

Krzysztof KUPIEC, Tadeusz KOMOROWICZ, Barbara LARWA

e-mail: tkomorow@chemia.pk.edu.pl

Wydział Inżynierii i Technologii Chemicznej, Politechnika Krakowska, Kraków

Model matematyczny gruntowego wymiennika ciepła

Wprowadzenie

Przedmiotem rozważań są wymienniki gruntowe współpracujące z pompami ciepła wykorzystującymi grunt jako dolne źródło ciepła. Przewidywanie efektów wymiany ciepła w tych urządzeniach ma istotne znaczenie przy ocenie możliwości grzewczych pomp ciepła. Modelowanie matematyczne jest w tym przypadku szczególnie celowe bowiem pomiary na dużych głębokościach gruntu są trudne do przeprowadzenia. Dla wymienników z sondami pionowymi opracowano różne modele matematyczne procesu [Cui i in., 2006; Trillat-Berdal i in., 2006; Nam i Hwang, 2008; Florides i in., 2012].

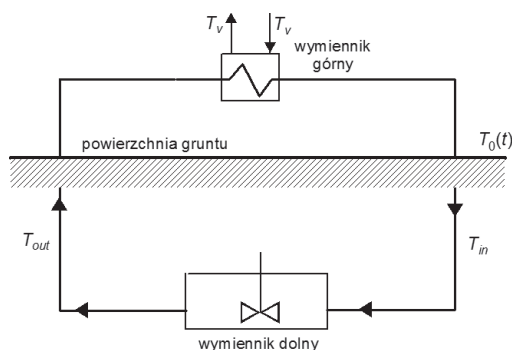
Alternatywą dla pobierania ciepła z gruntu jest wykorzystywanie powietrza atmosferycznego jako dolnego źródła ciepła. Jednak powietrzne pompy ciepła charakteryzują się niekorzystnym współczynnikiem efektywności przy niskich temperaturach. Przy wykorzystywaniu energii gruntu należy mieć jednak na uwadze relacje pomiędzy ceną uzyskanej energii, a kosztami jej uzyskania związanymi z energią napędową.

W niniejszej pracy przedstawiono model matematyczny gruntowego poziomego wymiennika ciepła oraz wyniki obliczeń otrzymanych na podstawie rozwiązania równań tego modelu.

Model matematyczny

Rozważono układ składający się z wymiennika dolnego i górnego, pomiędzy którymi cyrkuluje ciecz robocza (roztwór glikolu). Wymiennik dolny znajduje się pod powierzchnią gruntu, zaś górny jest częścią składową pompy ciepła (Rys. 1). W warunkach zimowych w dolnym wymienniku ciecz pobiera ciepło od gruntu i przekazuje go wrzucemu czynnikowi termodynamicznemu w pompie ciepła. W warunkach letnich ciecz robocza w dolnym wymienniku przekazując ciepło do gruntu ochładza się, a następnie pobiera ciepło od skraplającego się czynnika termodynamicznego w pompie ciepła pracującej w tym przypadku jako klimatyzator. Ze względu na pory roku ma miejsce proces cykliczny polegający na przemiennym ogrzewaniu i chłodzeniu gruntu.

W modelu zastąpiono przepływ przez równoległy układ rur wymiennika przepływem przez zbiornik z idealnym mieszaniem. Ciepło przenika do (od) gruntu zarówno przez dolną jak i górną powierzchnię wymiennika gruntowego.



Rys.1. Obieg cieczy roboczej pomiędzy dolnym a górnym wymiennikiem

W wymienniku górnym temperatura \$T_v\$ czynnika termodynamicznego odbierającego (lub pobierającego) ciepło od cieczy roboczej jest niezmienna. Wynika to z przemiany fazowej czynnika termodynamicznego w pompie ciepła. Temperatura \$T_v\$ jest jednak różna dla poszczególnych okresów pracy urządzenia. Dla warunków letnich następuje skraplanie czynnika termodynamicznego i wartość \$T_v\$ jest wyższa niż w warunkach zimowych, w których występuje wrzenie czynnika przy podwyższonym ciśnieniu.

Ciecz robocza o ciepłe właściwym \$c_L\$ przepływa przez wymiennik gruntowy z natężeniem przepływu \$\dot{m}_L\$. Temperatura cieczy zmienia się od \$T_{in}\$ na wlocie do \$T_{out}\$ na wylocie. W warunkach zimowych ciecz ogrzewa się czyli \$T_{out} > T_{in}\$; odwrotnie w warunkach letnich. Górny wymiennik ciepła ma powierzchnię grzejną \$A_{up}\$, a współczynnik przenikania ciepła w tym wymienniku wynosi \$U\$. Chwilowy strumień ciepła przenoszony w wymiennikach górnym i dolnym wynosi

$$\dot{Q} = \dot{m}_L c_L (T_{out} - T_{in}) \quad (1)$$

Strumień ciepła jest dodatni gdy ciepło jest odbierane od gruntu. A więc dla warunków zimowych \$\dot{Q}\$ jest dodatnie, zaś dla warunków letnich – ujemne. Równanie przenikania ciepła dla górnego wymiennika ma postać

$$\dot{Q} = UA_{up} \frac{T_{out} - T_{in}}{\ln \frac{T_v - T_{out}}{T_v - T_{in}}} \quad (2)$$

Z powyższych równań wynika zależność między temperaturami \$T_{in}\$ i \$T_{out}\$

$$T_{in} = T_v - (T_v - T_{out}) \exp\left(-\frac{UA_{up}}{\dot{m}_L c_L}\right) \quad (3)$$

Przez powierzchnię gruntu ciepło jest wymieniane z otoczeniem. Powietrze atmosferyczne stykające się z gruntem ma temperaturę \$T_0\$ okresowo zmienną w czasie (w cyklu rocznym, \$t_0 = 4 \cdot 365,24\$ h)

$$T_0 = 10,0 + 11,0 \cos\left(\frac{2\pi}{t_0} t\right) \quad (4)$$

gdzie czas \$t\$ jest wyrażony w [h].

W przedstawionym modelu grunt potraktowano jako ciało półnieskończone. Wykorzystano równanie przewodzenia ciepła dla płyty przy istniejącym wewnętrznym źródle ciepła umieszczonym w pewnej odległości od powierzchni gruntu. Ze względu na poziome usytuowanie wymiennika przenoszenie ciepła w gruncie zachodzi tylko w kierunku osi pionowej. W modelu wykorzystano równanie dla płyty nieskończonej, dla której jedną powierzchnią jest powierzchnia gruntu, zaś druga znajduje się na dużej głębokości zapewniającej niezmienną temperaturę. Dla nieustalonego przewodzenia w płycie nieskończonej z wewnętrznym źródłem ciepła obowiązuje zależność [Carslaw i Jaeger, 1959]

$$\frac{\partial T_g}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) + \frac{q_v}{\rho_g c_g} \quad (5)$$

gdzie:

- \$T_g\$ – temperatura gruntu,
- \$t\$ – czas,
- \$a_g\$ – współczynnik dyfuzyjności cieplnej gruntu,
- \$x\$ – odległość od powierzchni gruntu,
- \$q_v\$ – wydajność źródła ciepła, [W/m³],
- \$\rho_g, c_g\$ – odpowiednio gęstość i ciepło właściwe gruntu.

Wydajność źródła ciepła wynosi

$$q_v = -\frac{\dot{Q}}{V} \quad (6)$$

Ilość ciepła generowana przez wewnętrzne źródło jest określona przez równanie Fouriera dla ściany płaskiej, którą stanowi dolna i górna powierzchnia wymiennika gruntowego. Poprzez zastosowanie procedury iteracyjnej dobrano chwilową temperaturę cieczy w wymienniku tak, aby uzyskać równość strumienia ciepła przenoszonego pomiędzy ścianą wymiennika a gruntem przez przewodzenie oraz strumienia ciepłego przenoszonego w wymienniku górnym.

Przyjęto następujący warunek początkowy

$$t = 0 \quad T_g = T_b \quad (7)$$

przy czym T_b jest temperaturą gruntu na dużej głębokości.

Warunek brzegowy na powierzchni gruntu ma postać

$$x = 0 \quad T_g = T_0 \quad (8)$$

gdzie $T_0(t)$ jest temperaturą powietrza, okresowo zmienną i określoną wzorem (4).

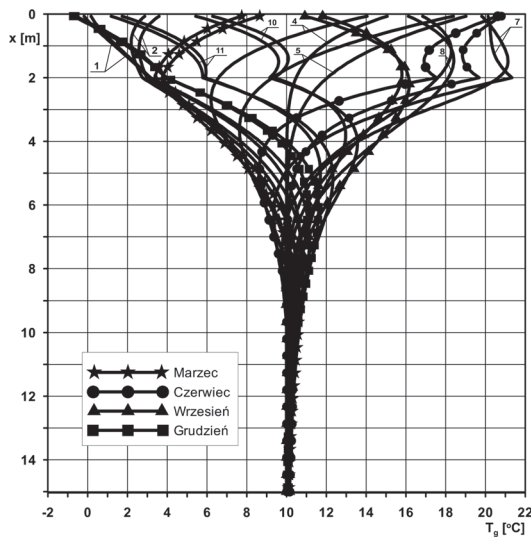
Dla pewnej odległości od powierzchni gruntu h_{inf} w obliczeniach numerycznych należy przyjąć, że temperatura nie ulega już zmianie z położeniem (teoretycznie dla ciała półnieskończonego dotyczy to $x \rightarrow \infty$). Drugi warunek brzegowy ma zatem postać

$$x = h_{inf} \quad T = T_b \quad (9)$$

Wyniki obliczeń

Na rys. 2 i 3 przedstawiono wyniki obliczeń wykonanych w oparciu o opisany model matematyczny. Obliczenia przeprowadzono dla następujących danych liczbowych:

- liczba kroków względem współrzędnej położenia $n = 300$,
- masowe natężenie przepływu cieczy roboczej $\dot{m}_L = 0,2 \text{ kg/s}$,
- ciepło właściwe cieczy roboczej $c_L = 4200 \text{ J/(kgK)}$,
- współczynnik przewodzenia ciepła gruntu $k_g = 1,5 \text{ W/(mK)}$,
- ciepło właściwe gruntu $c_g = 2000 \text{ J/(kgK)}$,
- gęstość gruntu $\rho_g = 1500 \text{ kg/m}^3$,
- iloczyn współczynnika przenikania ciepła i powierzchni grzejnej górnego wymiennika $UA_{up} = 200 \text{ W/K}$,
- powierzchnia grzejna dolnego wymiennika $A_{down} = 500 \text{ m}^2$,
- odległość pomiędzy wymiennikiem dolnym, a powierzchnią gruntu $h = 2 \text{ m}$,
- temperatura czynnika termodynamicznego odpowiednio w okresie zimowym i letnim: $T_v = -5^\circ\text{C}$ lub $T_v = 40^\circ\text{C}$,
- $h_{inf} = 20 \text{ m}$,
- $T_b = 10^\circ\text{C}$.



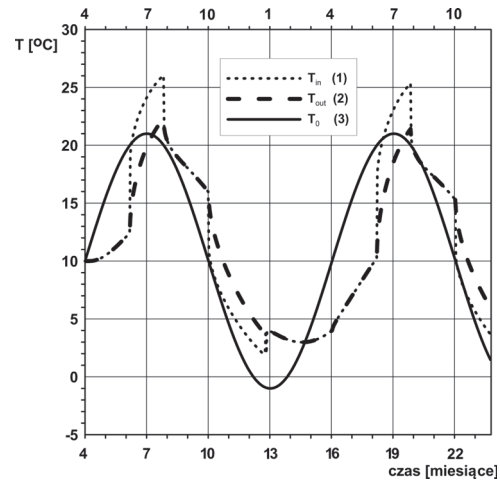
Rys. 2. Profile temperatur gruntu

Gruntowe wymienniki ciepła pracują na ogół okresowo, aby umożliwić częściową regenerację cieplną gruntu. Warunki temperaturowe jakie muszą być spełnione, aby wymiennik gruntowy był załączony przyjęto następująco:

- a) Przy dostarczaniu energii do pompy ciepła: $T_0 < 10^\circ\text{C}$ oraz $T_{out} > T_v + 7$
- b) Przy odbiorze energii z klimatyzatora: $T_0 > 20^\circ\text{C}$.

Gdy warunki a) lub b) nie są spełnione, wymiennik gruntowy jest wyłączony.

Profile temperatur w gruncie dla miesięcznych odstępów czasu przedstawiono na rys. 2. Liczbami (1÷11) oznaczono numery miesięcy tj. 1 – styczeń, 2 – luty, itd. W okresach, w których wymiennik jest włączony widoczne są deformacje profili temperatur w pobliżu poziomo-



Rys. 3. Czasowe zmiany temperatur: cieczy na wlocie do wymiennika (T_{in}), cieczy na wylocie z wymiennika (T_{out}) oraz powietrza (T_0)

mu odpowiadającego usytuowaniu wymiennika (2 m). Deformacje te odpowiadają pobieraniu ciepła z gruntu (np. linie 10, 11) lub dostarczaniu ciepła do gruntu (np. linia 7). Widoczne są różnice w profilach dla poszczególnych miesięcy w kolejnych latach. Te różnice wynikają z arbitralnie przyjętego warunku początkowego (7) i w kolejnych latach zanikają wraz z osiągnięciem cyklicznego stanu ustalonego.

Na rys. 3 przedstawiono czasowe zmiany temperatury cieczy roboczej na wlocie i wylocie z gruntowego wymiennika ciepła (odpowiednio T_{in} oraz T_{out}) oraz zmiany temperatury powietrza atmosferycznego T_0 . Gdy przebieg krzywych 1 i 2 pokrywa się, oznacza to, że gruntowy wymiennik ciepła jest wyłączony (temperatury T_{in} i T_{out} są równe). Natomiast gdy wymiennik pracuje, to w miesiącach letnich temperatura T_{in} jest wyższa niż temperatura T_{out} ; odwrotnie jest w miesiącach zimowych, kiedy to temperatura cieczy na wylocie jest wyższa. Jak widać z przebiegu krzywych dla warunków zimowych przyrost temperatury cieczy w wymienniku wynosi około 3 K, co jest zgodne z wartościami występującymi w praktyce.

Temperatura powietrza atmosferycznego, której przebieg odzwierciedla krzywa 3, zmienia się okresowo zgodnie z zależnością (4) i waha się w granicach od -1°C do 21°C .

Wnioski

Przedstawiony model matematyczny gruntowego wymiennika ciepła opiera się na jednowymiarowym równaniu przewodzenia ciepła z wewnętrznym źródłem.

Model prawidłowo opisuje rozkłady temperatur gruntu w zależności od położenia i czasu.

Obliczenia oparte na przedstawionym modelu mogą być przydatne w przewidywaniu wpływu poszczególnych parametrów procesu na możliwości grzewcze pomp ciepła.

Przedstawiony model można wykorzystać do symulacji regeneracji cieplnej gruntu po zakończonym sezonie grzewczym.

LITERATURA

- Carlsaw H.S., Jaeger J.C., 1959. *Conduction of Heat in Solids*, II ed. Clarendon Press, Oxford
- Cui P., Yang H., Fang Z., 2006. Heat transfer analysis of ground heat exchangers with inclined boreholes. *Applied Thermal Engineering* **26**, 1169-1175. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2005.10.034
- Florides G.A., Christodoulides P., Pouloupatis P., 2012. An analysis of heat flow through a borehole heat exchanger validated model. *Applied energy*, **92**, 523-533. DOI: 10.1016/j.apenergy.2011.11.064
- Nam Y., Ooka R., Hwang S., 2008. Development of a numerical model to predict heat exchange rates for a ground-source heat pump system, *Energy and Buildings*, **40**, 2133-2140. DOI: 10.1016/j.enbuild.2008.06.004
- Trillat-Berdal V., Souyri B., Fraisse G., 2006. Experimental study of a ground-coupled heat pump combined with thermal solar collectors, *Energy and Buildings*, **38**, 1477-1484. DOI: 10.1016/j.enbuild.2006.04.005