

**Katarzyna RUTCZYŃSKA-WDOWIAK**

Politechnika Świętokrzyska, Zakład Systemów Sterowania i Zarządzania,  
Kielce, Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7  
E-mail: K.Rutczynska@tu.kielce.pl

## **Analiza wpływu krzyżowania na przykładzie identyfikacji modelu matematycznego silnika indukcyjnego z zastosowaniem algorytmu genetycznego**

### 1 Wstęp

Powszechnie stosowane metody identyfikacji w warunkach online lub offline wymagają pełnej informacji o wszystkich albo wybranych parametrach matematycznego modelu silnika indukcyjnego [11, 13, 15, 17, 18]. Obecnie wykorzystywane komputerowe algorytmy identyfikacji zapewniają dobrą jakość i dokładność identyfikacji, jeśli zostanie właściwie dobrana struktura modelu matematycznego oraz wskaźnik jakości.

Do minimalizacji wskaźnika jakości identyfikacji często stosuje się powszechnie znane metody klasyczne [17]. Jednak obecnie coraz częściej poszukuje się także nowych metod, które umożliwią przeprowadzenie efektywnej i skutecznej identyfikacji. Wśród nich można wyróżnić metody zaliczane do tzw. sztucznej inteligencji, a więc między innymi algorytmy genetyczne czy ewolucyjne oraz algorytmy hybrydowe, będące połączeniem metody genetycznej i klasycznej. Metody sztucznej inteligencji cieszą się wciąż rosnącym zainteresowaniem ze względu na uniwersalność zastosowań oraz ich skuteczność [1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 16]. Zasadność ich stosowania dotyczy przede wszystkim problemów, w których pozostałe metody nie dają oczekiwanego rozwiązania.

Parametryczna identyfikacja modelu matematycznego silnika indukcyjnego jest zaliczana do trudnych problemów, z uwagi przede wszystkim na nieliniowość modelu. Stosowanie klasycznych, numerycznych metod optymalizacji statycznej (nawet metod z ograniczeniami, jak np. metoda Boxa) jest w wielu przypadkach ograniczone niestabilnością rozwiązań modelu matematycznego podczas identyfikacji. Kolejnym problemem może okazać się wyznaczenie minimum lokalnego przyjętego wskaźnika jakości identyfikacji zamiast globalnego, co często występuje przy większej liczbie identyfikowanych parametrów. W takich przypadkach zaleca się zmianę warunków początkowych lub skorzystanie z innej metody identyfikacji, która pozwala uzyskać dobrą jakość procesu dla każdego warunków startowych, a więc np. z algorytmu genetycznego. Algorytmy genetyczne mają specyficzny charakter, ponieważ działają na całej populacji potencjalnych rozwiązań, dlatego zapewniają znacznie większe prawdopodobieństwo zlokalizowania minimum globalnego wskaźnika jakości, niezależnie od liczby identyfikowanych parametrów. Jednak skuteczność i efektywność algorytmu genetycznego wykorzystanego w procesie identyfikacji parametrycznej zależy w dużej mierze od elementów AG, takich jak: reprezentacja parametrów zadania

czy operatory genetyczne, a także od zestawu parametrów kontrolnych algorytmu, tj. rozmiaru populacji, prawdopodobieństwa krzyżowania i mutacji, czy też kryterium stopu. Algorytm genetyczny powinien być zaprojektowany w taki sposób, aby zapewnić dobrą zbieżność i dokładność analizowanego procesu w jak najkrótszym czasie [13, 14, 15]. Z uwagi na to konieczne jest zoptymalizowanie algorytmu genetycznego. Można tego dokonać na przykład poprzez modyfikację selekcji, operatora krzyżowania czy mutacji lub wprowadzenie modelu elitarnego [3, 9, 10].

Niniejsza praca stanowi próbę udoskonalenia algorytmu genetycznego poprzez modyfikację operatora krzyżowania, polegającą na sterowaniu parametrem krzyżowania. Analizowano wpływ przyjętego podejścia na zbieżność, dokładność oraz czas procesu identyfikacji parametrycznej. W tym celu wykonano niezbędne badania symulacyjne oraz eksperymentalne. Obiekt identyfikacji stanowi silnik indukcyjny małej mocy.

W pracy wykorzystano model matematyczny silnika indukcyjnego sformułowany w wirującym układzie współrzędnych, zorientowanym zgodnie z wektorem napięcia stojana.

## 2 Model matematyczny silnika indukcyjnego

Opis matematyczny silnika indukcyjnego uwzględnia odpowiednie związki między składowymi prądów, napięć i strumieni. Model matematyczny silnika indukcyjnego jest złożonym układem nieliniowych równań różniczkowych, co utrudnia przeprowadzenie skutecznej i efektywnej identyfikacji. Najczęściej są stosowane modele matematyczne silnika indukcyjnego sformułowane w wirującym  $d$ - $q$  oraz stacjonarnym  $\alpha$ - $\beta$  układach współrzędnych. Z uwagi na techniczne możliwości wykonania pomiarów w pracy przyjęto model matematyczny silnika indukcyjnego sformułowany w wirującym układzie współrzędnych  $d$ - $q$ , zorientowanym zgodnie z wektorem  $\mathbf{v}_s$  napięcia stojana o postaci:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \phi_d(t) &= \phi_q(t) \omega_s(t) - R_s I_d(t) + v(t) \\
 \frac{d}{dt} \phi_q(t) &= -\phi_d(t) \omega_s(t) - R_s I_q(t) \\
 \frac{d}{dt} I_d(t) &= a_1 \phi_d(t) + a_3 \phi_q(t) \omega_e(t) - a_2 I_d(t) + \\
 &\quad + I_q(t) \omega_s(t) - I_q(t) \omega_e(t) + a_3 v(t) \\
 \frac{d}{dt} I_q(t) &= -a_3 \phi_d(t) \omega_e(t) + a_1 \phi_q(t) - I_d(t) \omega_s(t) + \\
 &\quad + I_d(t) \omega_e(t) - a_2 I_q(t) \\
 \frac{d}{dt} \omega_e(t) &= \frac{3p^2}{2J} (\phi_d(t) I_q(t) - \phi_q(t) I_d(t)) - \frac{p}{J} M_o(t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

oraz

$$a_1 = \frac{R_r}{\sigma L_s L_r}, \quad a_2 = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r}, \quad a_3 = \frac{l}{\sigma L_s} \quad (2)$$
$$\sigma = \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_s L_r}$$

gdzie:

$I_d, I_q$  są składowymi wektora prądu stojana w wirującym układzie współrzędnych,  $\phi_d, \phi_q$  są składowymi wektora strumienia stojana,  $R_s, R_r$  – rezystancja odpowiednio stojana i wirnika,  $L_s, L_r$  – indukcyjność odpowiednio stojana i wirnika,  $L_m$  – indukcyjność główna,  $\omega_e$  – elektryczna prędkość kątowa,  $\omega$  – mechaniczna prędkość kątowa,  $p$  – liczba par biegunów,  $\omega_s$  – pulsacja synchroniczna stojana,  $\mathbf{v}$  – moduł wektora napięcia stojana,  $J$  – moment bezwładności,  $M_o$  – moment obciążenia,  $\sigma$  – wypadkowy współczynnik rozproszenia [12, 13, 15].

### 3 Identyfikacja modelu matematycznego silnika indukcyjnego z zastosowaniem algorytmu genetycznego

W problemie identyfikacji parametrycznej modelu matematycznego silnika indukcyjnego wyznaczono wartości jego parametrów w oparciu o minimalizację błędu średniokwadratowego amplitudy prądu stojana  $I$  oraz prędkości kątowej  $\omega$  przy zastosowaniu wybranego algorytmu genetycznego. Do dalszych badań przyjęto wskaźnik jakości identyfikacji określony zależnością (3), ponieważ w pracy [15] wykazano, że taka postać wskaźnika jakości zapewnia najlepsze odwzorowanie przebiegów czasowych zarówno prądów  $I$ , jak i prędkości kątowych  $\omega$  silnika i jego modelu matematycznego.

$$Q = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N (\omega(i) - \hat{\omega}(i))^2 + w \sum_{i=1}^N (I(i) - \hat{I}(i))^2 \right) \quad (3)$$

gdzie  $w$  oznacza współczynnik wagi, dobrany doświadczalnie w pracy [13], tak aby został zachowany kompromis pomiędzy wartością sumy kwadratów błędu prędkości kątowej  $\omega$  i błędu prądu stojana  $I$ .

Problemy identyfikacji parametrycznej silnika indukcyjnego w warunkach offline są zagadnieniami trudnymi, ale cieszącymi się wciąż zainteresowaniem wielu badaczy. W zależności od sposobu planowania eksperymentu można zastosować wiele różnych metod identyfikacji. Najczęściej stosowanymi metodami są metody klasyczne, które w odróżnieniu od algorytmów genetycznych charakteryzują się następującymi cechami: przetwarzają bezpośrednio parametry identyfikacji, startują tylko z jednego punktu, wymagają pewnej wiedzy o problemie. Stosowanie algorytmów genetycznych w rozwiązywaniu problemów identyfikacji wciąż rośnie ze względu na ich skuteczność.

W procesie minimalizacji wskaźnika jakości wykorzystano algorytm genetyczny z częściową wymianą populacji, oparty na reprezentacji zmiennopozycyjnej parametrów zadania, zmodyfikowanej selekcji turniejowej, krzyżowaniu arytmetycznym oraz mutacji równomiernej. Procedura generowania kolejnych populacji

algorytmu genetycznego została zrealizowana w taki sposób, że w pojedynczej iteracji AG wymianie podlega co najwyżej dwóch osobników poprzedniej populacji. Przy takim podejściu algorytm wymaga większej liczby iteracji, ponieważ pojęcie iteracji nie jest tożsame z iteracją, gdzie wymianie podlega cała lub większa część populacji.

Badania koncentrowały się na określeniu wpływu operatora krzyżowania na wyniki identyfikacji parametrycznej modelu matematycznego silnika indukcyjnego, tj. na wartości identyfikowanych parametrów modelu oraz czas procesu identyfikacji.

### 3 Wyniki przeprowadzonych badań

Identyfikację parametryczną modelu matematycznego silnika indukcyjnego przeprowadzono w oparciu o pomiary stanu nieustalonego odpowiedzi czasowych prędkości kątowej  $\omega$  i prądu stojana  $I$  na skokową zmianę napięcia stojana  $v = 311 \cdot 1(t)$  V i pulsacji synchronicznej  $\omega_s = 314 \cdot 1(t)$  rad/s. Podczas identyfikacji parametrycznej wyznaczono następujące parametry modelu matematycznego silnika indukcyjnego, tj.:  $a_1, a_2, a_3$ .

W symulacji komputerowej procesu identyfikacji oczekiwano uzyskania wartości wskaźnika jakości bliskiej zeru, natomiast w badaniach eksperymentalnych zbieżność i dokładność oceniono za pomocą współczynników korelacji wielowymiarowej  $R$ . Algorytm genetyczny ma stochastyczny charakter (elementy losowości AG zawarte są np. w generowaniu populacji początkowej, losowaniu par rodzicielskich) i dlatego w zamieszczonych badaniach podano wyniki średnie z 10 przeprowadzonych doświadczeń symulacyjnych i eksperymentalnych. W tabelach 1 i 2 literą  $a$  oznaczono dobierany eksperymentalnie parametr kontrolny krzyżowania arytmetycznego  $a \in [0, 1]$ . Analizowano wpływ operatora krzyżowania na zbieżność, dokładność i czas procesu identyfikacji.

Tabela 1 przedstawia wyniki symulacji procesu identyfikacji parametrycznej modelu matematycznego silnika indukcyjnego z zastosowaniem algorytmu genetycznego z częściową wymianą populacji. W symulacji komputerowej zadano następujące parametry modelu matematycznego silnika indukcyjnego:  $a_1 = 521,4$ ;  $a_2 = 280,1$ ;  $a_3 = 54,2$ ;  $R_s = 2,95 \Omega$ ;  $R_r = 2,47 \Omega$  oraz  $J = 0,04 \text{ kgm}^2$ .

Analiza wpływu krzyżowania na przykładzie identyfikacji modelu matematycznego silnika indukcyjnego z zastosowaniem algorytmu genetycznego

*Tab. 1. Wpływ krzyżowania arytmetycznego na wyniki symulacji komputerowej procesu identyfikacji parametrycznej z zastosowaniem algorytmu genetycznego*

*Tab. 1. The effect of arithmetical crossover on the results of computer simulation of identification with the use of genetic algorithm.*

$a$	Wyniki średnie				
	Identyfikowane parametry			Wskaźnik jakości $Q$	Czas [s]
	$a_1$	$a_2$	$a_3$		
0	526,22	282,02	57,24	0,054	476
0,3	525,82	282,99	57,37	0,019	408
0,5	521,78	281,42	55,52	0,000	355
Random	526,96	282,58	58,01	0,031	461
1	528,34	283,84	58,12	0,050	480

*Tab. 2. Analiza wpływu krzyżowania arytmetycznego na wyniki identyfikacji eksperymentalnej z zastosowaniem algorytmu genetycznego*

*Tab. 2. The analysis of influence of arithmetical crossover on the results of experimental identification with the use of genetic algorithm*

$a$	Wyniki średnie						
	Identyfikowane parametry			Wskaźnik jakości $Q$	$R_\omega$	$R_I$	Czas [s]
	$a_1$	$a_2$	$a_3$				
0	538,23	289,99	60,01	48,121	0,998	0,991	530
0,3	527,89	286,47	58,73	43,531	1,000	0,991	421
0,5	525,42	283,32	56,57	39,000	1,000	0,993	400
Random	520,65	287,01	58,00	45,643	0,999	0,991	443
1	535,55	290,73	59,97	48,454	0,998	0,991	532

Przedstawione wyniki badań symulacyjnych oraz eksperymentalnych wskazują na znaczący wpływ wartości parametru  $a$  krzyżowania arytmetycznego zarówno na wartości wyznaczanych parametrów modelu matematycznego silnika indukcyjnego, jak i na czas analizowanego procesu identyfikacji. Najlepsze wyniki uzyskano dla parametru  $a = 0,5$ , następnie dla wartości  $a = 0,3$ . Wylosowany parametr  $a \in [0, 1]$  w zamieszczonych zestawieniach także pozwolił na otrzymanie zadowalających rezultatów, ale jest wartością losową, więc w dużej mierze zależy od konkretnego losowania. Najgorsze rezultaty, z uwagi na zbieżność procesu identyfikacji i czas obliczeń numerycznych, wyznaczono dla parametru  $a = 0$  oraz  $a = 1$ , ponieważ w takim przebiegu algorytmu kluczową rolę odgrywa mutacja osobników.

### 3 Wnioski

Praca przedstawia identyfikację parametryczną modelu matematycznego silnika indukcyjnego z zastosowaniem algorytmu genetycznego z częściową wymianą populacji. Problem identyfikacji parametrycznej jest złożony i czasochłonny, dlatego

zasadne jest poszukiwanie mechanizmów, które poprawią zbieżność i dokładność ww. procesu i skrócą czas obliczeń. W tym celu zaproponowano analizę wpływu krzyżowania arytmetycznego na wyniki identyfikacji.

Na podstawie przeprowadzonych badań symulacyjnych i eksperymentalnych można stwierdzić, że dobór parametru kontrolnego krzyżowania arytmetycznego ma istotny wpływ na zbieżność i czas procesu. Zdaniem autora najlepsze wyniki można uzyskać, przyjmując wartość parametru  $a = 0,5$ . Losowa wartość  $a$  oraz na poziomie 0,3 pozwala statystycznie osiągnąć również zadowalające wyniki. Najgorsze rezultaty uzyskano dla  $a = 0$  oraz  $a = 1$ .

### Literatura

1. El-Mihoub Tarek A., Hopgood A., Nolle L., Battersby A.: Hybrid Genetic Algorithms: A Review. *Engineering Letters* 2006, EL\_13\_2\_11 Advance online publication
2. Ghandar A., Michalewicz Z., Schmidt M., To T.-D., Zurbrugg, R.: Computational Intelligence for Evolving Trading Rules. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 2009, 13, no. 1, pp. 71- 86
3. Goldberg D. E.: *Algorytmy genetyczne i ich zastosowania*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne 2003
4. Gorzalczyński M. B., Rudziński F.: Genetic Fuzzy Rule-Based Modeling of Dynamic Systems Using Time Series. *Lecture Notes in Computer Science* 2012, 7269, pp. 231-238.
5. Grzyb A.: Algorytmy ewolucyjne, *Optymalizacja i polioptymalizacja w technice*. Wyd. Politechniki Koszalińskiej 2011, s. 263-281
6. Hingston P. F., Barone L. C., Michalewicz Zb.: *Design by Evolution, Advances in Evolutionary Design*. Springer-Verlag 2008
7. Kisielewski P., Grzyb A.: Algorytmy ewolucyjne w optymalizacji z dwuwartościowymi zmiennymi decyzyjnymi. *Mat. XXVIII Konferencji Naukowej Polioptymalizacja i CAD*, Wyd. Politechniki Koszalińskiej 2009
8. Kisielewski P.: Zmodyfikowany algorytm węgierski optymalnego pokrycia zbiorów. *Mat. XXVIII Konferencji Naukowej Polioptymalizacja i CAD*, Wyd. Politechniki Koszalińskiej 2009
9. Michalewicz Zb., Fogel D. B.: *Jak to rozwiązać, czyli nowoczesna heurystyka*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2006
10. Michalewicz Zb.: *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 2010
11. Orłowska-Kowalska T., Szabat K., Ritter W.: Identyfikacja silnika indukcyjnego za pomocą algorytmów genetycznych. *Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej* 2013, nr 54/23
12. Pełczewski Wł., Krynke M.: *Metoda zmiennych stanu w analizie dynamiki układów napędowych*. WNT 1984
13. Ruczyńska-Wdowiak K.: Analiza wpływu wartości współczynnika wagowego wskaźnika jakości w problemie identyfikacji modelu matematycznego silnika indukcyjnego z zastosowaniem algorytmu genetycznego. *Logistyka* 2014, nr 6, s. 9247-9254
14. Ruczyńska-Wdowiak K.: Algorytmy genetyczne w problemach optymalizacji. *Technika Transportu Szynowego* 2015, 12/2015

15. Rutczyńska-Wdowiak K.: Analiza wpływu wskaźnika jakości na wyniki identyfikacji parametrycznej modelu matematycznego silnika indukcyjnego z zastosowaniem algorytmu genetycznego. *Przegląd Elektrotechniczny* 2016, R. 92, no. 4/2016, s. 202-204
16. Rutkowski L.: *Metody i techniki sztucznej inteligencji*. PWN 2005
17. Stefański T.: Synteza adaptacyjnych algorytmów sterowania momentem falownikowego napędu samochodu elektrycznego z silnikiem indukcyjnym. *Z. N. Politechniki Świętokrzyskiej* 1995, seria Monografie, studia, rozprawy, nr 4
18. Utrata G., Rolek J., Kapłon A.: Eksperymentalna identyfikacja parametrów wieloobwodowego po stronie wtórnej schematu zastępczego silnika indukcyjnego, *Zeszyty Problemowe - Maszyny Elektryczne* 2014, nr 4/2014 (104), s. 155-159

### Streszczenie

Praca przedstawia analizę wpływu przyjętego krzyżowania na wyniki identyfikacji parametrycznej modelu matematycznego silnika indukcyjnego. Identyfikowane parametry modelu matematycznego silnika wyznaczone w rezultacie minimalizacji błędu średniokwadratowego prądu stojana i prędkości kątowej przy wykorzystaniu algorytmu genetycznego z częściową wymianą populacji. Oceniano zastosowany algorytm genetyczny pod kątem zbieżności i dokładności procesu identyfikacji oraz wymaganego nakładu analizy numerycznej.

**Słowa kluczowe:** identyfikacja parametryczna, silnik indukcyjny, algorytm genetyczny

## **The analysis of influence of crossover on example of the identification of induction motor mathematical model with the use of genetic algorithm**

### Summary

This paper presents the analysis of the influence of crossover on the results of parametric identification of induction motor mathematical model. The identified parameters of the motor mathematical model were determined as a result of minimization of performance index defined as the mean-square error of stator current and angular velocity with the use of steady-state genetic algorithm. The genetic algorithm with regard to convergence and accuracy of the identification process and the time of numerical analysis was considered.

**Keywords:** parametric identification, induction motor, genetic algorithm

