

WYBRANE ZAGADNIENIA DYNAMIKI KOLEI DUŻYCH PRĘDKOŚCI, PRZEGLĄD BADAŃ DOTYCZĄCYCH TORU¹

Roman Bogacz

Prof. dr hab. inż., Politechnika Krakowska, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków, Katedra Infrastruktury Transportu Szynowego i Lotniczego. Politechnika Warszawska, Wydział SiMR, Instytut Pojazdów, e-mail: rbo-gacz@ippt.gov.pl

Włodzimierz Czyczula

Prof. dr hab. inż., Politechnika Krakowska, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków, Katedra Infrastruktury Transportu Szynowego i Lotniczego, tel.: (12) 6282358, e-mail: czyczula@pk.edu.pl

Streszczenie. *Artykuł poświęcony jest przeglądowi zjawisk, które powinny zainteresować ekspertów oraz inżynierów i kadre menadżerską kolei dużych prędkości. Zjawiska dynamiczne występujące w oddziaływaniu pojazdów szynowych dużych prędkości z torem są złożone i z tego względu znane jedynie niewielu z ww. W pracy zasygnalizowane zostały wybrane wyniki badań eksperymentalnych przeprowadzone na rzeczywistym układzie pojazd-tor oraz wyniki badań teoretycznych i numerycznych. Wyniki analizy wskazują na duże znaczenie znajomości tych zjawisk, gdyż mają one wpływ na bezpieczeństwo i komfort podróży oraz koszty utrzymania linii kolejowych a w szczególności linii dużych prędkości.*

Słowa kluczowe: *dynamika, koleje dużych prędkości, oddziaływanie pojazdu szynowego z torem*

1. Wstęp

Eksploatacja budowanych torów i pojazdów w warunkach zwiększonych wymagań użytkowych, związanych ze wzrostem prędkości, obciążenia, zmusza do uwzględnienia efektów dynamicznych oddziaływania pojazd szynowy – tor w zakresie wyższych częstotliwości. Wzrost prędkości jazdy pojazdów oraz wykorzystywanie nowych technologii wymaga uwzględniania różnorodnych zjawisk dynamicznych.

Jednym z ważnych elementów są obowiązujące jeszcze przepisy bezpieczeństwa oparte na kryterium relacji sił Y/Q , które wynikają z zależności statycznych w układzie koło-szyna [1]. Rozpowszechnienie faktów związanych z wynikami badań dynamicznych dotyczących procesów wykolejenia jest zarówno ważne jak i niezbędne [2-4]. Kryteria Y/Q szeroko stosowane w kolejnictwie są dotychczas jednym z najważniejszych kryteriów systemu bezpieczeństwa pojazdów szynowych.

¹ Wkład procentowy poszczególnych autorów: Bogacz R. 50%, Czyczula W. 50%.

Innym zagadnieniem, na które do niedawna był brak jednolitego poglądu, jest problem poprawnego doboru twardości układu koło/szyna, ze względu na minimalizację zużycia kół i szyn kolejowych, a także wpływu twardości kół na degradacje toru. Fakt ten był przedmiotem dyskusji, która odbyła się podczas Konferencji zorganizowanej w Zakopanem w 2011 roku „Nowoczesne Technologie i Systemy Zarządzania w Kolejnictwie”. Wykazano wówczas, że koła produkowane przez Amsted Rail, tzw. „koła Griffin’a” pomimo wyższej twardości nie zniszczą bardziej szyn (torów) PLK aniżeli europejskie koła niższej twardości używane w kraju, a nawet zmniejszają zużycie kół i szyn i to ponad trzykrotnie. Wyniki badań eksperymentalnych podane zostały w pracy [5].

Następnym błędnym poglądem, który można znaleźć w podręcznikach dotyczących kolejnictwa, jest nadal powszechne mniemanie, że zagadnienia dynamiczne są trudne do analizy, więc można zagadnienie uprościć przyjmując, że nadwyżka dynamiczna wynosi 15-25% obciążenia statycznego. Zatem wystarczy ograniczyć analizę do statyki. Niekiedy przyjmowano nadwyżkę dynamiczną w wysokości 30% obciążenia statycznego. Dopiero umożliwienie pomiarów szybkozmiennych pozwoliło na potwierdzenie doświadczalnej analizy teoretycznej, z której wynikało, że nadwyżka dynamiczna w przypadku okresowego rozkładu podkładów podpierających szyny klasycznym węzłem przytwierdzenia - nadwyżka może być nawet ośmiokrotnie większa od statycznej [6].

Wymienimy jeszcze kilka zjawisk, których inżynierowie kolejnictwa nie znają dotychczas dostatecznie dobrze. Należą do nich faliste zużycie szyn, określane jako korugacje i fale poślizgowe. Tęgo typu nierównomierne zużycie szyn nie było praktycznie rozpoznane w kraju jeszcze w latach 80-tych ubiegłego wieku. Niektórzy badacze znali zjawisko falistości szyn z literatury i sądzili, że występuje ono tylko w Europie Zachodniej. Zjawisko zostało już częściowo poznane, ale przyczyny powstawania i rozwoju są nadal w pełni nieznane [7]. Warto zauważyć, że usuwanie korugacji przez specjalistyczne szlifowanie jest zabiegiem kosztownym. Podobne zjawisko występuje na kołach. Jest ono w naturalny sposób usuwane przez hamulce klockowe lub przetaczanie. Tu możemy dodać, że po szlifowaniu pozostaje okresowy rozkład naprężeń własnych w szynach, co powoduje znacznie szybszy rozwój falistości, aniżeli w szynach nowych. Podobne, a nawet większe problemy stwarzają fale o większej długości na powierzchniach tocnych kół, nazywane poligonizacją [8, 9].

Do zrozumienia zjawisk powstawania wyżej opisanych nierówności potrzebna jest m.in. podstawowa wiedza dotycząca propagacji fal w ośrodkach ciągłych. Znajomość propagacji fal biegnących w ośrodkach dyspersyjnych generowanych przez ruchome źródła [10] oraz przez ruchome i oscylujące źródła generujące fale z uwzględnieniem prędkości grupowej tych fal [11], pozwala na wyjaśnienie zachodzących zjawisk w strukturach ciągłych nieograniczonych. Jeżeli jednak uwzględnimy ponad to przestrzenną okresowość struktury, w której propagują się fale, są to: okresowe podparcie szyn lub torów, (estakady), okresowość kół i cykliczność, taka wiedza umożliwi określenie parametrów zapewniających istnienie pasm za-

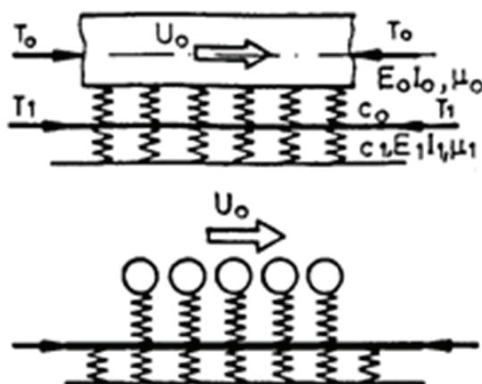
nikania lub eliminację pasm przenoszenia badanej struktury periodycznej [12, 13]. Wybrane aspekty wyżej omawianych zagadnień przedstawimy w niniejszej pracy.

2. Modelowanie w badaniach teoretycznych

Aby opisać globalne oddziaływanie układu pojazd-tor możemy założyć, że rozważany układ jest nieskończony. Zanedbujemy wówczas oddziaływanie początku i końca pociągu, co możemy częściowo oszacować badając obciążenie rozłożone na danym odcinku wykorzystując superpozycję funkcji Heviside'a w rozwiązaniu uzyskanym w sposób, który podany został w pracy [10]. Problem stateczności ruchu układów nieskończonej długości podano m.in. w [14].

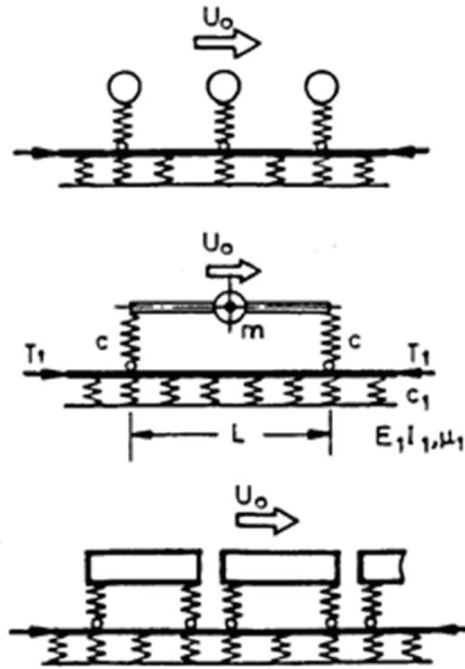
Proponowany sposób modelowania jest wprawdzie uproszczony, gdyż nie uwzględnia sprzężeń – poprzeczno-wzdłużnych, ale umożliwia uwzględnienie zagadnienia nieliniowości oddziaływania oraz jej wpływ na parametry krytyczne rozważanych układów [14].

Odmienne, dyskretny sposób modelowania układu pojazd szynowy – tor został przedstawiony na rysunku 2. Pomimo uproszczenia związanego z przyjęciem belki o nieskończonej długości uwzględnia się zaburzenia (fale) wywołane przez inne oscylatory lub inne punkty oddziaływania oscylatora dwupunktowego modelującego np. wózek.



Rys. 1. Nieskończony układ belki i gęsto rozłożonych oscylatorów oddziałujący z belką na sprężystym podłożu (przypadek pionowy)

Ten sposób modelowania wymaga poprawnego rozwiązania uogólnionego zagadnienia Mathews'a, dotyczącego oddziaływania ruchomego oscylującego obciążenia skupionego na układ ciągły z uwzględnieniem lub bez uwzględnienia okresowej struktury toru. Tak sformułowane zagadnienie z wykorzystaniem techniki podanej w [11-13] zostało przedstawione w pracy [15]. Szczegółową analizę stateczności w przypadku układu nieliniowego przedstawionego na rysunku 2 podano m.in. w pracy [16].



Rys. 2. Nieskończone układy modelujące dyskretne oddziaływanie układu toru z pojazdem (oddziaływanie pionowe)

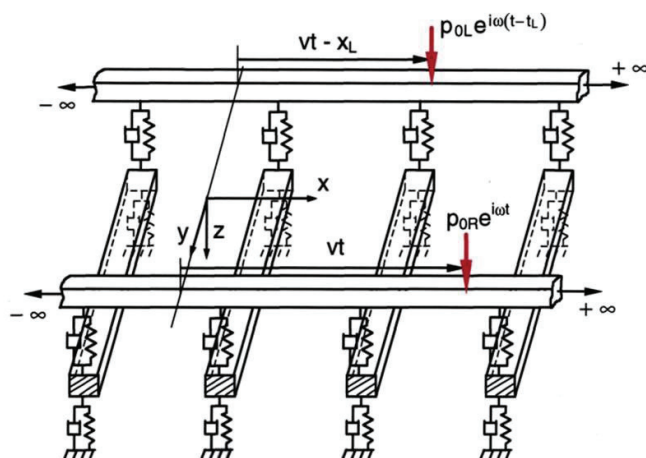
Przypadek modelowania toru dwoma belkami oddziałującymi z okresowo ułożonymi podkładami wymuszonymi ruchomymi, oscylującymi siłami z przesunięciem fazowym został przedstawiony na rysunku 3. Modelowanie układu z uwzględnieniem okresowego rozkładu w przestrzeni wymaga analitycznego uzyskania rozwiązania z zastosowaniem teorii Floquet'a, a następnie rozwiązanie zagadnienia poszukując rozwiązania w postaci całkowej o postaci:

$$W(X, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(X, \lambda) \exp[i\lambda(X - V\tau) + i\Omega\tau] d\lambda. \quad (1)$$

gdzie:

- W - przemieszczenie,
- X - zmienna przestrzenna,
- λ - zespolona liczba falowa,
- Ω - bezwymiarowa częstość,
- τ - bezwymiarowy czas,
- i - urojona jednostka.

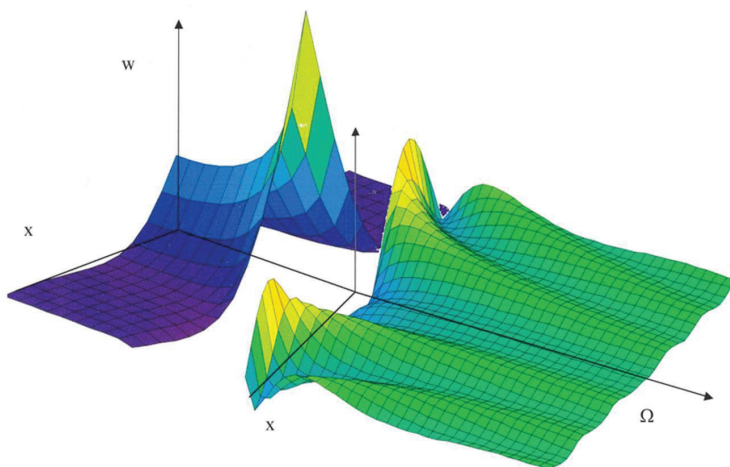
Dodatkowe utrudnienie powoduje uwzględnienie podatności podkładów. Upraszczając zagadnienie i rozważając problem pojedynczej, okresowo podpartej belki możemy analizować propagację zaburzeń w szynie przed poruszającą się i oscylującą siłą oraz za źródłem zaburzeń.



Rys. 3. Modelowanie toru, jako układy dwóch okresowo podpartych belek z uwzględnieniem ruchomego oscylującego obciążenia z przesunięciem fazowym.

3. Wybrane wyniki badań

Na rysunku 4 możemy zobaczyć przemieszczenia belki na sprężystym podłożu modelującym szynę lub tor w zależności od odległości od źródła zaburzeń i częstotliwości $W(x, \Omega)$.

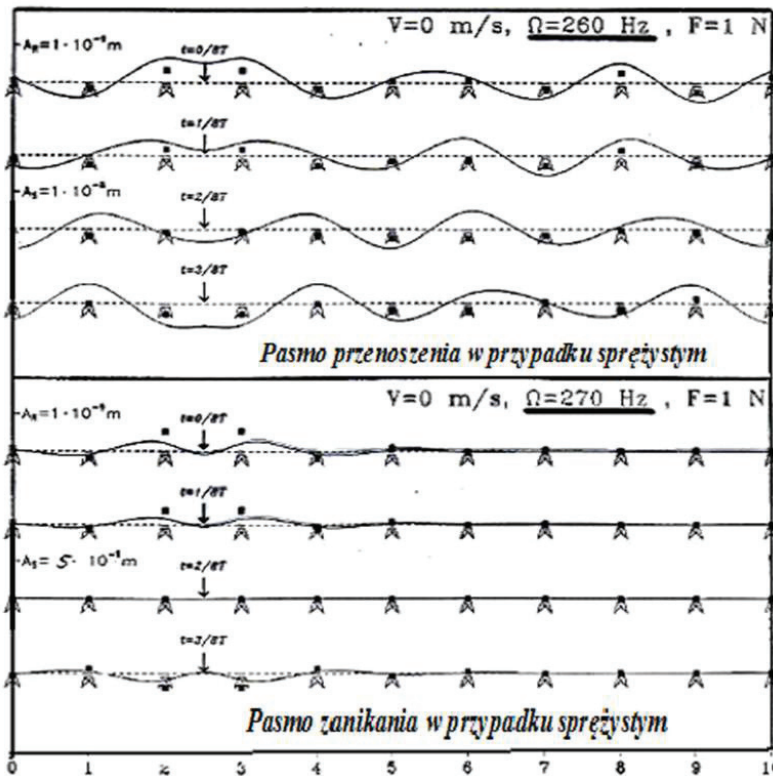


Rys 4. Przemieszczenia belki na sprężystym podłożu w funkcji odległości od źródła i częstotliwości

Na rysunku tym widzimy, że w przypadku braku tłumienia, przemieszczenia również zanikają w miarę wzrostu odległości od źródła harmonicznego wymuszenia tworząc zanikającą falę stojącą.

Jednak w przypadku wymuszenia o częstotliwości większej od częstotliwości drgań własnych wzbudzone są fale biegnące od źródła, które nie zanikają. Wraz z dalszym

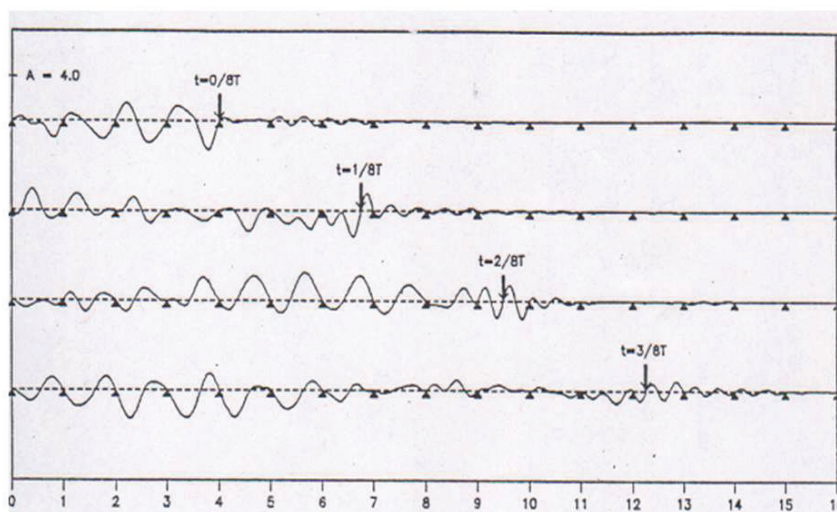
wzrostem częstości maleje amplituda tych fal i ich długość. Ilustracje pasm przenoszenia i pasm zanikania w torze wymuszonym siłą oscylującą pomiędzy podkładami podajemy na rys. 5. Przypadek zanikania fal w układzie idealnie sprężystym otrzymujemy również w przypadku układu okresowego w przestrzeni. Efekt podobny do silnego tłumienia z dyssypacją energii powodujemy przy zadanej przestrzennej okresowości w zakresie częstotliwości, którą nazywamy *pasmem zanikania*. Przykład propagacji zaburzeń w pasmach zanikania i pasmach przenoszenia przedstawiamy na rysunku 5. Nadmienimy, że w przypadku struktury okresowej idealnie sprężystej, struktura okresowa nie stanowi przeszkody propagującym się falom. Fale nie zanikają. W analizowanym przypadku różnica częstotliwości wynosi 10 Hz, ale podobna jakościowa różnica propagacji zaburzeń może wystąpić przy znacznie mniejszej różnicy częstotliwości. Istotne jest tylko to, aby pomiędzy obu częstotliwościami wymuszenia znajdowała się granica między pasmem przenoszenia i pasmem zanikania. W realnym torze przypadek pasma przenoszenia jest niekorzystny. Zaburzenia generowane przez każdy zestaw kołowy oddziałują wówczas znacznie intensywniej na sąsiadujące zestawy pojazdu szynowego, a także na wiele więcej węzłów przytwierdzenia aniżeli w paśmie zanikania. Aby przeciwdziałać niekorzystnym zjawiskom występującym w układach o strukturze okresowej stosuje się efekt odstroięcia „mistuning”.



Rys. 5. Pasma przenoszenia i pasmo zanikania w okresowej strukturze toru wymuszonego oscylującą siłą. Przemieszczenia szyn w kolejnych chwilach czasu: $t=0$, $T/8$, $T/4$ i $3T/8$

Przemieszczenia szyny w przypadku ruchomego oscylującego obciążenia w poszczególnych chwilach oscylacji o okresie T podano na rysunku 6. Są to chwile $t=0, T/8, T/4$ i $3T/8$. Możemy zauważyć znacznie mniejsze przemieszczenia przed źródłem zaburzeń aniżeli za nim. Jest to związane z faktem, że z uwagi na efekt Dopplera struktura przed źródłem ma inną długość komórki aniżeli za poruszającym się źródłem. Można lepiej zrozumieć rozważane zjawisko badając przemieszczenia w paśmie przenoszenia i paśmie zanikania.

Efekt Dopplera powoduje, że poruszając się w kierunku źródła fali odbieramy falę jako krótszą od rzeczywistej, a oddalając się od źródła jako dłuższą od niej. Podobne zjawisko występuje w przypadku ruchu wzdłuż struktury okresowej. Okres struktury przed źródłem wydaje się krótszy anieli w rzeczywistości, a za źródłem dłuższy.



Rys 6. Przemieszczenia szyny w przypadku ruchomego oscylującego obciążenia w chwilach $t=0, T/8, T/4$ i $3T/8$

Poza tym istotną kwestią wpływającą na zmniejszenie amplitudy przed źródłem zaburzeń jest prędkość transportu energii określona przez prędkość grupową fali w danej strukturze, określoną zależnością:

$$V_{gr} = d\omega/dk \quad (2)$$

gdzie:

ω – częstość,

k – liczba falowa.

Wyjaśnimy ten fakt na przykładzie belki na sprężystym podłożu.

Rozważmy równanie ruchu najbardziej uproszczonego modelu belki – belkę Bernoulli'ego-Eulera na sprężystym podłożu:

$$EI w_{,xxxx} + \rho w_{,tt} + c w = P \delta(x - Vt) \quad (3)$$

gdzie:

EJ - sztywność,

ρ - gęstość masy,

c - stała sprężystości podłoża,

P - wartość siły poprzecznej,

δ -funkcja Diraca,

x - współrzędna przestrzenna,

V - prędkość ruchu siły

t - czas.

Spełniając równanie (3) rozwiązaniem o postaci fali bieżącej, otrzymamy następującą zależność $V = f(k)$:

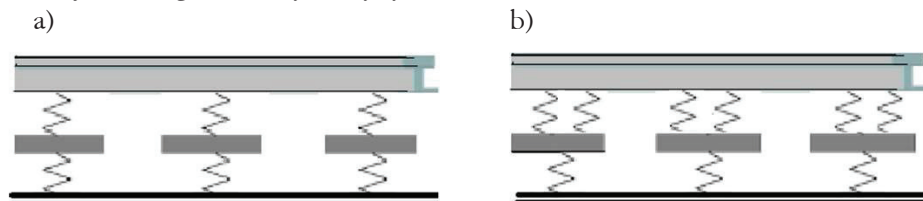
$$EI k^4 - \rho k^2 V^2 + c = 0 \quad (4)$$

Ilustracja zależności (2) oraz (4) może być przedstawiona wykreślnie. Wykres taki podano m.in. w pracy [17].

Jak wynika z relacji pomiędzy prędkością fazową i prędkością grupową przy zadanej liczbie falowej danej zależnościami (2) i (4) w przypadku prędkości ruchu V_i siły P , otrzymujemy dwie lub cztery rzeczywiste liczby falowe np.: długości fal określonych liczbami falowymi k_1 i k_2 . Długość fali związana jest z liczbą falową zależnością: $\lambda = 2\pi/k$. Ze względu na fakt, że w przypadku fali o liczbie falowej k_1 prędkość grupowa jest mniejsza od prędkości fazowej fali. Wynika z tego, że ta fala dłuższa rozprzestrzenia się za siłą, a krótsza, której prędkość grupowa jest większa od prędkości fazowej rozprzestrzenia się przed siłą. Moment zginający przed obciążeniem jest taki sam jak za obciążeniem, zatem amplituda fali krótszej (przed źródłem) musi być mniejsza. Tłumaczy to też przebiegi ilustrowane na rys. 6.

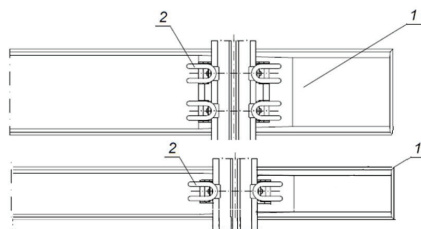
4. Zagadnienie dynamiki toru prostego z podkładami klasycznymi innego typu i podkładami stalowymi typu „Y”

Badając cechy dynamiczne tego typu układów można zauważyć brak danych dotyczących pomiaru parametru charakteryzującego sztywność węzła przytwierdzenia na obrót w płaszczyźnie XZ. Symulacje przeprowadzane z wykorzystaniem parametrów węzła innego typu nie są w tym przypadku miarodajne, gdyż zaniżają one częstotści drgań własnych szyny.



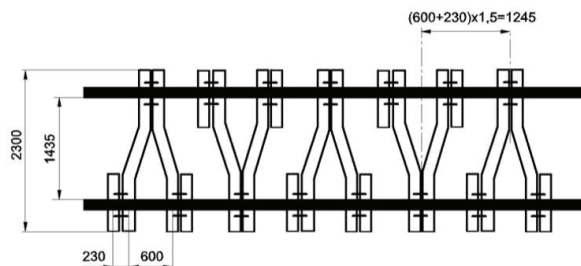
Rys. 7. Schematy modelu toru z szyną przytwierdzoną klasycznie (a) i z węzłem sprężystym przytwierdzenia o dużym momencie gnącym szynę (b)

Uwzględnienie momentu zginającego szynę w węźle sprężystego przytwierdzenia jest wskazane w przypadku odpowiedniej jego konstrukcji oraz dużego momentu bezwładności podkładu I_{yy} lub dużej powierzchni oddziaływania podkładu z podsypką, co zwiększa moment oporu na obrót względem osi Y , podobnie jak w przypadku podkładów typu „Y”.

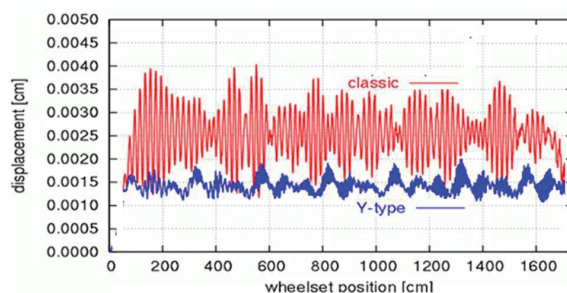


Rys. 8. Porównanie podkładów z pojedynczym i podwójnym węzłem przytwierdzenia.

W przypadku toru z podkładami typu „Y” wykorzystujemy przesunięcie fazowe w oddziaływaniu z drugą szyną, co działa w dużym stopniu przeciw synchronizacji przemieszczeń w obu szynach pomimo takiej samej częstości podstawowego okresu drgań. Wykażemy, że dzięki przerwom w naprzemiennym oddziaływaniu podkładów typu „Y” osiągamy zaburzenie dwuokresowego charakteru wymuszenia kinematycznego zależnego od prędkości jazdy i momentu bezwładności zestawu kołowego, co jest pozytywne z dynamicznego punktu widzenia. Wyniki badań podane zostały w kilku publikacjach m. in. w pracy [18].



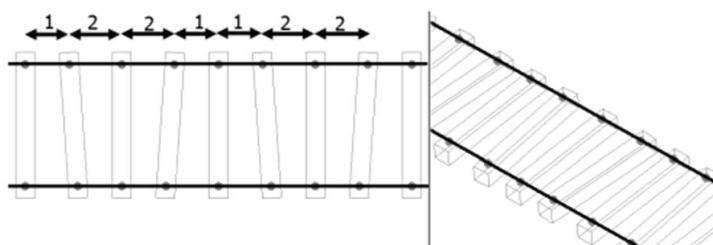
Rys. 9. Schemat stalowego podkładu typu „Y”



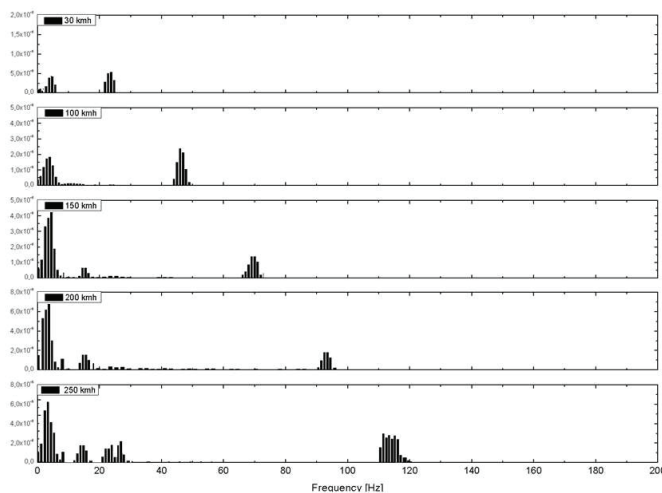
Rys. 10. Porównanie ugięć szyny mocowanej do podkładu klasycznego i podkładu typu „Y” w odległości 120 cm przed zestawem kołowym, [18]

Z wyżej podanych wyników badań można wywnioskować, że pozytywne cechy podkładów typu „Y” można uzyskać stosując je na szlakach o średnich prędkościach, co uwarunkowane jest decyzjami administracyjnymi. Z porównania przemieszczeń szyn podanego na rysunku 10, przy prędkości 40 m/sek (120 cm przed źródłem obciążenia), jak i z dokonanych pomiarów wynikają istotne zalety tego typu podkładów. Inne metody odstrojenia osiągamy stosując prawie proste podkłady ułożone pod określonymi kątami do szyn (rys. 11) lub proste podkłady prostopadłe do szyn ułożone dwukresowo, trójkresowo lub stochastycznie.

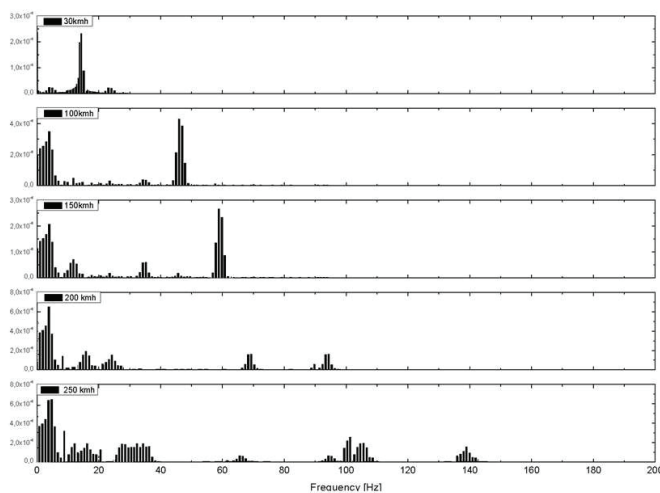
Na rysunku 11 przedstawiono przypadek toru, w którym co drugi podkład jest prostopadły do szyn, a pomiędzy nimi układamy podkłady skrócone naprzemiennie w kierunku dodatnim i ujemnym. Poza skróceniem możemy zaburzyć odległości pomiędzy poszczególnymi podkładami przyjmując dodatkowo różne odległości pomiędzy prostopadłymi podkładami. W przypadku przyjęcia tylko obrotu co drugiego podkładu np. odległość „1” przyjmujemy równą 57,5 cm a odległość „2” równą 65 cm, otrzymamy zaburzenie częstotliwości wzbudzonych drgań podanej na rysunku 13.



Rys. 11. Ułożenie podkładów z zaburzeniem prostopadłości do szyny i odległości



Rys. 12. Rozkład częstotliwości FFT podczas przejazdu po torze z podkładami klasycznymi z prędkością 30, 100, 150, 200 i 250 km/godz.



Rys. 13. Rozkład częstotliwości FFT podczas przejazdu po torze z podkładami ilustrowanymi na rys. 11 z prędkością 30, 100, 150, 200 i 250 km/godz.

Z rozkładów przedstawionych na rysunku 13 widać, że w przypadku niskich prędkości przejazdu zaburzenie ułożenia podkładów ma nieistotny wpływ na zaburzenie częstotliwości wzbudzanych drgań, podczas gdy przy wysokich prędkościach jazdy (200 i 250 km/godz.) zaburzenie jest istotne.

5. Faliste użycie szyn w łukach. Fale poślizgowe

Mając na uwadze dynamiczne oddziaływanie koła z szyną o zużyciu falistym zwanym falami poślizgowymi występującym w torach zakrzywionych na odciążonej szynie wykorzystano wyznaczone uprzednio parametry kół do oceny zależności przeciążeń dynamicznych (mających wpływ na degradację toru), analizując wymienione uprzednio rodzaje kół. Podane w [19, 20] wyniki symulacji wskazują, że nawet przy małej amplitudzie korugacji (0,030 mm) i małej prędkości (50 km/godz.) następuje istotny, wynoszący ponad 100% wzrost dynamicznych sił kontaktowych. Maksymalny wzrost sił występuje w przypadku miękkich kół monoblokowych, kuto-walcowanych UIC.

W celu wykazania istotnych przyczyn generowania i rozwoju korugacji dokonano badań symulacyjnych układu koło – szyna, wykazując, że nawet w przypadku niewielkiej amplitudy fali sięgającej 0,010 mm oraz niewielkiej prędkości jazdy wynoszącej 50 km/godz. następuje odrywanie się koła od szyny, czego następstwem jest uderzenie – a więc dynamiczny proces, który został zilustrowany w pracy [20].

Metoda ograniczenia drgań samowzbudnych wywołanych tarcie zostało wykazane zarówno teoretycznie, m. in. w [21] jak i symulacyjnie i doświadczalnie np. [22, 23].

W pracy tej wykazano, że z pomocą dodatkowego wymuszenia można w istotny sposób obniżyć amplitudę drgań samowzbudnych generowanych tarciami. Nad zastosowaniem tej metody do ograniczenia rozwoju fal poślizgowych (korugacji powstających na odciążonej szynie w łukach) trwają nadal intensywne prace badawcze.

6. Podsumowanie

W pracy przedstawiony został przegląd i krótki opis z podaniem literatury dotyczącej istotnych zjawisk, które powinny być znane ekspertom i kadrze inżynierskiej zajmującej się tematyką transportu szynowego, a w szczególności pojazdów dużej prędkości. Zjawiska dynamiczne związane z oddziaływaniem pojazdów szynowych dużej prędkości z torem są złożone i prawdopodobnie z tego względu powszechnie nieznanne. W pracy zasygnalizowane zostały wybrane wyniki badań teoretycznych, numerycznych i eksperymentalnych, przeprowadzone na obiekcie rzeczywistym lub symulującym układ pojazd-tor [24]. Uwzględniając fakt, że temat poprawnego doboru twardości układu koło/szyna pod kątem minimalizacji zużycia kół i szyn kolejowych, wpływu twardości kół na degradację toru [25] i zagadnień pokrewnych budził zainteresowanie podczas dyskusji na konferencjach oraz spotkaniach naukowych i branżowych pracę zaopatrzone w poszerzony przegląd literatury.

Badania dofinansowanie przez NCN

Literatura

- [1] Elkins J.A., Carter A., Testing and analysis techniques for safety assessment of rail vehicle4s. *Vehicle System Dynamics*. 1993 No.2, pp.185-208.
- [2] Bogacz R, Frishmuth, K., Meinke P., Stefanidis J., *Zur Stabilitaet des Spurkranzlaufs*, Innotrans, BahnBau, Berlin 2002, CD.
- [3] Bogacz R., Meinke P., On evaluation of wheel sets and railway track quality. *Scientific papers of Vehicle Institute, Warsaw Univ. of Technol.* 1(60)/2006. pp.15-20.
- [4] Matej J., *Modelling and Computer Simulations of Bimodal Cars in Terms of Their Proneness to Derailment*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, *Mechanika* 2010, z.234.
- [5] Bogacz R., *O dynamicznym oddziaływaniu i zużyciu układu koło-szyna*. *Nowoczesne Technologie i Systemy Zarządzania w Kolejnictwie*, Zakopane 2011, pp. 43-54.

- [6] Bogacz R., Recent Investigations in Dynamics of Continuous Systems Subjected to Moving Load. *Vibration in Physical Systems*. Vol. XXIII. Poznań, 2008, pp.35-47.
- [7] Bogacz R., Frischmuth K., On some new aspects of contact dynamics with application in railway engineering. *J. Theor.and Appl. Mech.*, 50.1, Warsaw 2012, pp. 119-129.
- [8] Bogacz R., Kocjan M., Kurnik W., Modeling and analysis of wave propagation in railway wheel rims. *Machine Dynamics Problems* Vol.30.1. 2006, pp.33-42.
- [9] Bogacz R., Dzuła S., Dynamic model of rolling non-symmetric wheel vibration, (in Polish) *Scientific Papers, Radom Univ. of Technol.*,1(17)2003, pp.39-46.
- [10] Bogacz R., On dynamics and stability of continuous systems subjected to distributed moving load, *Ing. Archiv*. 1983, pp. 243-25.
- [11] Bogacz R., Krzyżyński T., Popp K., On the generalization of Mathews problem of the vibration of a beam on elastic foundation, *Z. angew. Math. Mech.* 69 (1989) 8, pp. 243-252.
- [12] Bogacz R., Krzyżyński T., Popp K., Application of Floquet's theorem to high-speed train/track dynamics, *DSC-vol.56/DE/vol.86*, Advanced automotive technologies, ASME Congress 1995, pp. 55-61.
- [13] Bogacz R., Krzyżyński T., Popp K., Wave propagation in two dynamically coupled periodic systems, *Proc. International Symposium on Dynamic of Continua*, Bad Honnef, Shaker Verlag 1998, pp. 55-64.
- [14] Bogacz R., Popp K., Dynamics and stability of train-track-systems, *Proc. of the 2nd Intern. Conf. on Recent Advances in Structural Dynamics*, Southampton 1984, pp. 711-726.
- [15] Bogacz R., Krzyżyński T., Popp K., On the application of a generalized Mathews problem to the stability analysis of hybrid transportation systems, in: *Dynamical Problems in Mechanical Systems*, Proc., R. Bogacz and K. Popp (eds.), Warsaw 1989, pp. 63-74.
- [16] Bogacz R., On stability of interaction between continuous and lumped systems in stationary relative motion, in: *Stability in the Mechanics of Continua*, Schroeder F. H. (ed.), *Proc. of IUTAM Symposium*, Numbrecht, 1981, pp. 57-69.
- [17] R. Bogacz, W. Czyczuła and R. Konowrocki, Influence of sleepers shape and fastening system on wheel-rail contact dynamics. *ICDyn 2013* , Sevimbra K08, 8p.
- [18] Bajer C., Bogacz R., Tokaj P., Dynamics of classic and "Y-shaped" track. in: *Simulation in R&D*. Ed. A. Grzyb and A. Tylikowski, Krakow University of Technology 2004. pp.17-26.
- [19] Czyczuła W., Bogacz R., Evaluation of interaction of freight car cast and forged steel wheels on track and rails. *Modern Technologies and Systems Increasing the Efficiency of Managing Railway Transport*. Kraków 2010. pp. 99- 109.

-
- [20] Bogacz R., Kowalska Z., Computer simulation of the interaction between a wheel and a corrugated rail, *Eur. J. Mech. A/Solids* 20, 2001, pp. 673-684.
- [21] Bogacz R., Frischmuth K., On some new aspects of contact dynamics with application in railway engineering. *J. Theor. and Appl. Mech.*, 50.1, Warsaw 2012, pp.119-130.
- [22] Bogacz R., Ryczek B., Frictional Phenomena in dynamical systems with external excitation, *Meccanica - International Journal of the Italian Association and applied Mechanics*, Kluwer Ac. Press, 2003, pp.711-717.
- [23] Konowrocki R., Bogacz R., Numerical analysis of vibration in a brake system for high speed train. *Vibrations In Physical Systems*, Vol. XXV:235-240, Editors: Cz. Cempel, M. W. Dobry, Poznań 2012, ISBN 978-83-89333-43-8.
- [24] Bogacz R., Meinke P., On evaluation of wheel sets and railway track quality. *Scientific papers of Vehicle Institute, Warsaw Univ. of Technol.* 1(60)/2006. pp.15-20.
- [25] Lonsdale C., Bogacz R., Norton M., Application of Pressure Poured Cast Wheel Technology for European Freight Service. *Proc. of World Congress Railway Research. Lille*, 2011, pp. 23, 60.