstawiono na rys. 2 i 4.

Analiza falkowa. W kolejnym kroku otrzymane przebiegi czasowe poddano ciągłej analizie falkowej (CWT). Ogólnie przekształcenie fal-



Rys. 2. Przykładowe widma energetyczne dla składowej osiowej prędkości (v_z): a) $r_3 = 0,0335$ m, $\alpha = 90^\circ$, $h = 1/2 H$, $Re = 5\ 000$, b) $r_1 = 0,0358$ m, $\alpha = 90^\circ$, $h = 1/2 H$, $Re = 10\ 000$, c) $r_4 = 0,0279$ m, $\alpha = 90^\circ$, $h = 1/2 H$, $Re = 18\ 000$

kowe opiera się na schemacie, w którym falkę podstawową poddaje się skalowaniu i przesuwaniu wzdłuż badanego sygnału, wyznaczając korelację przesuniętej i przeskalowanej falki podstawowej i analizowanego fragmentu sygnału.

Ogólnie transformata CWT opisana jest zależnością [Bialasiewicz, 2000; Josh i in., 2009]:

$$Wf(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (2)$$

gdzie:

a – skala,

b – przesunięcie czasowe falki,

ψ – wartość zespolona sprzężona,

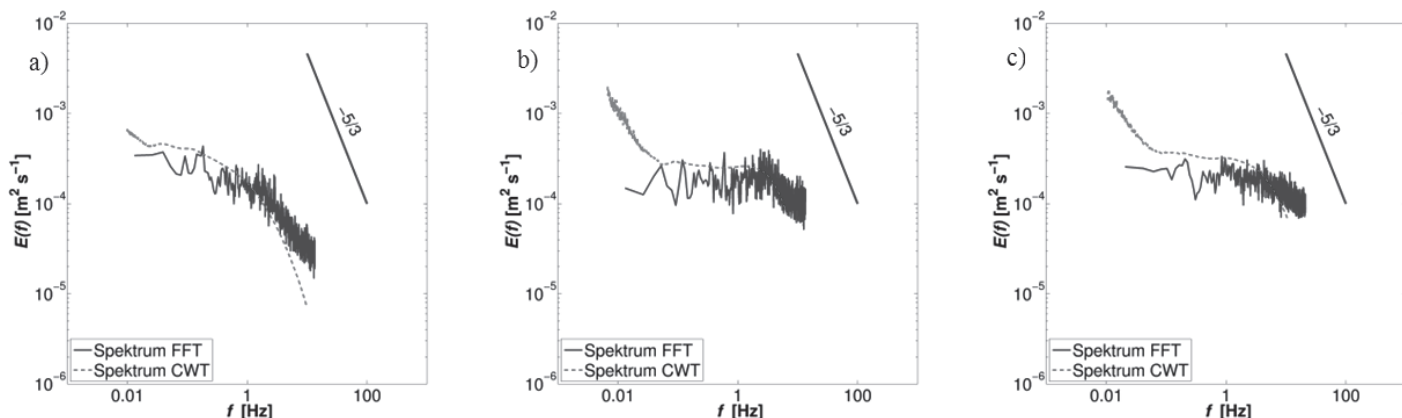
ψ – falka analizująca określonego typu (tutaj: tzw. *Mexican Hat*).

Spektrum energetyczne uzyskane w oparciu o transformację falkową przedstawiono linią kropkowaną na rys. 3.

Zgodnie z drugą hipotezą *Kołmogorowa* [Elsner, 1987; Pope, 2000] dla dostatecznie dużych liczb *Reynoldsa* w spektrum energii można wyodrębnić podobszar bezwładnościowy, w którym ilość dyssypowanej energii kinetycznej jest mała w porównaniu do energii transportowanej w kierunku wyższych liczb falowych dzięki oddziaływaniom bezwładnościowym. W obszarze tym można pominąć wpływ lepkości płynu, wówczas trójwymiarowa i jednowymiarowa funkcja gęstości energii zależą wyłącznie od wartości liczby falowej κ i prędkości dyssypacji, co pozwala wyrazić funkcję gęstości energii za pomocą „prawa $-5/3$ ” [Elsner, 1987; Pope, 2000]:

$$E(\kappa) = \alpha \epsilon^{2/3} \kappa^{-5/3} \quad (3)$$

gdzie: α – stała *Kołmogorowa*.



Rys. 3. Przykładowe widma energetyczne dla składowej osiowej prędkości (v_z): a) $r_1 = 0,0358$ m, $\alpha = 90^\circ$, $h = 1/2 H$, $Re = 5\ 000$ b) $r_1 = 0,0358$ m, $\alpha = 90^\circ$, $h = 3/4 H$, $Re = 10\ 000$, c) $r_3 = 0,0309$ m, $\alpha = 90^\circ$, $h = 1/4 H$, $Re = 18\ 000$

Pomocniczo naniesiono linie proste o współczynniku kierunkowym $-5/3$ na rys. 2 i 3. Jednoznaczna zamiana zależności gęstości energii w funkcji liczb falowych na częstotliwości jest możliwa do zrealizowania przy zastosowaniu hipotezy *Taylora o zamrożonej turbulencji* [Adamiak i Jaworski, 2001].

W obu metodach analizę przeprowadzono dla czterech punktów pomiarowych: $r_1 = 0,0358$ m, $r_2 = 0,0334$ m, $r_3 = 0,0309$ m oraz $r_4 = 0,0279$ m. Dla punktu r_5 analiz nie przeprowadzono ze względu na zbyt małą liczebność zbioru danych.

Otrzymane widma energetyczne (Rys. 2a-c oraz Rys. 4) przedstawiają głównie obszar występowania wirów grubo- i średnioskalowych (tych o najwyższym poziomie energii). Na nielicznych można zaobserwować początek obszaru bezwładnościowego. W celu oszacowania częstotliwości początkowej występowania obszaru bezwładnościowego zastosowano równanie

$$f_{EI} \cong \frac{V_0}{l_{EI}} \cong \frac{6V_0}{l_0} \quad (4)$$

gdzie:

l_0 – charakterystyczny wymiar liniowy (średnica mieszalnika)

V_0 – prędkość średnia liczona na pusty aparat

l_{EI} – skala długości [Lumley, 1967]

Oszacowane wartości f_u dla analizowanego zakresu Re wynoszą:

$f_{u,5000} = 5,4$ Hz, $f_{u,10000} = 11$ Hz oraz $f_{u,18000} = 20$ Hz.

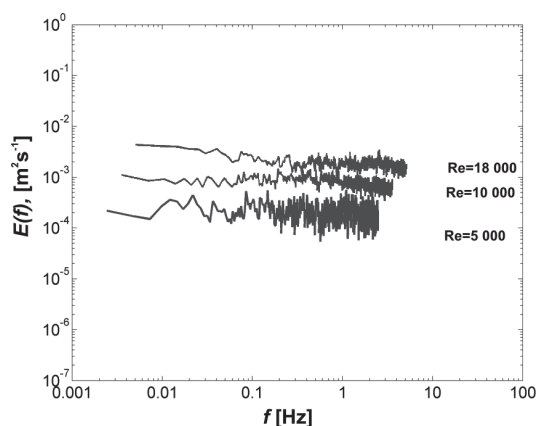
Wraz ze wzrostem liczby Re wzrastała wartość początkowej częstotliwości występowania obszaru inercyjnego.

W celu sprawdzenia wpływu liczby Re na poziom gęstości energii spektralnej (Rys. 2) wyznaczono jego wartości średnie, które wynoszą:

$1,95 \cdot 10^{-5}$ [$m^2 \cdot s^{-1}$] dla $Re = 5\ 000$

$4,8 \cdot 10^{-5}$ [$m^2 \cdot s^{-1}$] dla $Re = 10\ 000$

$1,1 \cdot 10^{-4}$ [$m^2 \cdot s^{-1}$] dla $Re = 18\ 000$



Rys. 4. Przykładowe widma energetyczne dla składowej stycznej prędkości (v_t):
 $r_2 = 0,0335$ m, $\alpha = 90^\circ$, $h = 1/2 H$

Do wyznaczania wartości średniej PSD posłużono się metodą *Welcha* – dostępną w pakiecie *Matlab* w postaci procedury *pwelch* [Osowski i in., 2006], która daje wyraźnie zmniejszoną wariację oszacowanej wartości dla sygnałów o dużej zawartości szumu. Na podstawie analizy wyników uzyskanych wartości średnich gęstości energii spektralnej zanotowano jej przyrost wraz wzrostem liczby Re , czyli poziom fluktuacji prędkości w przepływie będzie zmienił się porównywalnie.

Podobne obserwacje poczyniono dla widm otrzymanych dla składowej stycznej prędkości (v_t), zaprezentowanych na rys. 4.

Średnie wartości wyznaczone za pomocą metody *Welcha* wynoszą:

$$\begin{aligned} E(f) &= 1,07 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2 \cdot \text{s}^{-1}] & \text{dla } Re &= 5000 \\ E(f) &= 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2 \cdot \text{s}^{-1}] & \text{dla } Re &= 10000 \\ E(f) &= 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2 \cdot \text{s}^{-1}] & \text{dla } Re &= 18000 \end{aligned}$$

co potwierdza obserwację, że ze wzrostem liczby Re wzrasta wartość średnia $E(f)$. Zanotowano, że wartości średnie energii $E(f)$ składowej stycznej prędkości są wyższe od tych dla składowej osiowej. Spektrogramy energetyczne dla prędkości v_t prezentują prawie stały poziom wartości średniej $E(f)$ z szerokim zakresem zmian gęstości energii spektralnej (dla $Re = 5000$). Widma energetyczne dla tej składowej prędkości potwierdzają obserwacje uzyskane dla składowej osiowej prędkości, że wzrost wartości liczby *Reynoldsa* wpływa na zmianę poziomu energii kinetycznej fluktuacji.

W obu przypadkach (Rys. 2 i 4) na widmach tych nie zarejestrowano obecności charakterystycznego piku w zakresie niskich częstotliwości, który może być utożsamiany z obecnością w przepływie systematycznych struktur wirowych. Spektrogramy te prezentują liczne, nietrafnie oraz mniej uporządkowane wiry, trudne do zidentyfikowania.

W kolejnym kroku analizy otrzymane dane czasowe LDA opracowano przy pomocy ciągłej analizy falkowej. W celu wyznaczenia widma energetycznego zastosowano równ. [Białasiewicz, 2000; Josh i in., 2009]:

$$E(a) = \int_{-\infty}^{\infty} Wf(b,a) \overline{Wf(b,a)} db \quad (5)$$

Skala użytej falki a jest związana z częstotliwością poprzez równanie:

$$f = \frac{F_c}{aT_s} \quad (6)$$

gdzie:

F_c – częstotliwość środkowa, charakterystyczna dla danego typu falki,
 T_s – okres próbkowania analizowanego sygnału.

Używając mapowania skali do dziedziny częstotliwości (6) można zawrzeć i porównać wyniki obu transformacji CWT i FFT na jednym wykresie.

Na rys. 3 przedstawiono porównanie widm energetycznych uzyskanych z analizy falkowej i FFT. Stwierdzono uzyskanie dobrej zgodności w większości spektrum pomiędzy wynikami otrzymanymi za pomocą obu metod, przy czym fluktuacje na widmie uzyskanym z analizy falkowej są wygładzone.

Pozwoliło to lepiej zaobserwować (Rys. 3a-c) występowanie przedziału bezwładnościowego w spektrum energii, którego początkową częstotliwość wyznaczono za pomocą równ. (4).

Widma uzyskane z analizy CWT nawiązują do aktualnej wartości energii kinetycznej w jednostce czasu dla określonej falki.

Wnioski

W pracy przedstawiono analizę struktury przepływu burzliwego za pomocą analizy widmowej oraz transformacji falkowej.

Uzyskano zadowalającą zgodność pomiędzy widmami FFT i CWT (Rys. 3). Można zatem z powodzeniem stosować transformatę falkową do opisu struktury przepływu burzliwego.

Stwierdzono, że na wartości średnie PSD oraz na kształt spektrum energetycznego wpływa zmiana liczby Re , co oznacza, że szybkość zmian fluktuacji prędkości będzie zależała głównie od tej wielkości.

LITERATURA

- Adamiak I., Jaworski Z., 2001. Experimental studies of non-Newtonian liquid flows in a Kenics static mixer. *Inż. Chem. Proc.*, **22**, nr 3B, 175-180
- Białasiewicz J. T., 2000. *Falki i aproksymacje*. WNT, Warszawa
- Elsner W., 1987. *Turbulencja przepływów*. PWN, Warszawa
- Hunt J.C.R., 2001. *Dynamics and statistics of vortical eddies in turbulence* [in:] Hunt J.C.R., Vassilicos J. C. (Eds). *Turbulence structure and vortex dynamics* Cambridge University Press, Cambridge
- Jaworski Z., Murasiewicz H., 2012. *Numerical and experimental studies of liquid-liquid mixing in a Kenics static mixer* [in:] Proceedings of 14th European Conferences on Mixing, Warszawa, 10-13 wrzesień, 2012, 181-186
- Josh J.B., Tabib M.V., Deshpand S.S., Mathpat C.S., 2009. Dynamics of flow structures and transport phenomena, 1. Experimental and numerical techniques for identification and energy content of flow structures. *Ind. Eng. Chem. Res.*, **48**, 8244–8284. DOI: 10.1021/ie8012506
- Lumley J., 1967. *The structure of inhomogeneous turbulent flows*. [in:] Yaglam A.M., Tatarsky V.I. (Eds), Proceedings of the International Colloquium on the Fine Scale Structure of the Atmosphere and its Influence on Radio Wave Propagation. Doklady Akademii Nauk SSSR, Moscow, Nauka, 1967, **16**, 166-178
- Mathieu J., Scott J., 2000. *An introduction to turbulent flow*. Cambridge University Press, Cambridge
- Murasiewicz H., Jaworski Z., 2010. LES and URANS modelling of turbulent liquid-liquid flow in a static mixer: Turbulent kinetic energy and turbulence dissipation rate. *Chemical Papers*, **64**, nr 2, 182-192. DOI: 10.2478/s11696-009-0106-7
- Osowski S., Cichocki A., Siwek K., 2006. *MATLAB w zastosowaniu do obliczeń obwodowych i przetwarzaniu sygnałów*. OWPW, Warszawa
- Paul E.L., Atiemo-Obeng V.A., Kresta S.M. (Eds) 2004. *Handbook of industrial mixing: science and practice*. Hoboken, Wiley-Interscience
- Pope S., 2000. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, Cambridge

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2010-2012 jako projekt badawczy promotorski N N209 200238.