

Scientific Review – Engineering and Environmental Sciences (2018), 27 (2), 114–122  
Sci. Rev. Eng. Env. Sci. (2018), 27 (2)  
Przegląd Naukowy – Inżynieria i Kształtowanie Środowiska (2018), 27 (2), 114–122  
Prz. Nauk. Inż. Kszt. Środ. (2018), 27 (2)  
<http://iks.pn.sggw.pl>  
DOI 10.22630/PNIKS.2018.27.2.11

**Wojciech TYMIŃSKI<sup>1</sup>, Paweł STEFANEK<sup>2</sup>, Hubert DANILUK<sup>1</sup>,  
Tomasz KIEŁCZEWSKI<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>GEOTEKO Projekty i Konsultacje Geotechniczne Sp. z o.o.

<sup>2</sup>KGHM Polska Miedź S.A., Oddział Zakład Hydrotechniczny

## **Wyznaczanie modułu odciążenie – obciążenie powtórne dla gruntów głębokiego podłoża Unloading–reloading modulus evaluation for deep soils**

**Słowa kluczowe:** model HSS, badania trójosiowe, parametry odkształceniowe

**Key words:** HSS model, triaxial tests, strain parameters

### **Wprowadzenie**

Współczesne metody obliczeniowe umożliwiają implementację do programów numerycznych skomplikowanych modeli konstytutywnych opisujących zachowanie się ośrodka gruntowego. Jednym z częściej stosowanych modeli obliczeniowych jest model hardening soil (HS) i jego modyfikacja hardening soil small (HSS) uwzględniająca sprężyste zachowanie się gruntu w zakresie małych odkształceń. Formułację i weryfikację modelu HS przedstawili Schanz, Vermeer i Bonier (1999). Model HSS został opisany w pracy doktorskiej (Benz, 2007). Parametrami odkształceniowymi

opisującymi ten model są moduły odkształcenia ( $E$ ).

W ramach realizacji badań geotechnicznych dla inwestycji hydrotechnicznej istniała konieczność rozpoznania podłoża do głębokości około 75 m p.p.t. Ze względu na to, że obliczenia i analizy wykonywane w ramach przygotowania tej inwestycji były przeprowadzane z użyciem metody elementów skończonych (MES), przy wykorzystaniu modelu konstytutywnego HSS wykonano badania laboratoryjne w celu wyznaczenia parametrów do powyższego modelu. W niniejszym artykule zaproponowano zależność empiryczną umożliwiającą oszacowanie wartości modułu charakteryzującego zachowanie się gruntu pod wpływem odciążenia i obciążenia powtórnego ( $E_{ur}$ ). Zależność została wyprowadzona na podstawie wyników badań w aparacie trójosiowego

ściskania. W literaturze, w instrukcjach programów obliczeniowych (np. PLAXIS), a także w założeniach przyjmowanych przez projektantów można znaleźć proste zależności między modułami  $E_{ur}$  i  $E_{50}$  (a także  $E_{ur}$  i  $E_0$ ,  $E_{50}$  i  $E_{oed}$ ). Najczęściej proponuje się zależność:

$$\frac{E_{ur}}{E_{50}} = 3$$

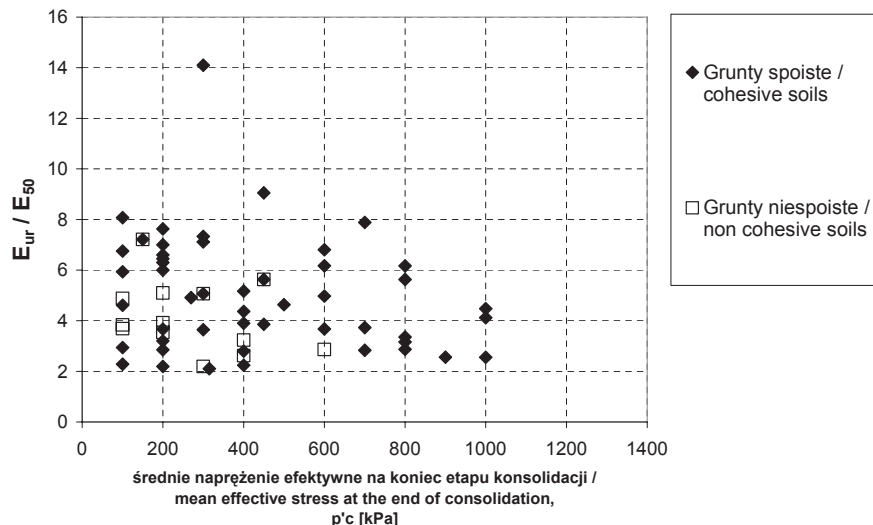
Proponowane są także zależności między wartościami parametrów odkształceniowych, średnim naprężeniem efektywnym z uwzględnieniem podstawowych cech właściwości fizycznych (Lipiński i Tymiński, 2011; Lipiński, 2013) – zależność między  $G_0$  i średnim naprężeniem efektywnym dla gruntów spoistych.

Na rysunku 1 przedstawiono zmienność  $E_{ur}/E_{50}$  dla gruntów spoistych i niespoistych. Jak widać z wykresu,

przyjęcie  $E_{ur}/E_{50}$  jako wartość równą 3 jest podejściem konserwatywnym. Obrzud (2010) w swojej publikacji także zauważa, że najczęściej  $E_{ur}/E_{50}$  zawiera się w przedziale 3–10. Truty (2008) także twierdzi, że wartość tego stosunku w prekonsolidowanych iłach neogennych jest większa.

## Charakterystyka badanych gruntów

W tabeli przedstawiono parametry właściwości fizycznych badanych gruntów. Badano próbki o nienaruszonej strukturze. Dla każdej próbki zamieszczono informację na temat średniego naprężenia efektywnego na koniec etapu konsolidacji ( $p'_c$ ) oraz wartość modułu  $E_{ur}$ .



RYSUNEK 1. Zmienność stosunku  $E_{ur}/E_{50}$  dla gruntów spoistych i niespoistych w odniesieniu do średniego naprężenia efektywnego

FIGURE 1. Ratio of  $E_{ur}$  to  $E_{50}$  compare to mean effective stress for cohesive and non-cohesive soils

TABELA. Zestawienie wyników badań laboratoryjnych  
TABLE. Laboratory test results

Lp.	Głębokość próbki [m]	Rodzaj gruntu wg PN-86/B-02480 Type of soil acc. PN-86/B-02480	$w_n$ Wilgotność naturalna Water content [%]	$w_p$ Granica plastyczności Plasticity limit [%]	$w_L$ Granica płynności Liquidity limit [%]	$I_p$ Wskaźnik plastyczności Plasticity index [-]	$I_L$ Stopień plastyczności Liquidity index [-]	$p'_c$ Średnie naprężenie efektywne Mean effective stress [kPa]	$E_{ur}$ Moduł odciążenie – obciążenie powtarzalne Unloading – reloading modulus [MPa]
1	24,7	Pg/Gp	16,6	18,0	30,2	12,1	-0,12	700	343
2	4,4	Gp	15,9	12,1	30,7	18,6	0,20	300	176
3	4,3	Gpz	13,5	11,6	32,4	20,8	0,09	200	77
4	62,5	Gp	19,4	14,4	38,5	24,1	0,21	1000	272
5	12,8	I	13,7	13,7	44,0	30,2	0,00	270	113
6	10,0	I	15,0	13,9	44,8	31,0	0,04	700	136
7	55,8	Gpz	12,5	11,1	42,3	31,2	0,05	700	268
8	52,4	I $\pi$	19,8	19,8	58,0	38,4	0,01	1000	170
9	11,4	I $\pi$	24,8	21,5	62,1	40,5	0,08	200	55
10	11,2	I $\pi$	24,8	21,5	62,1	40,5	0,08	500	139
11	46,6	I	14,2	16,0	59,8	43,8	-0,04	900	192
12	74,4	I	22,9	23,4	72,2	48,8	-0,01	1000	143
13	9,2	I	21,4	23,5	74,7	51,3	-0,04	200	32
14	11,8	I	19,7	20,1	79,6	59,5	-0,01	450	54
15	14,7	I	18,8	20,7	87,8	67,1	-0,03	300	51
16	40,2	I	23,8	26,4	102,7	76,3	-0,03	800	117

## Metodyka badań trójosiowych zrealizowanych w ramach opisywanego zadania

Badania trójosiowe przeprowadzono na próbkach o wymiarach:

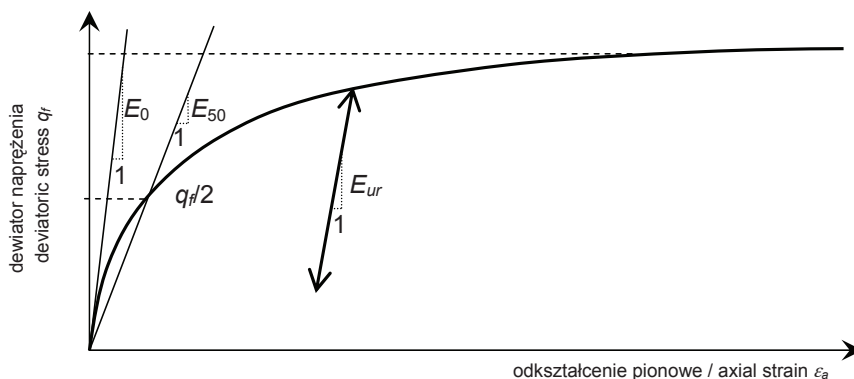
- średnica  $d \approx 50$  mm, wysokość  $h \approx 100$  mm,
- średnica  $d \approx 70$  mm, wysokość  $h \approx 140$  mm.

Badania trójosiowe próbek gruntu obejmowały następujące etapy:

- nasączenie metodą ciśnienia wyrównawczego (ang. *back pressure*),

HSS po osiągnięciu pewnej wartości dewiatora przerywano ścinanie i próbkę odciążano (zmniejszono pionowe naprężenie efektywne do 15–30% wartości dewiatora, przy którym rozpoczęto odciążenie); następnie kontynuowano ścinanie według ścieżki standardowej.

Na podstawie takiego badania uzyskano charakterystykę naprężenie – odkształcenie umożliwiającą wyznaczenie parametrów  $E_0$ ,  $E$ ,  $E_{ur}$  i  $E_{50}$ . Na rysunku 2 przedstawiono schemat wyznaczania tych parametrów.



RYSUNEK 2. Schemat wyznaczania parametrów  $E_0$ ,  $E_{ur}$  i  $E_{50}$  na podstawie charakterystyki naprężenie – odkształcenie uzyskanej ze ścinania

FIGURE 2. Evaluation of  $E_0$ ,  $E_{ur}$  and  $E_{50}$  based on stress–strain characteristics

- konsolidację w celu wyznaczenia sztywności początkowej gruntów na zakończenie etapu konsolidacji wykonywano pomiar prędkości fali poprzecznej,
- ścinane w warunkach z odpływem (TXCD), które prowadzono według ścieżki standardowej, tj. przy stałej wartości ciśnienia w komorze i wzrastającej wartości naprężenia pionowego; podczas etapu ścinania w celu wyznaczenia parametrów do modelu

W niniejszym artykule autorzy skupiają się tylko na analizie modułu charakteryzującego odciążenie i obciążenie powtórne  $E_{ur}$ . Wartości modułów siecznych ( $E_0$ ,  $E_{ur}$  i  $E_{50}$ ) zostały określone na podstawie wzoru:

$$E = \frac{\Delta q}{\Delta \varepsilon_a}$$

gdzie:

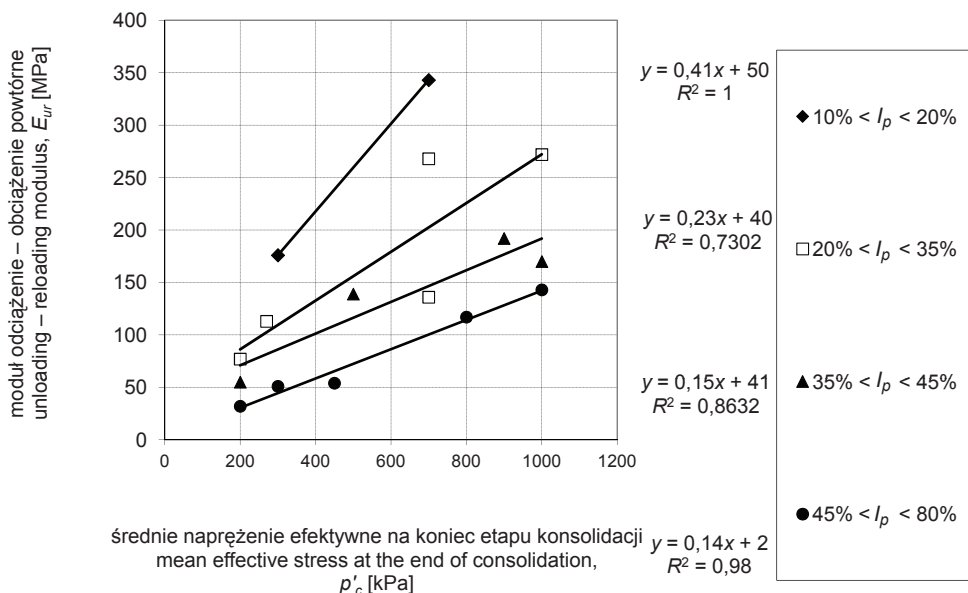
$\Delta q$  – przyrost dewiatora naprężenia,  
 $\Delta \varepsilon_a$  – przyrost odkształcenia pionowego.

## Analiza wyników badań – moduł $E_{ur}$

Na podstawie uzyskanych wyników badań określono zależności między naprężeniem efektywnym wartościami modułów  $E_{ur}$  (rys. 3). Badania wykonywano w zakresie naprężeń efektywnych 200–1000 kPa.

$$E_{ur} = 1,7481(I_p)^{-0,6181}(p'_c) - 0,8904(I_p) + 65,97$$

Na podstawie wyznaczonej zależności porównano wartości empiryczne z tymi, które otrzymano z badań (rys. 6). Analizy przeprowadzone w ramach pracy nad niniejszą publikacją



RYSUNEK 3. Zmienność modułów  $E_{ur}$  w zależności od średniego naprężenia efektywnego  
FIGURE 3. Variability of  $E_{ur}$  values compare to mean effective stress at the end of consolidation stage

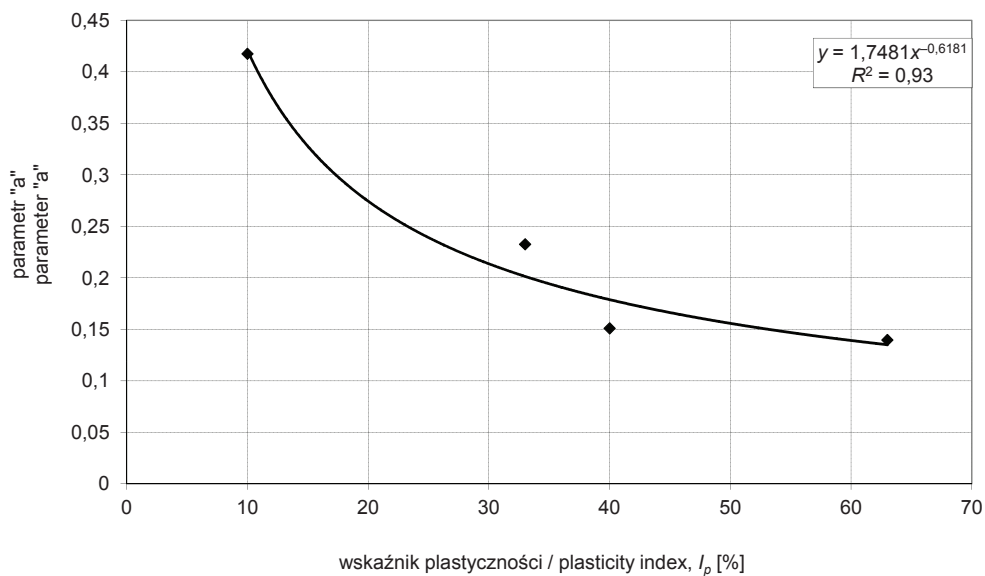
Na podstawie rysunku 3, zależność między średnim naprężeniem efektywnym na koniec etapu konsolidacji a modułem  $E_{ur}$  można opisać równaniem prostej:

$$E_{ur} = a(p'_c) + b$$

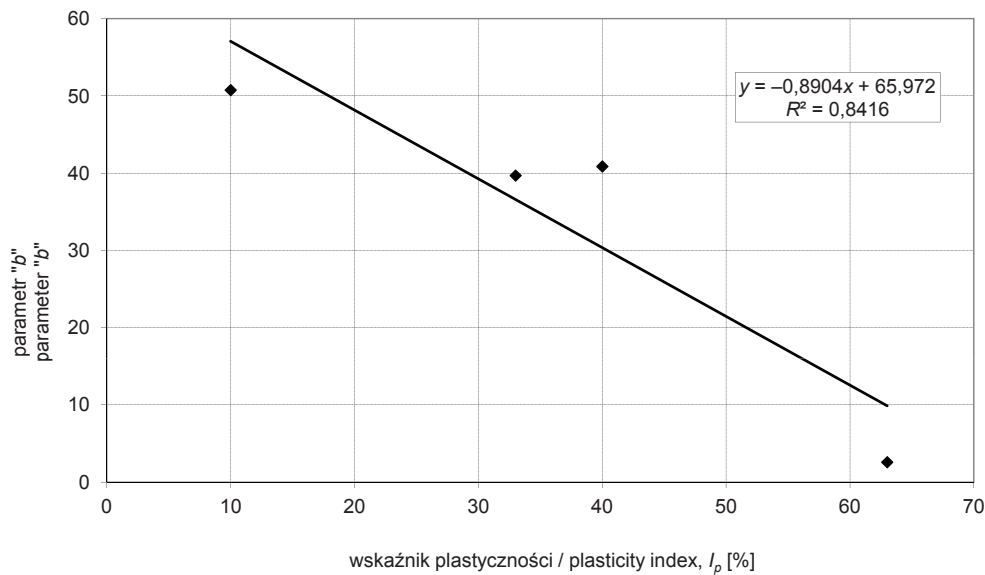
gdzie  $a$  i  $b$  zależą od wskaźnika plastyczności (rys. 4 i 5).

W odniesieniu do danych przedstawionych na rysunkach 4 i 5 wzór empiryczny dla obliczenia modułu  $E_{ur}$  zapisuje się w następujący sposób:

zostały wykonane dla gruntów pobranych z głębokości 0–75 m, z podłoża o skomplikowanej budowie geologicznej. Na podstawie powyższych zależności, znajomości budowy geologicznej podłoża oraz podstawowych jego cech fizycznych, takich jak wskaźnik plastyczności, możliwe jest określenie modułu  $E_{ur}$  dla poszczególnych warstw. Wykorzystując zaproponowany wzór empiryczny, wyznaczono moduły  $E_{ur}$  i porównano z wartościami otrzymanymi

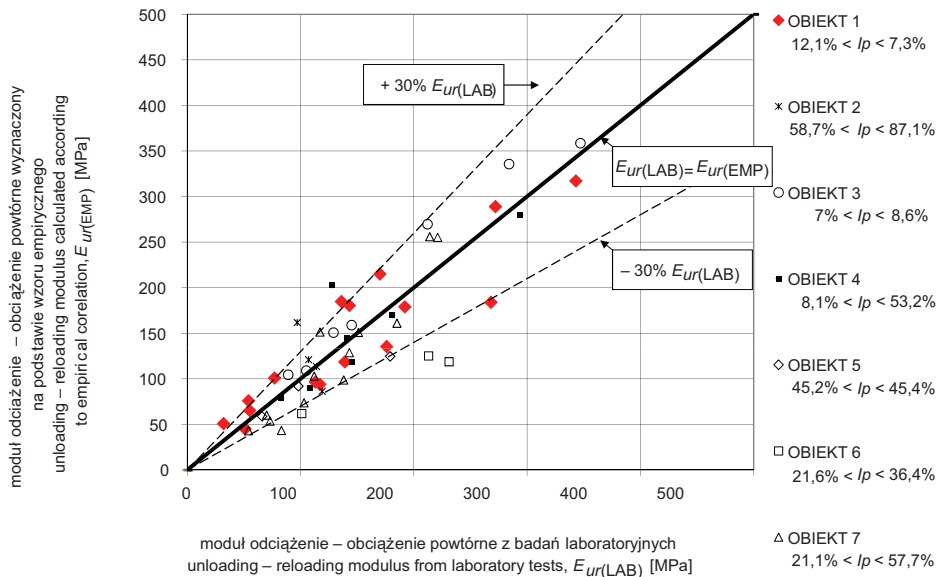


RYSUNEK 4. Zależność parametru „a” od wskaźnika plastyczności  
 FIGURE 4. Parameter “a” to plasticity index ratio



RYSUNEK 5 Zależność parametru „b” od wskaźnika plastyczności  
 FIGURE 5. Parameter “b” to plasticity index ratio

mi z badań laboratoryjnych dla innych siedmiu obiektów z terenu Polski, gdzie były wykonywane tego typu badania trójosiowe i analizy numeryczne z wykorzystaniem modelu HSS (rys. 6). Na podstawie przeprowadzonych porównań



RYSunEK 6. Porównanie wartości modułów  $E_{ur}$  obliczonych na podstawie wzoru empirycznego i wartości otrzymanych z badań zrealizowanych dla kilku obiektów zlokalizowanych w Polsce  
 FIGURE 6. Comparison of  $E_{ur}$  values from empirical formula and from the tests conducted for a number of sites in Poland

stwierdzono, że znaczna część wartości modułu  $E_{ur}$  określona na podstawie zaproponowanego wzoru empirycznego zawiera się w przedziale  $\pm 30\%$  wartości  $E_{ur}$  wyznaczonego na podstawie badań laboratoryjnych. Jest to lepsze przybliżenie niż proponowana zależność w instrukcjach programów obliczeniowych  $E_{ur}/E_{50} = 3$ .

### Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych badań i analiz można sformułować następujące wnioski:

- wartość modułu odkształcenia charakteryzującego odciążenie i obciążenie powtórne ( $E_{ur}$ ) nie jest wartością stałą i zależy od naprężenia efektywnego i spistości gruntu;

- wraz ze wzrostem spistości gruntu wpływ naprężenia na wartość modułu  $E_{ur}$  jest mniejszy;
- zaproponowana zależność empiryczna pozwala obliczyć wartości modułu  $E_{ur}$  na podstawie znajomości wskaźnika plastyczności ( $I_p$ ) i średniego naprężenia efektywnego ( $p'$ ) a znaczna część wartości modułu  $E_{ur}$  określona na podstawie zaproponowanego wzoru empirycznego zawiera się w przedziale  $\pm 30\%$  wartości  $E_{ur}$  wyznaczonego na podstawie badań laboratoryjnych.

GEOTEKO będzie prowadziło dalsze prace mające na celu wyznaczenie korelacji umożliwiających szacowanie wartości modułów opisujących model HSS, z uwzględnieniem wpływu innych czynników niż tylko wskaźnik plastyczności i naprężenie efektywne.

Warto zwrócić uwagę, że stosowanie wszelkich wzorów empirycznych nie może być bezkrytyczne. Zaproponowany wzór może być pomocny przy wstępnym szacowaniu parametru  $E_{ur}$ . Zasadniczą informację na temat zachowania się gruntów otrzymuje się jednak na podstawie badań wykonanych bezpośrednio dla analizowanego zagadnienia geotechnicznego.

## Literatura

- Benz, T. (2007). *Small-strain stiffness of soils and its numerical consequences* (praca doktorska). Stuttgart: Universität Stuttgart.
- Lipiński, M.J. (2013). *Kryteria wyznaczania parametrów geotechnicznych*. Warszawa: Wydawnictwo SGGW.
- Lipiński, M. i Tymiński, W. (2011). Evaluation of initial stiffness of natural overconsolidated cohesive soils. W *XV European Conference of Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Athens. Amsterdam: IOS Press.
- Obrzud, R. (2010). *On the use of the Hardening Soil Small Strain model in geotechnical practice*. Lausanne: Elmepress International.
- PLAXIS (2017). *Material Models Manual*. Pobrano z lokalizacji: [www.plaxis.com/?plaxis\\_download=3D-3-Material-Models.pdf](http://www.plaxis.com/?plaxis_download=3D-3-Material-Models.pdf).
- Schanz, T., Vermeer, P. i Bonier, P. (1999). *Formulation and verification of the Hardening Soil model*. In *Beyond 2000 in Computational Geotechnics*. Rotterdam: Balkema.
- Truty, A. (2008). *Hardening soil model with small strain stiffness*. Technical Report 080901. Lausanne: Zace Services Ltd.

## Streszczenie

**Wyznaczanie modułu odciążenia – obciążenie powtórne dla gruntów głębokiego podłoża.** W celu zastosowania modeli hardening soil i small strain w geotechnicznych obliczeniach numerycznych należy określić parametry odkształceniowe wyzna-

zione na podstawie badań trójosiowych. Obok takich parametrów jak początkowy moduł odkształcenia ( $E_0$ ) czy moduł dla odkształcenia odpowiadającego 50% wartości dewiatora ( $E_{50}$ ) należy wyznaczyć tzw. moduł odciążenia – obciążenie powtórne ( $E_{ur}$ ). W niniejszej publikacji omówiono wyniki badań gruntów pobranych z otworów, których głębokość sięgała 80 m. Ze względu na to, że  $E_0$  i  $E_{50}$  wyznacza się na podstawie standardowych badań trójosiowych z pomiarem prędkości fali poprzecznej, w artykule skupiono się głównie na parametrze  $E_{ur}$ , do którego wyznaczenia potrzebne jest wykonanie bardziej zaawansowanych badań. Na podstawie otrzymanych wyników zaproponowano związki korelacyjne między modułem  $E_{ur}$  a podstawowymi cechami fizycznymi gruntu i zmianą naprężenia efektywnego. Omówiono również procedury wykonywania badań trójosiowych mających na celu wyznaczenie parametrów  $E_0$ ,  $E_{50}$  i  $E_{ur}$ .

## Summary

**Unloading–reloading modulus evaluation for deep soils.** Soil parameters from triaxial tests are required for application of hardening soil small strain model in the geotechnical numerical analyses. In addition to the parameters such as the initial stiffness modulus ( $E_0$ ), stiffness modulus at 50% of the deviatoric stress value ( $E_{50}$ ), unloading–reloading modulus ( $E_{ur}$ ) should be evaluated. The paper presents the test results for soil samples collected from the boreholes approximately 80 m deep. The main focus is put on evaluation of  $E_{ur}$  parameter as requiring more advance tests in comparison to  $E_0$  and  $E_{50}$  parameters that may be evaluated on the basis of standard triaxial tests with shear wave velocity measurement. Based on the triaxial test results a correlation formula is proposed between  $E_{ur}$  modulus and basic physical properties of soil and changes of effective stress values. The triaxial test procedures aimed at evaluation of  $E_0$ ,  $E_{50}$  and  $E_{ur}$  are also presented.



**Authors' addresses:**

Wojciech Tymiński  
GEOTEKO Projekty i Konsultacje  
Geotechniczne Sp. z o.o.  
02-739 Warszawa, ul. Wałbrzyska 14/16  
Poland  
e-mail: wojciech.tyminski@geoteko.com.pl

Paweł Stefanek  
KGHM Polska Miedź S.A.  
Odział Zakład Hydrotechniczny  
59-305 Rudna, ul. Polkowicka 52  
Poland  
e-mail: Pawel.Stefanek@kghm.com