

Mateusz NIEDBAŁ\*

## ***Koncepcja zastosowania teorii zbiorów rozmytych do analizy projektów kopalni odkrywkowej złóż polimetalicznych***

Streszczenie: Wartością projektu górniczego jest złożo, które może być przedmiotem eksploatacji (Nieć 2002). Stąd też niezwykle ważne jest określenie części złoża, w zoptymalizowanym wyrobisku górniczym o największej niedyskontowanej wartości, obejmującej najbardziej opłacalne do wydobycia zasoby geologiczne (*resources*) w danych warunkach ekonomicznych.

Użycie właściwych wartości parametrów decydujących o kształcie wyrobiska docelowego jest zadaniem trudnym z powodu projektowanego długiego czasu funkcjonowania kopalni i związanymi z tym np. wahaniami cen metali na giełdach. Właściwe zaprojektowanie kształtu wyrobiska docelowego ma zasadniczy wpływ na wielkość oszacowanych zasobów geologicznych, stosunek ilości rudy do ilości odpadów, a ostatecznie efektywność ekonomiczną przedsięwzięcia.

Wykorzystując teorię zbiorów rozmytych – modelującą informację niepewną bądź przybliżoną, jaką są prognozy cen metali – można stworzyć wynikowy model wyrobiska docelowego, uwzględniający różne scenariusze cen metali, ocenić stopień ważności utworzonych scenariuszy oraz określić wrażliwość projektu na ich zmiany. W artykule na przykładzie złoża porfirowego rud miedzi i złota przedstawiono zastosowanie teorii zbiorów rozmytych do stworzenia wypadkowego, najbardziej bezpiecznego inwestycyjnie wyrobiska docelowego kopalni, uwzględniając różne scenariusze cen metali.

Słowa kluczowe: zbiory rozmyte, wyrobisko docelowe, ocena ekonomiczna, algorytm Lechrsa-Grossmanna

### ***Concept of using fuzzy sets theory for open pit polymetallic project analysis***

Abstract: The greatest value of a mining project is the ore body which can be extracted. It is very important to define the parts of the ore body in the optimized pit which has the highest undiscounted cash value for the specific economic conditions.

The use of proper values for the parameters is quite challenging because of the characteristically long life of mining activities and long term price fluctuations in metals. The proper size of the ultimate pit has a fundamental

---

\* KGHM Cuprum Sp. z o.o. CB-R, Wrocław

influence on the tonnage of resources, the strip ratio, and the maximum value of the pit. The size and shape of the ultimate pit should also be flexible enough to account for various other economic conditions.

The use of fuzzy sets theory, modeling the approximate and unspecified factors such as metal price forecasts, can help in proper ultimate pit evaluations. This modeling makes it possible to assess the grade of importance for different price scenarios and other variables affecting the project.

This article presents the use of fuzzy sets theory for ultimate pit creation using the example of a porphyry Cu-Au deposit.

Key words: fuzzy sets, ultimate pit, economic valuation, Lehrs-Grossmann algorithm

## Wprowadzenie

Inwestycje górnicze są inwestycjami wymagającymi znacznych wstępnych wydatków kapitałowych, a zwrot z inwestycji jest możliwy dopiero po kilku latach funkcjonowania kopalni. Zwykle same prace rozpoznawcze, analityczne i projektowe od odkrycia złoża do wykonania studium wykonalności trwają kilka lat, a czas eksploatacji z reguły przekracza 20 lat. Dlatego szacowanie zasobów geologicznych (*resources*) (Nieć 2009) projektu eksploracyjnego na różnych etapach jego zaawansowania wykonywane jest dla różnych poziomów cen metali.

Na podstawie doświadczeń z realizowanych projektów polimetalicznych zauważono, że wielkość zasobów geologicznych oraz stosunek ilości rudy do odpadów, a przede wszystkim ich wartość może różnić się nawet o 50%, uwzględniając różne scenariusze cen metali. Natomiast analiza historycznych cen metali dowodzi, że dla złóż polimetalicznych zawierających metale bazowe i szlachetne (których zawartość w złożach często jest skorelowana) występowały historycznie odwrotne korelacje trendów zmian cen, np. kiedy ceny miedzi spadały, ceny złota rosły (rys. 1).



Rys. 1. Wykres cen miedzi i złota oraz stosunek cen złota do miedzi w latach 1990–2014 (źródło: Infomine)

Fig. 1. The graph of copper and gold prices and gold/copper price ratio from 1990–2014 (source: Infomine)

Zastosowanie teorii zbiorów rozmytych, modelującej informację niepewną jaką niewątpliwie są prognozy cen metali, może pomóc w ocenie zasobów geologicznych projektu, a tym samym jego wartości dla zmieniających się cen metali oraz w wyznaczeniu wyrobiska docelowego (*ultimate pit*) dla najbardziej bezpiecznych, wypadkowych wartości parametrów, takich jak ceny metali czy kąty skarp wyrobiska.

## 1. Teoria zbiorów rozmytych

Za twórcę logiki rozmytej (ang. *fuzzy logic*) uważa się Lotfi Zadeha, który w 1965 r. opublikował monografię o teorii zbiorów rozmytych. Do geologii stosunkowo niedawno, bo w 2004 r., logikę rozmytą wprowadzili R.V. Demicco i G. Klir z Uniwersytetu w Nowym Jorku (Kawalec 2005). W monografii *Fuzzy logic in geology* opisali kilka zastosowań teorii m. in. w hydrogeologii i sedymentologii (Domicco i Klir 2004). W światowej literaturze można znaleźć zastosowania teorii zbiorów rozmytych w poszukiwaniach złóż oraz geotechnice. W roku 2005 Witold Kawalec z Politechniki Wrocławskiej przedstawił koncepcję rozmytego modelu docelowego wyrobiska odkrywkowego węgla brunatnego dla różnych wariantów formuł cenowych.

W logice rozmytej między stanem 0 (fałsz), a stanem 1 (prawda) rozciąga się szereg wartości pośrednich, które na podstawie odpowiednio przyjętej funkcji, określają stopień przynależności elementu do zbioru (Yager i Filev 1995). Przykładowo, jeśli przyjmiemy, że zbiór ludzi wysokich to zbiór osób o wzroście powyżej 180 cm, to według logiki klasycznej osoba o wzroście 178 cm nie będzie należała do tego zbioru. W przypadku logiki rozmytej na podstawie odpowiednio zdefiniowanej funkcji przynależności możemy określić stopień przynależności danej osoby do zbioru ludzi wysokich, który może wynieść przykładowo 0,9.

Logika rozmyta okazała się bardzo przydatna w zastosowaniach inżynierskich oraz do opisu skomplikowanych procesów zachodzących w przyrodzie, czyli tam gdzie klasyczna logika klasyfikująca jedynie według kryterium prawda/fałsz nie potrafiła skutecznie poradzić sobie z wieloma niejednoznacznościami i sprzecznościami. Znajduje ona wiele zastosowań m.in. w elektronicznych systemach sterowania (od pralek po pociągi) czy zadaniach eksploracji danych. Metody logiki rozmytej wraz z algorytmami ewolucyjnymi i sieciami neuronowymi stanowią nowoczesne narzędzia do budowy inteligentnych systemów mających zdolności uogólniania wiedzy (wikipedia.org).

## 2. Założenia matematyczne do wykonania analiz

Założmy, że w danej przestrzeni  $X$ , która jest skończonym zbiorem wszystkich komórek modelu blokowego z obliczonym parametrem wartości, wewnątrz zdefiniowanej strefy zmineralizowanej, dla określonych cen metali, kosztów, uzysków oraz założonych ograniczeń (kąty nachylenia skarp), operator LG działający według algorytmu Lechrsa Grossmanna generuje jednoznaczne wyrobisko docelowe (*Ultimate Pit*) UP – skończony podzbiór przestrzeni  $X$ .

$$UP = LG(X, C_b, K, L) \text{ (wg Kawalec 2005)} \quad (1)$$

gdzie:

- $C_b$  – cena bazowa,
- $K$  – koszty,
- $L$  – ograniczenia (kąt nachylenia skarp).

Jeżeli wraz z wyrobiskiem docelowym (o największej niezdyskontowanej wartości dla przyjętych założeń) wygenerowane zostaną wyrobiska zagnieżdżone – opcjonalne wyrobiska docelowe wyznaczone np. dla obniżonej ceny bazowej ( $C_b$ ) o 40%, to otrzymamy ciąg kilku wyrobisk:  $UP$ ,  $UP_1$ ,  $UP_2$ , ...,  $UP_i$ , które będą pesymistycznym scenariuszem kształtu wyrobiska docelowego. Scenariusz optymistyczny będzie analogiczny, gdzie  $\beta$  – przyjęty stopień podwyższenia ceny bazowej o 40%.

$$UP_1 = LG(X, (1 - \beta)C_b, K, L) \quad (2)$$

$$UP_2 = LG(X, (1 - 2\beta)C_b, K, L) \text{ itd. (wg Kawalec 2005)} \quad (3)$$

gdzie:

- $\beta$  – przyjęty stopień obniżenia ceny bazowej o 40%.

Wykorzystanie informacji o kształcie tych wyrobisk wymaga wstępnej oceny stopnia ważności każdego z nich na podstawie wykresu funkcji przynależności liczby rozmytej ceny bazowej  $C_b$  z przedziału  $[0,1]$ . Wyniki tych analiz można zobrazować na wykresach np. funkcji wielkości zasobów geologicznych od stopnia przynależności dla różnych scenariuszy, które posłużą do oceny wrażliwości projektu na zmiany cen metali oraz kreślenia scenariusza negatywnego, bazowego i pozytywnego.

### **3. Określenie funkcji przynależności dla cen miedzi i złota – fuzyfikacja**

W celu zdefiniowania funkcji przynależności ceny miedzi i złota wykonano po trzy wykresy cen dla każdego analizowanego metalu (3 dla Cu i 3 dla Au) dla każdego ze scenariuszy:

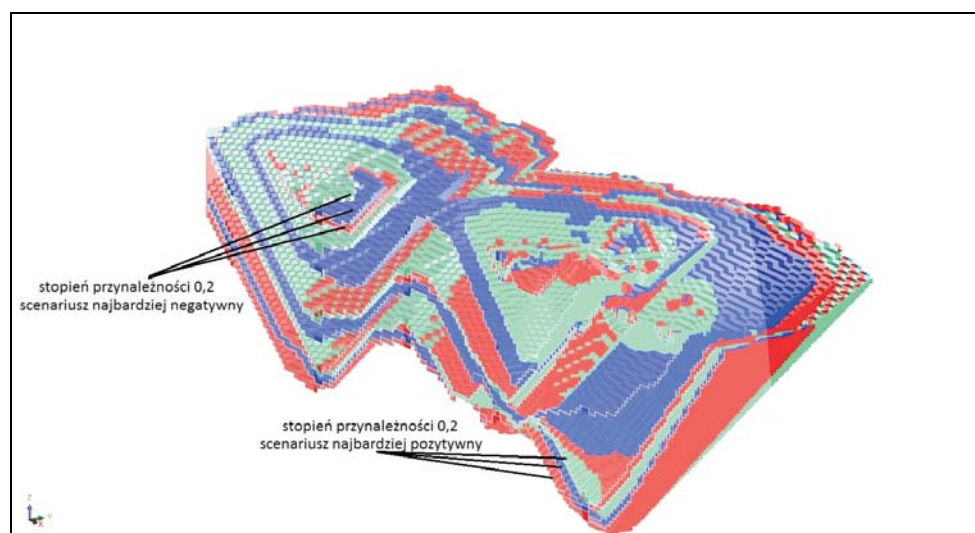
- Base – bazowego, będącego prognozą średniej ceny metali w 2014 według Numis Securities, VSA Capital i Edison Investment Research (wg Mining Journal, 24 January 2014),
- Copper – pozytywnego dla miedzi i negatywnego dla złota,
- Gold – pozytywnego dla złota i negatywnego dla miedzi.

Dla każdego scenariusza został wprowadzony tzw. *revenue factor* (RV) czyli procent ceny bazowej ( $C_b$ ), dla którego zostało wygenerowane optymalne wyrobisko docelowe – czyli posiadające największą niezdyskontowaną wartość dla danego poziomu cen metali. W ten sposób dla każdego scenariusza stworzono po pięć wyrobisk zagnieżdżonych (*nested pits*), w sumie powstało piętnaście różnych wyrobisk (tab. 1, rys. 2). Wartość *revenue factor* przeliczono na wartość stopnia przynależności danej ceny do zbioru, czyli pewności jej wystąpienia w przyszłości dla scenariusza bazowego, copper oraz gold np.  $RV = 0,6$  dla ceny bazowej obniżonej o 40% – stopień przynależności dla tego scenariusza wynosi 0,6.

TABELA 1. Ceny miedzi i złota dla różnych scenariuszy ceny bazowej

TABLE 1. Copper and gold prices for different base price scenarios

Scenariusz	Cu	Au	Cu	Au	Cu	Au	Cu	Au	Cu	Au
Jednostka ceny	\$/Mg	\$/oz	\$/Mg	\$/oz	\$/Mg	\$/oz	\$/Mg	\$/oz	\$/Mg	\$/oz
Revenue Factor	0,2	0,2	0,6	0,6	1(Cb)	1(Cb)	1,4	1,4	1,8	1,8
Stopień przynależności	0,2	0,2	0,6	0,6	1	1	0,6	0,6	0,2	0,2
Base	1 460	262,6	4 380	787,8	7 300	1 313	10 220	1 838,2	13 140	2 363,4
Gold	800	400	2 400	1 200	4 000	2 000	5 600	2 800	7 200	3 600
Copper	2 000	160	6 000	480	10 000	800	14 000	1 120	18 000	1 440

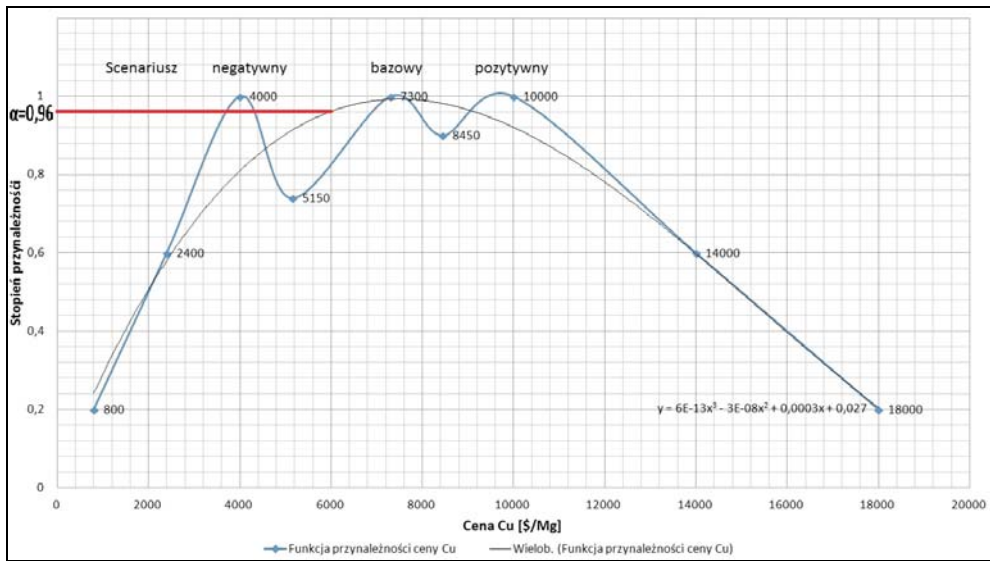


Rys. 2. Przekrój przez optymalizacje wyrobiska docelowego dla różnych scenariuszy i stopnia przynależności funkcji rozmytej ceny bazowej miedzi i złota (base – niebieski, copper – czerwony, gold – zielony)

Fig. 2. The cross section of ultimate pits for different scenarios and grade of membership of fuzzy functions of the base price of copper and gold ('base' – blue, 'copper' – red, 'gold' – green)

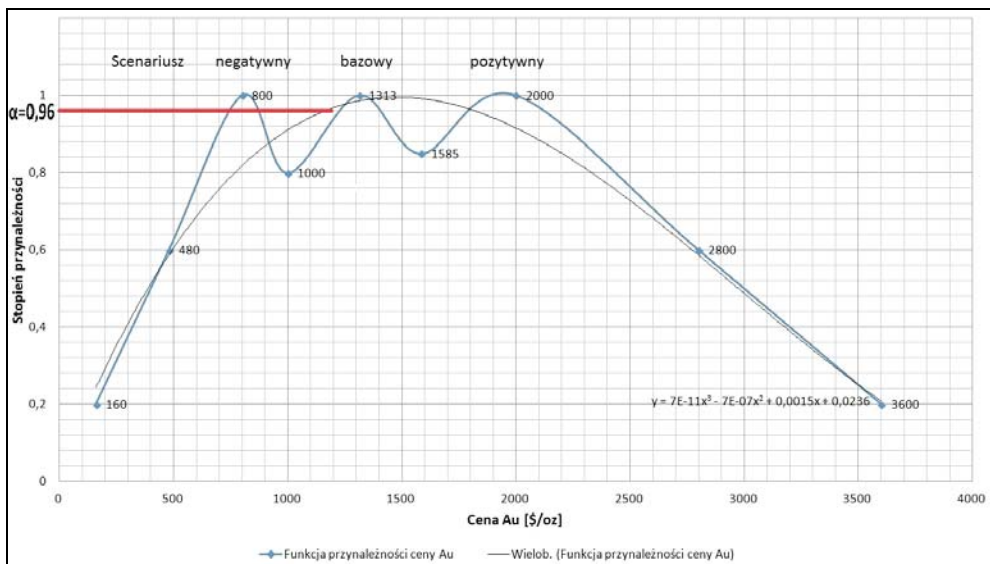
Stopień przynależności 0,6 przeliczono również dla scenariusza podwyższenia ceny bazowej o 40%.

W przedstawionych scenariuszach wykres funkcji przynależności liczby rozmytej cena metali przyjmuje wartość 1 (pełna przynależność) – największa pewność wystąpienia scenariusza cenowego w przyszłości, tylko dla wartości  $C_b$ . Malejący stopień przynależności dla kolejnych, niższych wartości ceny bazowej został użyty jako subiektywna waga (scenariusz negatywny lub pozytywny) wygenerowanego wyrobiska zagnieżdżonego. Wykorzystanie informacji o kształcie tych wyrobisk wymaga wstępnej oceny stopnia ważności



Rys. 3. Wykres funkcji przynależności ceny miedzi

Fig. 3. The graph of membership function of the copper price



Rys. 4. Wykres funkcji przynależności ceny złota

Fig. 4. The graph of membership function of the gold price

każdego z nich. Aby sformalizować tę ocenę, celowe jest przyjęcie założenia, że cena bazowa  $C_b$  jest liczbą rozmytą. Mimo, że prognozy banków inwestycyjnych zarówno krótkookresowe jak i długookresowe są często odmienne i rzadko mają pokrycie w rzeczywistości, kształt funkcji przynależności liczby rozmytej powinien być wynikiem analizy trendów ekonomicznych i odzwierciedlać subiektywną ocenę spodziewanej wartości ceny bazowej (Kawalec 2005).

Każdy scenariusz cenowy dla miedzi i złota został przeniesiony na wykres funkcji przynależności obrazującej stopień możliwości wystąpienia danego scenariusza podczas życia projektu górniczego. Proces ten nazywa się fuzyfikacją, czyli rozmyciem ceny bazowej miedzi i złota. Koszty górnicze, przeróbcze oraz uzyski metali pozostawiono niezmiennione dla różnych wariantów wyrobiska docelowego. Parametry te są ze sobą powiązane, dlatego zmieniając wielkości parametrów kosztowych czy uzysku możemy otrzymać takie same rozwiązania, jak analizując tylko zmiany cen metali.

Funkcją przynależności ceny rozmytej miedzi do dalszych analiz była krzywa wielomianowa aproksymująca krzywą dla różnych scenariuszy wystąpienia ceny miedzi i złota w przyszłości. Dla miedzi funkcja ta otrzymała postać (rys. 3, 4):

$$y = 6E - 13x^3 - 3E - 0,8x^2 + 0,0003x + 0,027$$

natomiast dla złota

$$y = 7E - 11x^3 - 7E - 0,7x^2 + 0,0015x + 0,0236$$

#### **4. Wykonanie modelu geologiczno-zasobowego złoża polimetalicznego**

Jako studium przypadku zostało użyte porfirowe złożo miedzi i złota typu alkalicznego. Mineralizacja rudna tego złoża związana jest z jedną fazą intruzji skał. Mineralizację stanowi głównie chalkopiryt w formie żyłek i rozproszenia (Guilbert J.M. i Charles 1986). Złoto występuje jako wrostki w chalkopirycie. Współczynnik korelacji zawartości miedzi i złota jest wysoki – wynosi 0,79.

W pierwszej kolejności na podstawie bazy danych otworów rozpoznawczych oraz przekroi został stworzony w programie Gemcom-Surpac trójwymiarowy model bryłowy: litologiczno-tektoniczny oraz stref zmineralizowanych (Niedbał 2012). Następnie wykonano model geologiczno-zasobowy złoża z wykorzystaniem metod geostatystycznych. Wynikiem tych prac był model blokowy z interpolowanymi metodami deterministycznymi (odwrotnych odległości z siłą wyszukiwania 3, 4) i geostatystycznymi (kriging) zawartościami metali. Informacja o gęstości przestrzennej skał została wprowadzona do modelu blokowego na podstawie brył modelu litologiczno-tektonicznego (Niedbał i Pyra 2008).

Model blokowy został wyeksportowany do programu Whittle. Podczas eksportu zostały zdefiniowane bloki:

- Ore – zlokalizowane we wnętrzu brył z mineralizacją rudną,
- Waste – zlokalizowane poza bryłą zmineralizowaną,
- Air – zlokalizowane ponad topografią terenu.

## 5. Obliczenia wartości bloków modelu

Obliczenia wartości modelu blokowego wykonano zgodnie z formułą:

$$\text{Wartość całkowita} = \text{wartość Cu} + \text{wartość Au}$$

Wartość Cu/Au = (masa metalu bloku obliczeniowego · uzysk · cena – ilość rudy w bloku obliczeniowym · koszty przeróbki) – masa skał (rudy i odpadu) · koszty górnicze (wg Bristol, Jackson, 2008).

Wielkości parametrów przyjęte do obliczeń:

Koszty górnicze – [\$/Mg urobku] przyjęto proporcjonalnie większe koszty górnicze z postępowaniem wyrobiska ku dołowi (*Block Mining Cost Adjustment Factors*) według stworzonej funkcji o równaniu:

$$y = -0,0028x + 3,5421$$

gdzie x jest rzędną n.p.m. poziomu eksploatacji.

Jako współczynnik referencyjny tzn. mnożnik wartości funkcji przyjęto 1,5. W kosztach tych znajdują się również koszty administracyjne kopalni.

Uzyski metali przyjęto jako średnie dla całego ciała rudnego Cu – 91% oraz Au – 86%, koszty przerobcze 3,2 \$/Mg rudy wraz z kosztami rekultywacji.

W obliczeniach nie uwzględniono zubożenia oraz strat górniczych, których nie bierze się pod uwagę przy szacowaniu zasobów geologicznych (*resources*). Kąt skarp 45° został przyjęty dla całego modelu złoża.

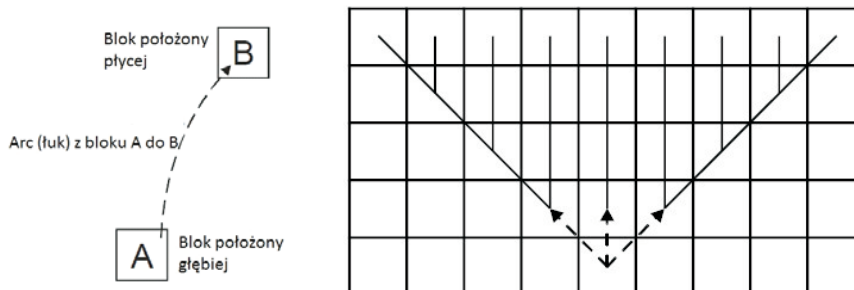
## 6. Wykonanie optymalizacji z użyciem algorytmu Lerchs'a Grossmanna

W roku 1960 Lerchs i Grossmann opublikowali algorytm optymalizacji 3D wyrobiska docelowego na bazie teorii grafów. Metoda ta – ze względu na dużą ilość danych do przeliczenia – wymagała szybkich komputerów, lecz jej wyjaśnienie metodyczne jest relatywnie proste.

Metoda analizuje dwa rodzaje informacji: wartości bloków modelu blokowego oraz co Lerchs i Grossmann nazwali „arcs”, łuki. Arc jest to relacja pomiędzy blokami. Łuk z bloku A do bloku B wskazuje, że jeśli blok A jest przeznaczony do eksploatacji to blok B musi być również wybrany, aby odsłonić blok A. Odwrotność jest nieprawdziwa. Natomiast jeśli blok B będzie przeznaczony do eksploatacji to blok A może, lecz nie musi być wybrany. Łuki tworzą efekt łańcuchowy, gdzie w idealnym modelu dwuwymiarowym o kwadratowych wymiarach bloku jednostkowego i kątem skarp wynoszącym 45° wystarczą trzy łuki dla każdego bloku obliczeniowego (rys. 5)

W przypadku, kiedy idea ta jest rozszerzona na dwie strony oraz trzy wymiary potrzeba około 50 łuków z jednego bloku, aby zapewnić dokładność dla przyjętych kątów skarp (Bristol i Jackson 2008). Dokładność zależna jest również od wielkości jednostkowego bloku obliczeniowego w modelu blokowym.





Rys. 5. Łuk pomiędzy blokami obliczeniowymi modelu blokowego oraz gałąź łuków w modelu dwuwymiarowym (źródło: Bristol, Jackson, 2008)

Fig. 5. An arc between elementary blocks and the effect of chaining with three arcs per block

## 7. Analiza wyników optymalizacji oraz defuzyfikacja

Po procesie optymalizacji dla różnych wartości funkcji przynależności ceny metali sporządzono szereg wykresów funkcji przynależności dla parametrów takich jak:

- ilości zasobów geologicznych (*resources*),
- zawartości miedzi,
- zawartości złota,
- stosunku ilość odpadów do rudy (*strip ratio*),
- wartości złoża w zoptymalizowanym wyrobisku docelowym.

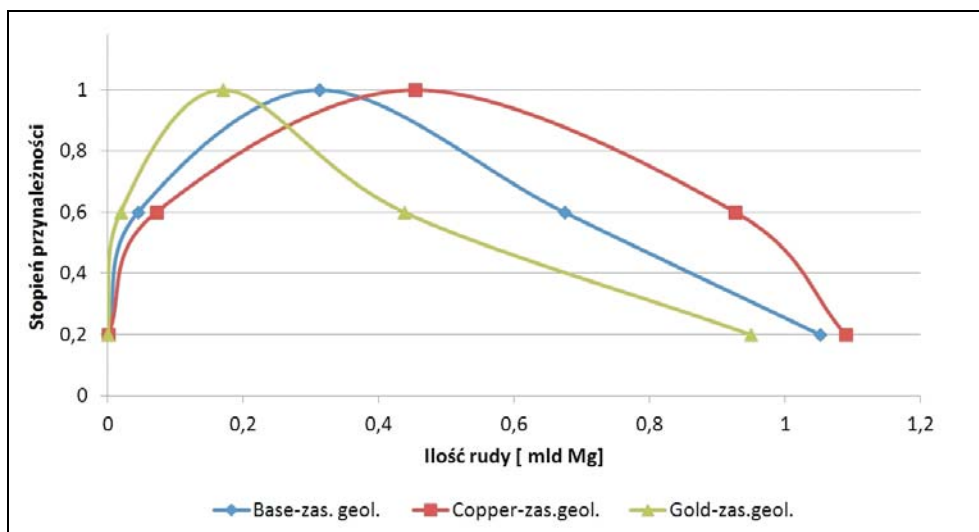
Analizując poszczególne wykresy można odczytać dla jakiego scenariusza cenowego oraz przy jakiej pewności jego wystąpienia w przyszłości (od 1 do 0) otrzymamy daną ilość zasobów geologicznych (*resources*) w wyrobisku docelowym kopalni, jaka będzie średnia zawartość metali użytecznych oraz stosunek ilości odpadów do ilości rudy. Analiza taka daje nam wiele informacji na temat wrażliwości projektu na zmiany cen metali w zakresie wymienionych parametrów (rys. 6–9).

Wynikowe zbiory rozmyte mogą posłużyć do różnorodnych analiz, ale do dalszego przetwarzania potrzebny jest zbiór nierozmyty (wybrany kształt wyrobiska docelowego). Typową operacją defuzyfikacji zbioru rozmytego  $A$  jest wyodrębnienie podzbioru o poziomie  $\alpha$  –  $A\alpha$ :

$$A\alpha = \{x:A(x) \geq \alpha, x \in X\} \text{ (wg Kawalec 2005)} \quad (4)$$

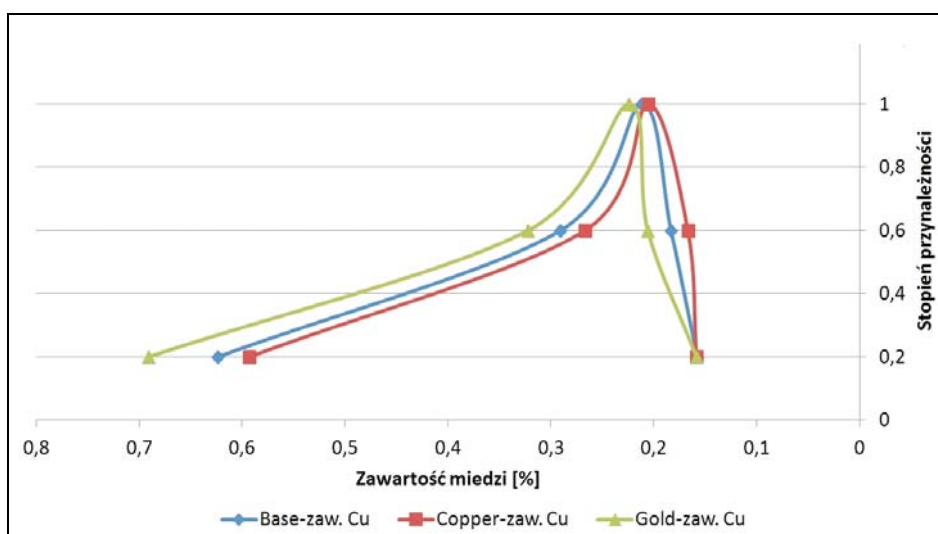
Wartość liczby  $\alpha$  jest wybierana z przedziału  $(0,1)$  na podstawie analiz zbioru rozmytego wyrobiska docelowego (Kawalec 2005).

Zaproponowano wybór poziomu  $\alpha = 0,96$  jako rozwiązania najbardziej pewnego dla całego życia projektu górniczego. Ze względu na bezpieczeństwo scenariusza wybrano rozwiązanie po stronie negatywnej funkcji przynależności ceny metali. Dla tego poziomu cena bazowa metali ( $C_b$ ) wynosi odpowiednio Cu – 6000 \$/Mg, Au – 1200 \$/oz (rys. 3, 4).



Rys. 6. Wykresy funkcji przynależności ilości bogactw dla analizowanych scenariuszy

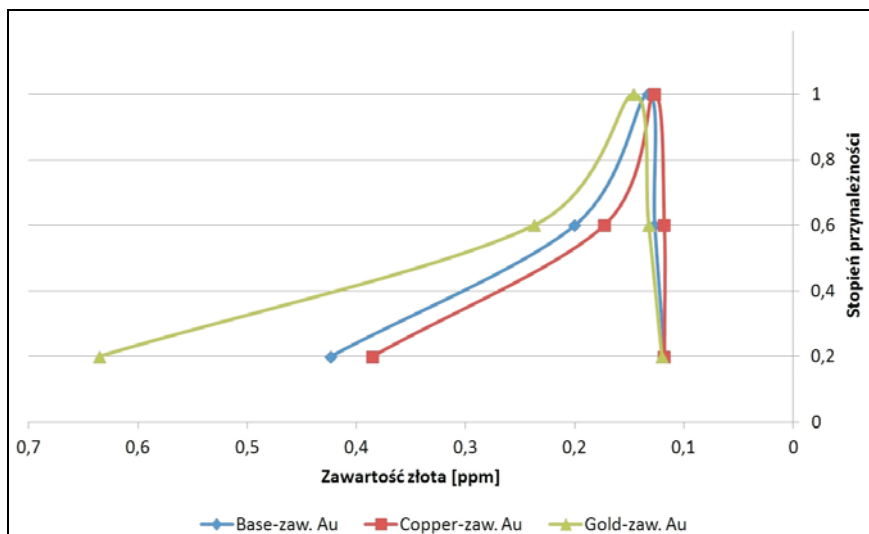
Fig. 6. The graphs of membership function of the resources for analyzed scenarios



Rys. 7. Wykresy funkcji przynależności zawartości miedzi dla analizowanych scenariuszy

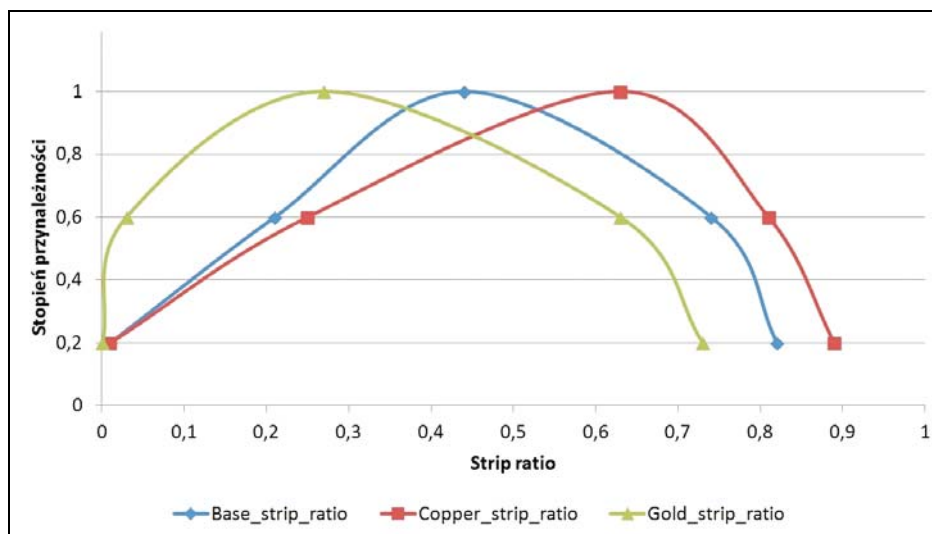
Fig. 7. The graphs of membership function of the copper grade for analyzed scenarios

Dla takiego scenariusza cenowego nazwanego ‘wybrany’ wygenerowano ponownie wyrobiska zagnieżdżone (*nested pit*) zgodnie z przyjętą procedurą fuzyfikacyjną. Funkcję przynależności dla wybranego rozwiązania przedstawiono na wykresie funkcji przynależności wartości złoża dla wszystkich analizowanych scenariuszy (rys. 10).



Rys. 8. Wykresy funkcji przynależności zawartości złota dla analizowanych scenariuszy

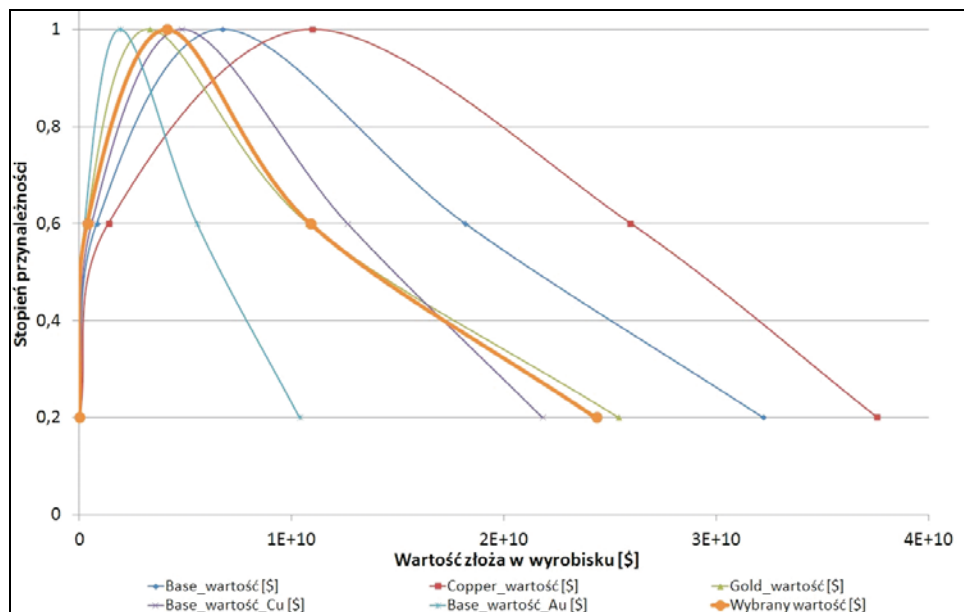
Fig. 8. The graphs of membership function of the gold grade for analyzed scenarios



Rys. 9. Wykresy funkcji przynależności stosunku odpadów do rudy (*strip ratio*) dla analizowanych scenariuszy

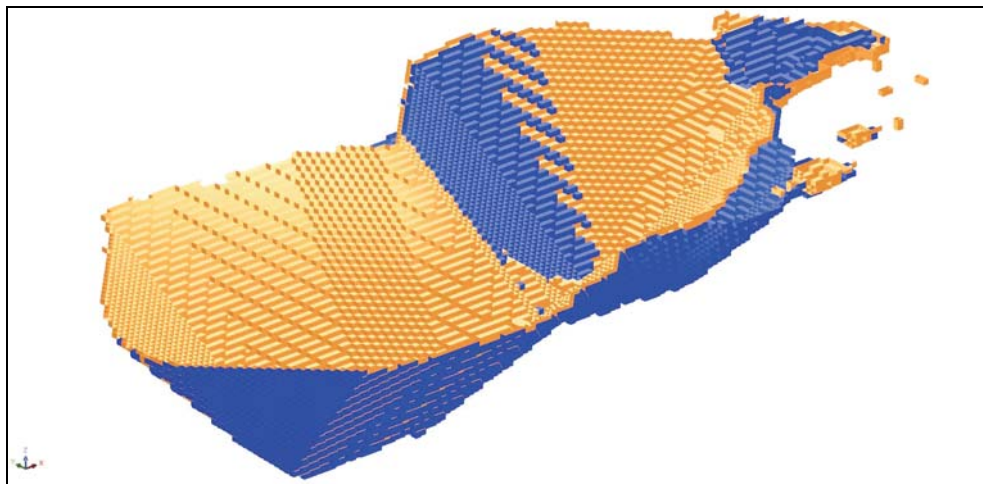
Fig. 9. The graphs of membership function of the strip ratio for analyzed scenarios

Z powyższego wykresu można odczytać, jaka jest pewność wyeksploatowania wyrobiska docelowego o określonej wartości dla trzech analizowanych scenariuszy oraz scenariusza wybranego. Dla scenariusza bazowego wykreślono funkcję przynależności wartości osobno dla złota i miedzi w złożu. Widać, że scenariusz wybrany, będący bezpiecznym



Rys. 10. Wykresy funkcji przynależności wartości złoża dla wszystkich analizowanych scenariuszy

Fig. 10. The graphs of membership function of the deposit's value for analyzed scenarios



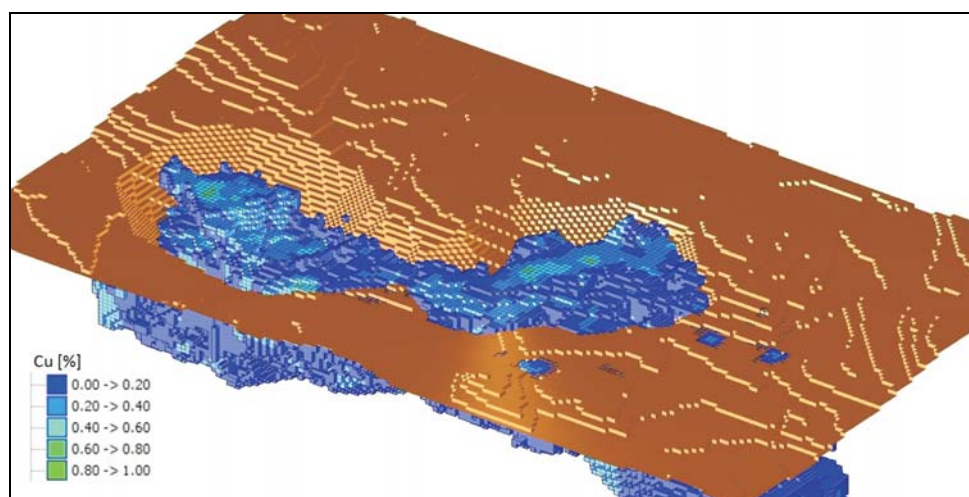
Rys. 11. Wyrobiska docelowe o takiej samej wartości i stopniu przynależności dla dwóch różnych scenariuszy cen miedzi i złota (scenariusz 'wybrany' – niebieski, scenariusz 'gold' – brązowy)

Fig. 11. The ultimate pits of the same value and grade of membership for two different scenarios of copper and gold prices ('chosen' scenario – blue, 'gold' scenario – brown)

inwestycyjnie, wypadkowym rozwiązaniem pokrywa się w znacznej części ze scenariuszem 'gold' pozytywnym dla złota i negatywnym dla miedzi. Można odczytać również, że projekt posiada wyrobisko docelowe o wartości zawartych w niej zasobów rzędu 20 mld \$ o stopniu pewności wystąpienia scenariusza 'base' 0,53, natomiast w przypadku scenariusza 'copper' pozytywnego dla miedzi stopień pewności wystąpienia takiego scenariusza jest wysoki i wynosi 0,8.

Ciekawy jest również wniosek, że dwa różne kształty wyrobiska docelowego dla dwóch różnych scenariuszy: 'gold' pozytywnego dla złota (Cu 5600 \$/Mg, Au 2800 \$/oz) i 'wybranego' (Cu 8400 \$/Mg, Au 1680 \$/oz) dla takiego samego stopnia pewności wystąpienia scenariusza – 0,6 mają taką samą niezdyskontowaną wartość 11 mld \$ (rys. 11).

Końcowym rozwiązaniem jest wyrobisko docelowe kopalni, które następnie może posłużyć do analizy wrażliwości projektu np. na zmiany kątów skarp wyrobiska docelowego (rys. 12).



Rys. 12. Ciało rudne w wybranym wyrobisku docelowym

Fig. 12. The ore body in the 'chosen' ultimate pit

### **Podsumowanie**

Cała procedura fuzyfikacji zbioru wyrobiska docelowego dla danego scenariusza cenowego oraz defuzyfikacji dla uzyskania wynikowego, nierozmytego zbioru, umożliwia zgromadzenie cennych informacji o wrażliwości modelu wyrobiska docelowego na prognozowane zmiany cen metali, a tym samym wartość złoża. Analiza miary rozmytości wybranych obszarów wyrobiska docelowego może być podstawą konkretnych decyzji projektowych, powinna też ułatwiać ewentualne modyfikacje planu postępu wyrobiska stosowanie do zmieniających się warunków ekonomicznych (Kawalec 2005).

Użyteczność tak skonstruowanych zbiorów rozmytych wyrobiska docelowego uzależniona jest od trafności doboru postaci funkcji przynależności. W przeciwieństwie jednak do analizy złoża dla jednego scenariusza cen metali, dzięki zaproponowanej w artykule koncepcji możemy przeanalizować wpływ różnych scenariuszy zmiany cen metali złoża polimetalicznego na inne parametry projektu, a w rezultacie jego wartość.

Przedstawiony modelowy przykład projektu został w wielu punktach uproszczony, np. przyjęto jeden średni kąt skarp wyrobiska, a ilość wykonanych analiz symulacyjnych mogłaby zostać rozszerzona, w tym również o przeprowadzenie operacji na zbiorach w modelach blokowych.

Zaprezentowana koncepcja, która jest cały czas w fazie analizy, może uzupełnić procedurę oceny geologiczno-zasobowej projektów górniczych o modelowanie informacji niepewnej, jaką niewątpliwie są długoterminowe prognozy cen metali, które obok kosztów operacyjnych mają największy wpływ na efektywność ekonomiczną projektów górniczych (Wirth 2011).

Do obliczeń i analiz wykorzystano program Gemcom-Surpac oraz Whittle firmy Geovia.

*Publikacja współfinansowana ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego*

## Literatura

- [1] Bristol, R. i Jackson, P. 2008. Whittle Strategic Mine Planning. Gemcom Software International Inc.
- [2] Demicco, R. i Klir, G. 2004. Fuzzy logic in geology. Elsevier Acad. Press, San Diego.
- [3] Guilbert, J.M. i Charles, F.P., Jr. 1986. The Geology of Ore Deposits. USA.
- [4] Kawalec, W., 2005. Koncepcja rozmytego modelu docelowego wyrobiska odkrywkowego. *Szkola Ekonomiki i Zarządzania w Górnictwie*, AGH, Kraków.
- [5] *Mining Journal*, 24 January 2014.
- [6] Niedbał, M. 2012. *Procedura oceny (due diligence) geologiczno-złożowej projektów eksploracyjnych złóż polimetalicznych*. Tom III. *Interdyscyplinarne zagadnienia w górnictwie i geologii*. Politechnika Wrocławska, Wrocław.
- [7] Niedbał, M. i Pyra, J. 2008. Modelowanie trójwymiarowe złóż polimetalicznych w projektach eksploacyjnych. *Biuletyn Państwowego Instytutu Geologicznego* nr 429, s. 117–124, Warszawa.
- [8] Nieć, M. i in. 2002. *Zasady dokumentowania złóż kopalin stałych*. Ministerstwo Środowiska, Departament Geologii i Koncesji Geologicznych, Komisja Zasobów Kopalin, Warszawa.
- [9] Nieć, M. 2009. Polska i międzynarodowa ramowa klasyfikacja zasobów (UNFC) złóż kopalin stałych i węglowodorów – podobieństwa i różnice. *Górnictwo Odkrywkowe*, Wrocław.
- [10] Wirth, H. 2011. *Wieloczynnikowa wycena złóż i ich zasobów na przykładzie przemysłu metali nieżelaznych*. Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN, Kraków.
- [11] Yager, R. i Filev D. 1995. *Podstawy modelowania i sterowania rozmytego*. WNT, Warszawa.
- [12] Strony internetowe: infomine.com, wikipedia.org