Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej Nr 52

IV Konferencja

eTechnologie w Kształceniu Inżynierów eTEE'2017

Politechnika Gdańska, 27-28 kwietnia 2017

EFEKTY UCZENIA SIĘ Z MATEMATYKI W UJĘCIU TECHNOLOGII INFORMACYJNO-KOMUNIKACYJNEJ (ICT)

Dorota KRAWCZYK-STAŃDO, Jacek STAŃDO

Politechnika Łódzka, Centrum Nauczania Matematyki i Fizyki
e-mail krawczyk@p.lodz.pl, jacek.stando@p.lodz.pl

Streszczenie: W pracy zostaną przedstawione przykłady efektów uczenia się z matematyki oraz porównanie pomiaru ich osiągnięcia z użyciem lub bez użycia technologii informacyjno-komunikacyjnej.

Słowa kluczowe: efekty uczenia się, technologie informacyjno-komunikacyjne, Proces Boloński.

1. WSTĘP

W roku w 1999 r. rozpoczęto proces budowy Europejskiego Obszaru Szkolnictwa Wyższego (tzw. Proces Boloński). Wprowadza on zasadniczą zmianę w rozumieniu celów procesu dydaktycznego.

Budowa programów studiów opiera się na efektach uczenia się. Taki model pozwala na porównywalność systemów kształcenia oraz uznawania stopni i dyplomów wydawanych przez różne kraje i uczelnie.

W Procesie Bolońskim położono także duży nacisk na kompetencje.

Jednym z głównych priorytetów we wdrażaniu Procesu Bolońskiego na lata 2015-2018 jest podnoszenie jakości i przydatności uczenia się. W tym kontekście należy dostrzec rolę technologii informacyjno-komunikacyjnej w podnoszeniu jakości uczenia się.

Cele i efekty uczenia się

CELE UCZENIA SIĘ opisują jakie zmiany chcemy dokonać w trakcie procesu nauczania.

EFEKTY UCZENIA SIĘ opisują to, co uczeń powinien wiedzieć, rozumieć oraz umieć po zakończeniu procesu uczenia się.

Podstawowy podział efektów uczenia się:

- Wiedza (W)
- Umiejętności (U)
- Kompetencje (K)

Efekty uczenia się powinny spełniać następujące kryteria:

- Realne do danego poziomu nauczania
- Osiągnięte
- Zmierzone
- Udokumentowane
- Mające przełożenie na zapotrzebowanie rynku pracy

Do każdego efektu uczenia się można przypisać jego poziom osiągnięcia:

- Poziom A- minimalny efekt uczenia się
- Poziom B- ogólny efekt uczenia się
- Poziom C- kreatywny efekt uczenia się

(opracowanie własne) [1].

Nauczyciel akademicki tworząc zbiór efektów kształcenia dla danego przedmiotu musi uwzględniać taksonomię celów kształcenia. Najbardziej znaną i stosowaną w praktyce jest taksonomia Blooma (1956), [2, 3].

Taksonomia zakłada trzy sfery celów: poznawczą, psychomotoryczną i emocjonalną.

W odniesieniu do sfery poznawczej mamy następującą hierarchię:

- Wiedza
- Zrozumienie
- Zastosowanie
- Analiza
- synteza
- Ocena

Bloom, 1956 r.

W szkolnictwie na poziomie K-12 od wielu lat funkcjonowała tzw. taksonomia Niemierki [4]:

- (A) zapamiętanie
- (B) zrozumienie
- (C) stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych,
- (D) stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych

2. EFEKTY UCZENIA SIĘ A TECHNOLOGIE INFORMACYJNO-KOMUNIKACYJNE

Istotnym elementem procesu uczenia się nie jest tylko przyswajanie przez studentów pewnych schematów i powtarzalnych metod ale twórcze i innowacyjne rozwiazywanie stawianych problemów.

Dostępne technologie informacyjno-komunikacyjne pozwalają rozwiązać wiele stawianych problemów czy hipotez, [5]. Nie chodzi tu o oprogramowanie, które za nas rozwiąże zadanie. Student powinien sam dokonywać wyboru metody rozwiązania problemu oraz doboru odpowiednich narzędzi.

Technologie informacyjno-komunikacyjne w procesie nauczania matematyki mogą pełnić następujące role:

- wspomagać proces nauczania
- tworzyć część procesu nauczania [6].

Zatem tworząc efekty uczenia się z matematyki powinniśmy uwzględniać stosowanie technologii informacyjno-komunikacyjnych w celu ich osiągniecia. Osiągnięty efekt uczenia się może być zmierzony przez wykonanie zadania lub zestawu zadań.

Osiągnięcie efektu kształcenia powinno mieć także przełożenie na ocenę studenta, czyli na jakim poziomie efekt został osiągnięty, rys. 1.

Rys. 1. Schemat (opracowanie własne)

Opis przykładowych szczegółowych efektów uczenia się z podziałem na poziom ich osiągania.

Dowodzi twierdzenia z wartościami własnymi	A	Udowodnij, że jeśli λ jest wartością własną macierzy A, to λ jest wartością własną macierzy A^T.
	B	Udowodnij, że wartości własne macierzy symetrycznej są liczbami rzeczywistymi.
	C	Udowodnij, że jeśli λ jest wartością własną macierzy A, to λ jest wartością własną macierzy $S \cdot A \cdot S^{-1}$, gdzie S jest dowolna macierzą odwracalną.

Wykonuje działania na macierzach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie, transponowanie, sprzężenie hermitowskie	A	Oblicz: $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^T$.
		Oblicz: $\begin{bmatrix} -3.6 & \sqrt{23} & e^3 \\ 3 & \frac{3}{7} & -234 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 211 \\ -23 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.23 & 2.5 \\ 9 & 6.3 \end{bmatrix}^T$. 
	B	Macierz: $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ przedstaw jako iloczyn dwóch macierzy.
		Uzupełnij. $\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ \dots & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \\ \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 9 \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$
		Wyznacz $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^n$ dla dowolnego $n \in N$.
	C	Stosując twierdzenie Cayley–Hamilton oblicz A^4 dla $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$.
		Wykonaj sprzężenie hermitowskie macierzy: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1+2i \\ 1+1 & 1-i \end{bmatrix}$.

Prezentowany pomiar efektu uczenia się: „Wykonuje działania na macierzach" na poziomie A, składa się z dwóch zadań: z zastosowaniem i bez zastosowania technologii informacyjno-komunikacyjnych.

Zatem proponujemy, aby w opisie każdego efektu uczenia się znalazła się informacja o uwzględnieniu technologii informacyjno-komunikacyjnych.

Model budowy efektu uczenia się powinien więc zwierać:

- Zdefiniowanie efektu uczenia się
- Pomiar efektu uczenia się:
  - z uwzględnieniem technologii informacyjno-komunikacyjnych
  - bez uwzględniania technologii informacyjno-komunikacyjnych

3. PRZYKŁADOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ

Przedstawimy przykłady efektów uczenia się z matematyki, które uwzględniają technologie-informacyjno-komunikacyjne.

Efekt uczenia się: Wyznacza moduł i argument liczby zespolonej.

Pomiar efektu uczenia się.

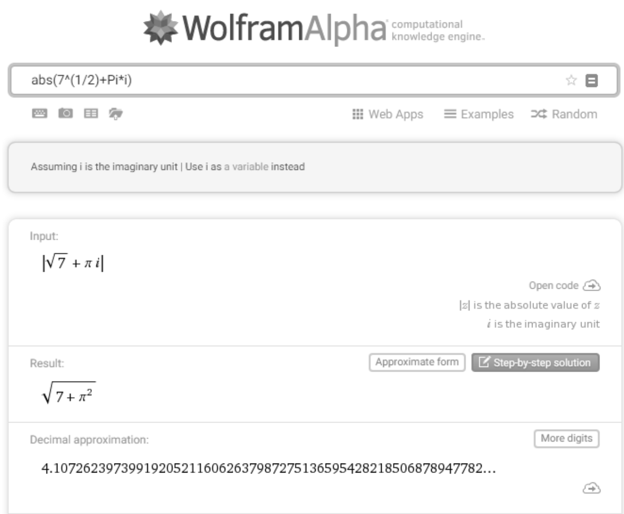
Zadanie 1.

Wyznacz moduł i argument liczby zespolonej $\sqrt{3} - i$.

Zadanie 2.

Wyznacz moduł i argument liczby zespolonej $\sqrt{7} - \pi i$.

Rozwiązanie.



Przeprowadźmy analizę tego efektu.

Zadanie 1. Student stosując wzór na obliczenie modułu podstawia dane do wzoru i go wyznacza. W przypadku zadania 2, ze względu na postać liczby obliczenia mogą być czasochłonne i do wykonania przybliżenia (np. w celu uzyskania dokładności do 10 miejsc po przecinku, praktycznie bez zastosowania technologii nie jest możliwe). Założeniem osiągnięcia tego efektu jest to, aby student na poziomie A, potrafił rozwiązać zadanie 1 i 2, a NIE zadanie 1 lub 2.

Efekt uczenia się: Dekomponuje macierz.

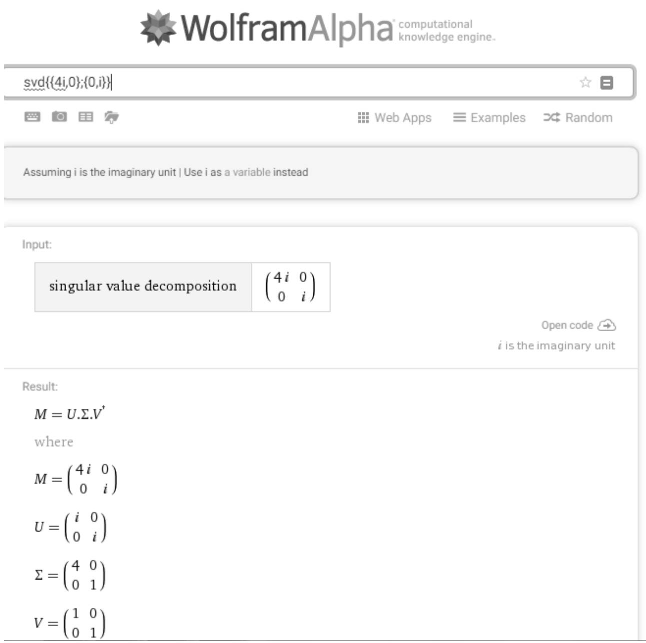
Pomiar efektu uczenia się.

Zadanie 1.
Algorytm dekompozycji SVD dla macierzy o wymiarze 2×2 i rzeczywistych dodatnich różnych wartościach własnych.

Niech $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$. Wyznaczmy wartości i ortonormalne wektory własne macierzy $A \cdot A^T = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$.
Zatem $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = 16, v_1 = [1{,}0], v_2 = [0{,}1]$.
Stąd uporządkowane malejąco wartości szczególne:
$\sqrt{\lambda_2} = 4, \sqrt{\lambda_1} = 2,$ więc $\Sigma = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ oraz $V = [v_2^T, v_1^T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Wyznaczmy $U = A \cdot V \cdot \Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Ostatecznie $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.
Postępując analogicznie przedstaw dekompozycję SVD dla $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$.

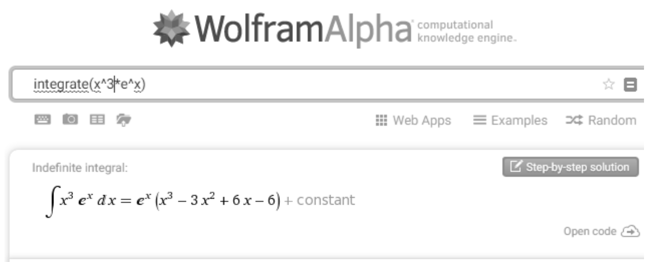
Zadanie 2.
Rozłóż macierz $A = \begin{bmatrix} 4i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$ na postać SVD.
Rozwiązanie.

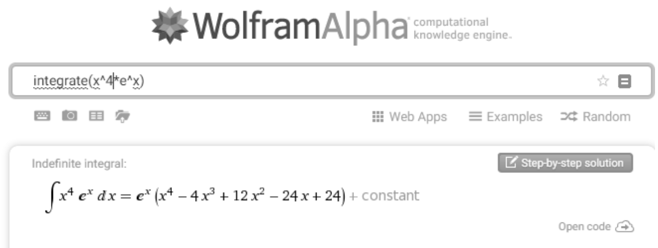


Przeprowadźmy analizę tego efektu.
Zadanie 1. Student stosując prezentowany algorytm wyznacza dekompozycje dla macierzy. Nie wymagamy znajomości tego algorytmu a jedynie jego zastosowanie.
Dekompozycja macierzy ma bardzo duże zastosowaniu w problemach technicznych. Wyznaczenie rozkładu dla dużej macierzy jest praktycznie niemożliwe. W związku z tym naturalne jest aby wymagać od studentów dekompozycje macierzy z użyciem technologii, co prezentuje zadanie 2. Założeniem osiągnięcia tego efektu jest to, aby student na poziomie A, potrafił rozwiązać zadanie 1 i 2, a NIE zadanie 1 lub 2.
Efekt uczenia się: Analizuje własności macierzy odwrotnej.
Pomiar efektu uczenia się.
Zadanie 1.
Udowodnij, że iloczyn macierzy odwracalnych jest macierzą odwracalną.

Zadanie 2.
Sprawdź hipotezę, czy suma macierzy odwracalnych jest macierzą odwracalną.
Rozwiązanie.

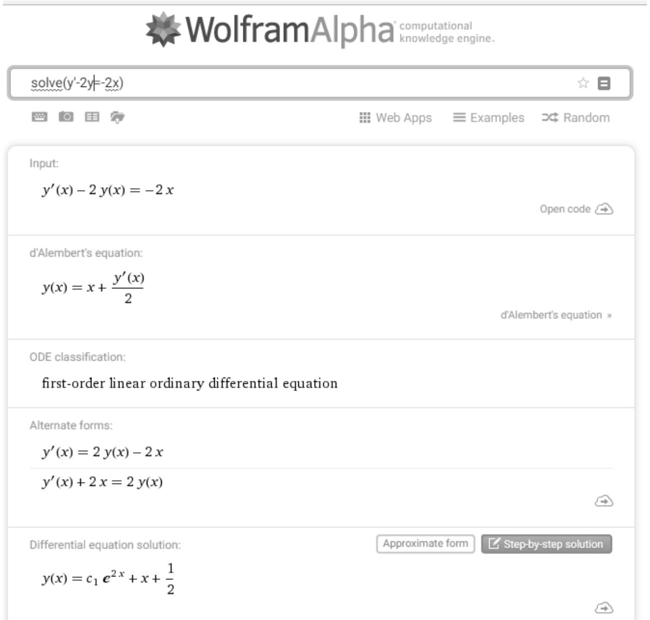
Znalezienie kontrprzykładu, który nie spełnia stawianej hipotezy. Naturalnym jest aby ten problem rozwiązać z zastosowaniem technologii.
Efekt uczenia się: Oblicza całkę nieoznaczoną
Pomiar efektu uczenia się.
Zadanie 1.
Oblicz: $\int x^n e^x dx$ dla $n = 1{,}2$.
Zadanie 2.
Oblicz: $\int x^n e^x dx$ dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$.
Rozwiązanie.





Efekt uczenia się: Stawia hipotezy w rozwiązywaniu równań różniczkowych.
Pomiar efektu uczenia się.
Zadanie.
Rozwiąż równania: $y' - 2y = -4x$, $y' - 2y = -2x - 6$, $y' - 2y = -2z - 1$. Zaproponuj rozwiązanie równania: $y' - 2y = ax + b$.
Zadanie.
Rozwiąż równania: $y' - 2y = x^2 + x + 1$, $y' - 2y = x^2 - 6$, $y' - 2y = x^4 - x + 1$, $y' - 2y = W_n(x)$. Zaproponuj model rozwiązania równania: $y' - 2y = W_n(x)$.

Rozwiązanie.



5. ZAKOŃCZENIE

W ostatnich latach najczęściej spotkaliśmy się z poglądami, że tradycyjne metody nauczania nie muszą konkurować z metodami z użyciem technologii informacyjnych, a mogą być ich uzupełnieniem.

Nadszedł już czas aby odejść od tego poglądu także i postawić nowe wyzwanie, metody z użyciem technologii informacyjnych są konieczne w procesie nauczania.

6. BIBLIOGRAFIA

1. Stańdo J., Propozycja unifikacji programu nauczania i oceniania z matematyki na uczelniach technicznych w świetle nowych standardów, ACTA UNIVERSITATIS LODZIENSIS FOLIA OECONOMICA 205, 2007.
2. Wyrozębski P., Podejście do tworzenia programów nauczania oparte na efektach uczenia się, E-mentor nr 3 (30) / 2009.
3. Bloom S., The Classification of Educational Goals; Susan Fauer Company, Inc. 1956.
4. Niemierko B., Między oceną szkolną a dydaktyką. Bliżej dydaktyki, WSiP, Warszawa 1997
5. Stańdo J., Szumigaj K.,,The use of multimedia the contex of e-exams,Innovation, new trends, research - 2012 Ruzenborek.
6. Sysło M., Komputery, Informatyka i technologia informacyjna w nauczaniu matematyki, „Matematyka i komputery”, 2000.

.

USE OF INFORMATION COMMUNICATION TECHNOLOGY (ICT) IN LEARNING OUTCOMES WITH MATHEMATICS

The Bologna Process is higher education reform process, which commenced in 1999, with the aim of making higher education systems compliant. This paper will present the learning outcomes mathematics and a comparison between the effects of learning with or without communication technology. The method of building syllabus based on the effects of learning is described with social competence, knowledge and skills.

Keywords: learning outcomes, Bologna Process.