

Waldemar MORZUCH

POLITECHNIKA WROCLAWSKA, KATEDRA MATERIAŁOZNAWSTWA, WYTRZYMAŁOŚCI I SPAWALNICTWA, WYDZIAŁ MECHANICZNY
50-370 Wrocław, ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27

Krytyczna wartość szczeliny magnetycznej silnika asynchronicznego

Dr inż. Waldemar MORZUCH

Ukończył studia na Wydziale Mechanicznym Politechniki Wrocławskiej w 1976r. W roku 1980 uzyskał stopień doktora nauk technicznych na tym samym Wydziale. Obecnie jest adiunktem w Wydziałowym Zakładzie Wytrzymałości Materiałów przy Wydziale Mechanicznym Politechniki Wrocławskiej. Zainteresowania naukowe autora dotyczą zagadnień związanych z interferometrią holograficzną oraz zagadnień związanych ze statecznością dynamiczną układów mechanicznych.



e-mail: waldemar.morzuch@pwr.wroc.pl

Streszczenie

W pracy wyznaczono krytyczną wartość szczeliny magnetycznej silnika asynchronicznego. Szczelinę tę wyznaczono w oparciu o zależność częstości drgań własnych wirnika takiego silnika, od jego wymiarów i parametrów elektrycznych, takich jak siła naciągu magnetycznego. Podstawową część pracy stanowią rozważania związane ze statecznością dynamiczną wirnika silnika asynchronicznego. Do analizy przyjęto model wirnika o ciągłym rozłożeniu masy i o zmiennej sztywności. Na podstawie równań ruchu otrzymano równania różniczkowe wiążące ugięcia dynamiczne wirnika z przestrzenią i czasem. Ostatecznie otrzymano równania różniczkowe, cząstkowe, które rozwiązano stosując metodę rozdzielania zmiennych (metoda Fouriera). W rezultacie powyższego rozwiązanie wyrażono w postaci nieskończonego szeregu dwóch funkcji $X_n(x)$ zależnych od współrzędnej przestrzennej (x) oraz $T_n(t)$ zależnych od czasu (t). Analiza rozwiązań drugiego równania była podstawą do wyznaczenia częstości drgań swobodnych wirnika. Częstość ta była zależna m.in. od parametrów elektrycznych i wymiarów geometrycznych wirnika. W oparciu o analizę tak otrzymanej częstości wyznaczono krytyczną wartość szczeliny magnetycznej silnika asynchronicznego.

Słowa kluczowe: wirnik, stateczność dynamiczna, naciąg magnetyczny, szczelina magnetyczna.

Critical value of magnetic gap of asynchronous motor**Abstract**

The critical values of magnetic tension and magnetic gap has been determined. For this purpose the analysis of the dynamic stability of rotor loaded by magnetic tension has been presented. A shaft with continuous distribution mass and variable stiffness has been taken as model of rotor for this analysis. In order to estimate the stability of radial motion of the rotor, the equations of its transverse vibration has been formulated. On the basis of equations of motion of the rotor, the differential equations, connecting the dynamic deflection of rotor with space and time has been obtained. Eventually, the homogeneous, partial differential equations were obtained and solved by using the method of separation of variables (Fourier's method). Then the ordinary differential equation, describing the vibration of rotor in time function, has been solved. On the basis of the above mentioned equation, the characteristic equation has been drawn. The analysis of solution of this equation became the basis for estimating the free vibrations frequency of the rotor. Subsequently, the critical values of magnetic tension and magnetic gap has been determined.

Keywords: rotor, dynamical stability, magnetic tension, magnetic gap.

1. Wstęp

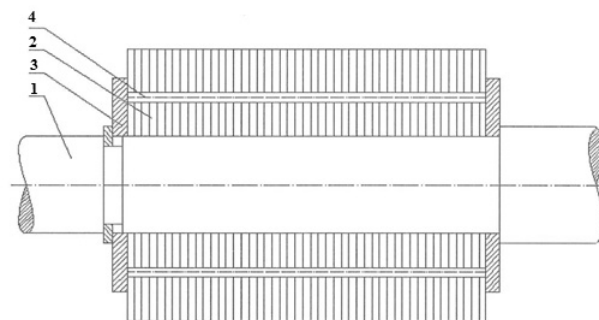
Spośród wielkiej gamy wytwarzanych obecnie maszyn elektrycznych szczególnie miejsce zajmują silniki asynchroniczne. Zastosowanie ich wzrasta, w związku z czym stawia się przed nimi coraz to większe wymagania. Obserwuje się tendencje do dokonywania ciągłych zmian i ulepszeń w dziedzinie istniejących konstrukcji i technik wytwarzania. Głównym atutem silników asynchronicznych jest ich prosta i zwarta konstrukcja oraz możli-

wość pracy w rozmaitych warunkach zewnętrznych. Podstawowym zagadnieniem występującym przy projektowaniu dowolnego silnika elektrycznego jest obliczenie wytrzymałościowe jego wirnika. Zagadnienie to jest szczególnie ważne w silnikach asynchronicznych charakteryzujących się małymi szczelinami magnetycznymi między stojanem a wirnikiem wynoszącymi około (0,5÷1,5) mm. Wirniki takich silników są stosunkowo długie, mające małe średnice i szczeliny magnetyczne. Szczelina takich wirników powinna być większa od maksymalnego ich ugięcia. Ugięcie to zależy od przyjętego modelu silnika i jego obciążenia. Można przyjąć model stojana jako sztywny lub odkształcalny. Podobnie obciążenie wirnika można przyjąć jako zależne od sił przyłożonych do niego. Jedną z podstawowych sił obciążających taki wirnik jest siła naciągu magnetycznego, powstająca, gdy środek wirnika zostanie wychylony względem środka stojana. Siła ta zgodnie z analizą przedstawioną w [1, 2, 3, 4, 5] ma kierunek siły, której położenie pokrywa się z kierunkiem wychylenia osi wirnika względem osi stojana. Siła ta zależy m.in. od szczeliny magnetycznej między wirnikiem a stojanem. Z powyższego wynika, że znając zależność tej siły od ugięcia wirnika można wyznaczyć wartość szczeliny magnetycznej.

Charakter zmienności tej siły zależy od rodzaju silnika elektrycznego (wielobiegunowy lub dwubiegunowy). W silnikach wielobiegunowych siła ta zależy liniowo od ugięcia wirnika i przy stałym ugięciu tego ostatniego nie zależy w sposób jawny od czasu. Natomiast w silnikach dwubiegunowych siła naciągu magnetycznego jest okresową funkcją czasu [1, 2, 3, 4, 5]. Z powyższego wynika, że podstawą do wyznaczenia szczeliny magnetycznej jest określenie maksymalnych ugięć wirnika i porównanie ich ze szczeliną magnetyczną. Podstawowym parametrem wiążącym szczelinę magnetyczną z wymiarami wirnika jest częstość drgań swobodnych takiego wirnika. Z teorii drgań poprzecznych wałów wiadomo, że przy prędkościach kątowych równych częstościom ich drgań poprzecznych, ugięcia dynamiczne takich wałów rosną dosyć gwałtownie. Z powyższego wynika, że znajomość funkcji zależności częstości drgań poprzecznych wirnika od szczeliny magnetycznej pozwoli na wyznaczenie wartości krytycznej tej ostatniej.

2. Schemat wirnika przyjęty do analizy dynamicznej

Na rys. 1 przedstawiono analizowany wirnik, który składa się z wału i sprasowanego pakietu blach tworzących rdzeń [1, 5].



Rys. 1. Schemat wirnika silnika asynchronicznego. 1- wał, 2- pakiet blach wirnika (rdzeń), 3- tarcza dociskowa, 4- pręt uzwojenia wirnika
Fig. 1. Diagram of the of asynchronous motor. 1- shaft, 2- stacking of rotor (core), 3-clamping plate, 4- rotor bar

W pakiecie umieszczone są pręty uzwojenia, zwarte na końcu pierścieniami miedzianymi lub aluminiowymi. Na odcinku rdzenia działa pole magnetyczne, które jest źródłem siły naciągu magnetycznego. Obciążenie ciągłe od siły naciągu magnetycznego można zapisać w postaci [1, 2, 3, 4, 5]:

$$q(x,t) = C \cdot y(x,t), \quad (1)$$

gdzie:

C – współczynnik (stała) naciągu magnetycznego,
 $y(x,t)$ – odległość osi wirnika od osi stojana.

Współczynnik (stała) naciągu magnetycznego C zależy od rodzaju silnika asynchronicznego (wielobiegunowy lub dwubiegunowy). W przypadku silnika wielobiegunowego współczynnik ten nie zależy od czasu i wyraża się zależnością:

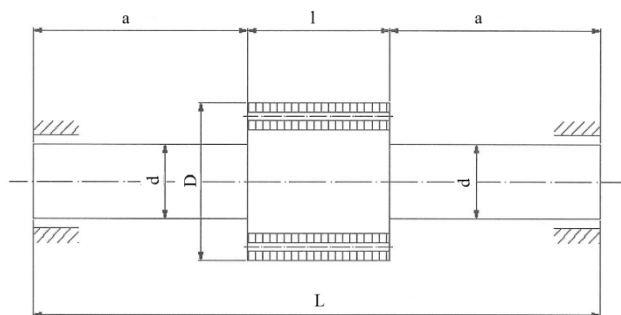
$$C = \frac{\pi}{4\mu_0} \xi D \frac{k_C}{\delta} B_n^2, \quad (2)$$

gdzie:

D – średnica wirnika (na odcinku pakietu sprasowanych blach),
 k_C – współczynnik Cartera,
 δ – szczelina magnetyczna między wirnikiem a stojanem,
 B_n – indukcja magnetyczna, maksymalna w szczelinie, występująca podczas obciążenia znamionowego,
 ξ – współczynnik zależny od rodzaju silnika elektrycznego.

W przypadku silników dwubiegunowych powyższy współczynnik jest zależny od czasu i zawiera czynnik zmieniający się z podwójną częstotliwością sieci zasilającej [2, 5].

W poniższym artykule jest przedstawiona analiza dotycząca silników wielobiegunowych, dla których współczynnik (stała) C jest opisany zależnością (2). Na rys. 2 przedstawiono model wirnika przyjęty w analizie dynamicznej.



Rys. 2. Schemat wirnika przyjęty do analizy
 Fig. 2. Rotor diagram used to dynamic analysis

Na podstawie równania ruchu otrzymano równanie różniczkowe opisujące drgania poprzeczne wirnika [6]:

$$S \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = q, \quad (3)$$

gdzie:

S – sztywność wirnika na odcinku rdzenia,
 q – obciążenie ciągłe.

Funkcja $y(x,t)$ jest zależna od zmiennej przestrzennej x , opisującej położenie danego przekroju wirnika i od czasu t .

W celu uniezależnienia się od ciężaru własnego wirnika rozpatrzono jego drgania w płaszczyźnie poziomej.

Obciążenie ciągłe $q(x,t)$, które będzie krótko oznaczane przez q można przedstawić w postaci sumy:

$$q = q_1 + q_2, \quad (4)$$

gdzie:

q_1 – obciążenie ciągłe od siły bezwładności,
 q_2 – obciążenie ciągłe od siły naciągu magnetycznego,

Powyższe obciążenia ciągłe można przedstawić w postaci:

$$q_1 = -\mu_w \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad q_2 = C y, \quad (5)$$

gdzie:

μ_w – masa jednostki długości wirnika.

Po podstawieniu zależności (5) do równania różniczkowego (3) otrzymano równanie różniczkowe opisujące drgania poprzeczne wirnika:

$$\beta_w^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \gamma y = 0, \quad (6)$$

gdzie:

$$\beta_w^2 = \frac{S}{\mu_w}, \quad \gamma = \frac{C}{\mu_w}. \quad (7)$$

Rozwiązanie równania różniczkowego (6) przedstawiono w postaci sumy

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \cdot T_n(t), \quad (8)$$

gdzie:

$X_n(x)$ – funkcje własne zależne od zmiennej x ,
 $T_n(t)$ – funkcje zależne od czasu t .

Po podstawieniu rozwiązania (8) do równania różniczkowego (6) otrzymano dwa równania warunkowe:

$$\text{IV} \quad \frac{\beta_w^2 X_n''''(x)}{X_n(x)} = k_n^4, \quad (9)$$

$$\ddot{T}_n(t) + \omega_n^2 T_n(t) = 0. \quad (10)$$

W powyższych równaniach k_n jest na razie nieznanym parametrem, natomiast ω_n oznacza częstotliwość drgań swobodnych wirnika. Częstotliwość tę można wyznaczyć z zależności:

$$\omega_n^2 = k_n^2 - \gamma. \quad (11)$$

Równanie opisujące funkcje własne $X_n(x)$ można napisać w postaci:

$$\text{IV} \quad X_n - b_n X_n'' = 0, \quad (12)$$

gdzie:

$$b_n = \frac{k_n^4}{\beta_w^2}. \quad (13)$$

Rozwiązanie równania (12) przedstawiono w postaci:

$$X_n = C_{1n} \text{sh } mx + C_{2n} \text{ch } mx + C_{3n} \sin mx + C_{4n} \cos mx, \quad (14)$$

gdzie:

$$m = \frac{k_n}{\sqrt{\beta_w}}. \quad (15)$$

Podobne równanie różniczkowe napisano dla odcinków wirnika, gdzie działa pole magnetyczne (gdzie $\gamma = 0$).

Na podstawie ułożonych równań różniczkowych wyznaczono częstotliwości drgań swobodnych wirnika. Stałe całkowania $C_{1n}, C_{2n}, C_{3n}, C_{4n}$ wyznaczono z warunków brzegowych wynikających ze sposobu podparcia wirnika.

Na lewym i prawym końcu wirnika skorzystano z zerowania się ugięcia i momentu gnącego.

Na granicy szczególnych odcinków wirnika skorzystano z równości ugięć, kątów obrotu, momentów gnących i sił tnących. W ten sposób otrzymano układ równań na stałe $C_{1n}, C_{2n}, C_{3n}, C_{4n}$, który sprowadzono do jednego równania charakterystycznego:

$$F(k_n) = 0. \quad (16)$$

Równanie to rozwiązano numerycznie na mikrokomputerze otrzymując szereg parametrów k_n , a tym samym kolejne częstotliwości drgań swobodnych wirnika ω_n .

Częstotliwości te były zależne o współczynnika naciągu magnetycznego C . Można wyznaczyć takie wartości współczynnika C , przy których odpowiednie częstotliwości ω_n są równe zero. Tak wyznaczone wartości współczynnika C nazwano wartościami krytycznymi C_{kr} . Z zależności (2) wynika, że będzie istniała pewna szczelina magnetyczna, którą nazwano krytyczną szczeliną magnetyczną δ_{kr} .

Przy szczelinie magnetycznej równej δ_{kr} ruch poprzeczny wirnika będzie niestateczny i będzie istniała możliwość jego uderzenia o stojan.

Tak więc zadaniem konstruktora silnika elektrycznego będzie dobór szczeliny magnetycznej większej od jej krytycznej wartości.

3. Przykład obliczeniowy

W poniższym przykładzie przedstawiono obliczenia dynamiczne dla wirnika składającego się z wału o stałej średnicy i symetrycznie umieszczonego na nim pakietu (rys. 2).

Do obliczeń przyjęto: $L = 0,7$ m, $l = 0,375$ m, $d = 0,05$ m, $D = 0,08$ m, moduł sprężystości wzdłużnej pakietu $E_p = 3,37 \cdot 10^3$ MPa, moduł sprężystości wału $E_w = 2,06 \cdot 10^5$ MPa, $B_n = (0,66-0,68)T$, $k_C = 1,25$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Hm⁻¹, $\xi = 0,35$.

Równanie charakterystyczne (16) rozwiązano numerycznie, wyznaczając wiele parametrów k_n , z których na podstawie zależności (11) wyznaczono częstotliwości drgań swobodnych wirnika ω_n . Zmienną niezależną w równaniu (16) był współczynnik naciągu magnetycznego C . Przy danej wartości tego współczynnika otrzymano kolejne, wyższe wartości częstotliwości drgań swobodnych wirnika. Ograniczono się przy tym do najmniejszej (podstawowej) częstotliwości drgań swobodnych wirnika ω_{1w} . Wykres zależności tej częstotliwości od współczynnika naciągu magnetycznego C przedstawiono na rys. 3. Z przedstawionego rysunku wynika, że naciąg magnetyczny ma duży wpływ na podstawową częstotliwość drgań swobodnych wirnika, zmniejszając ją. Istnieje tutaj naciąg magnetyczny, przy którym częstotliwość drgań swobodnych wirnika jest równa zero. Współczynnik ten proponuje się nazwać krytycznym współczynnikiem naciągu magnetycznego C_{kr} .

Stwierdzono, że naciąg magnetyczny w minimalnym stopniu wpływa na wyższe częstotliwości drgań swobodnych wirnika.

W przedstawionym przykładzie krytyczny współczynnik naciągu magnetycznego przyjął wartość $C_{kr} = 31,98$ MPa.

Z zależności (2) wynika, że temu współczynnikowi będzie odpowiadała szczelina magnetyczna krytyczna opisana zależnością

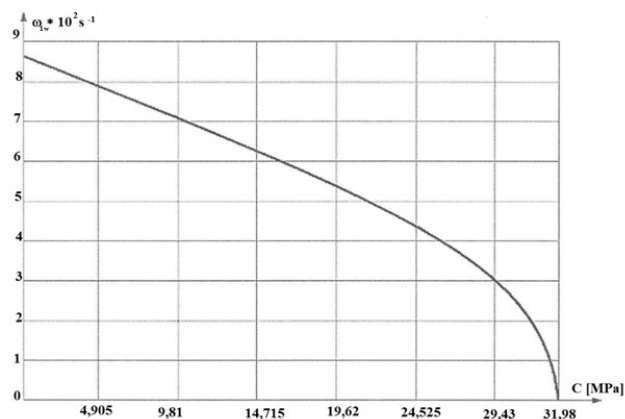
$$\delta_{kr} = \frac{C \cdot \delta}{C_{kr}}, \quad (17)$$

gdzie:

C - współczynnik naciągu magnetycznego przy danej szczelinie δ .

Przykładowo przy szczelinie magnetycznej $\delta = 0,5$ mm, współczynnik naciągu magnetycznego C zgodnie z zależnością (2) przyjął wartość $C = 19,62$ MPa. Tak więc krytycznemu współczynnikowi naciągu magnetycznego C_{kr} będzie odpowiadała szczelina magnetyczna krytyczna równa $\delta_{kr} = 0,31$ mm.

Tak wyznaczona szczelina magnetyczna jest cennym parametrem konstrukcyjnym pozwalającym na prawidłowe zaprojektowanie silnika elektrycznego. Prawidłowo dobrany wirnik powinien mieć szczelinę magnetyczną spełniającą zależność $\delta > \delta_{kr}$.



Rys. 3. Wykres zależności podstawowej częstotliwości drgań swobodnych wirnika od współczynnika naciągu magnetycznego

Fig. 3. Shaft free vibrations frequency vs. magnetic stress coefficient

4. Podsumowanie

W niniejszej pracy wyznaczono krytyczną wartość szczeliny magnetycznej między wirnikiem a stojanem silnika elektrycznego, przy której ma miejsce niestateczność ruchu poprzecznego wirnika. Na podstawie analizy ruchu poprzecznego wirnika wyznaczono podstawową częstotliwość jego drgań giętych i wyznaczono wielkości, od których ta częstotliwość zależy. Jedną z takich wielkości jest szczelina magnetyczna. Stwierdzono, że istnieje pewna jej wartość, przy której częstotliwość drgań swobodnych wirnika jest równa zero. Tak wyznaczoną wartość nazwano krytyczną szczeliną magnetyczną. Jest ona cennym parametrem konstrukcyjnym pozwalającym na ocenę stateczności ruchu poprzecznego wirnika. Prawidłowo zaprojektowany wirnik powinien mieć szczelinę magnetyczną znacznie większą od jej krytycznej wartości.

5. Literatura

- [1] Aleksiejew A. E.: Konstrukcja maszyn elektrycznych. PWT, 1953.
- [2] Dąbrowski M.: Konstrukcja maszyn elektrycznych. WNT, 1965, 1977.
- [3] Dąbrowski M.: Wpływ sprężystych ugięć dowolnie położonego wirnika turbogeneratora na promieniowy naciąg magnetyczny. Przegląd Elektrotechniczny nr 10, 2005.
- [4] Dąbrowski M.: Promieniowy naciąg magnetyczny w turbogeneratorze z uniesionym wirnikiem. Przegląd Elektrotechniczny nr 12, 2008.
- [5] Gabryszewski Z., Morzuch W.: Analiza dynamiczna wirników silników asynchronicznych, klatkowych. Archiwum Elektrotechniki 1981, z. 1, t. XXX.
- [6] Niezgodziński M., Niezgodziński T.: Wytrzymałość materiałów, PWN, 2002.

otrzymano / received: 20.01.2014

przyjęto do druku / accepted: 03.11.2014

artykuł recenzowany / revised paper