

Adam ŻUCHOWSKI

ZACHODNIOPOMORSKI UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNY, KATEDRA STEROWANIA I POMIARÓW
ul. 26 Kwietnia 10, 71-126 Szczecin

Wykorzystanie cech charakterystyki logarytmicznej fazy obiektu do wyznaczania parametrów zastępczych modeli dynamiki

Prof. dr hab. inż. Adam ŻUCHOWSKI

Profesor zwyczajny zatrudniony w Katedrze Sterowania i Pomiarów w Zachodniopomorskim Uniwersytecie Technologicznym. Ze szkolnictwem wyższym związany zawodowo od 1955 roku (Politechnika Wrocławska, Politechnika Szczecińska). Jest współtwórcą polskiej szkoły miernictwa dynamicznego, posiada w dorobku około 350 publikacji. W kwietniu 2010 roku upłynęło 55 lat jego działalności naukowej.



e-mail: adam.zuchowski@zut.edu.pl

Streszczenie

Wykorzystanie rzeczywistych modeli dynamiki obiektów o złożonej budowie i wielu parametrach do analiz i syntezy, a także ich identyfikacja stwarza wiele trudności. Sytuację ułatwia wprowadzenie zastępczych, uproszczonych modeli o niewielkiej liczbie parametrów, na przykład modeli Strejca lub Kūpfmüllera dla obiektów wieloinercyjnych lub ewentualnie innych (na przykład oscylacyjnych) o parametrach tak dobranych, by te uproszczone modele były dostatecznie dokładne. Istnieje kilka metod wyznaczania parametrów takich modeli [1...7] bądź w oparciu o eksperyment identyfikacyjny, bądź w oparciu o znajomość parametrów i struktury modelu dokładnego, każda z nich posiada pewne wady i pewne zalety, stąd próby znajdowania metod nowych bądź uzupełniających. W artykule zaproponowano metodę wykorzystującą określone cechy charakterystyki logarytmicznej fazy obiektu, istnieje więc możliwość bądź wykorzystania eksperymentu identyfikacyjnego, bądź wykorzystania znajomości postaci i parametrów modelu dokładnego. Podano przykłady symulowanych eksperymentów.

Słowa kluczowe: identyfikacja dynamiki obiektów, wyznaczanie parametrów modeli uproszczonych.

Using the logarithmic phase response features in order to determine the replacement parameters of dynamics models

Abstract

The usage of real dynamics models of objects, with complicated internal structure and high number of parameters, for analysis and synthesis, as well as their identification, poses many difficulties. This situation can be eased by introducing replacement, simplified Strejca or Kūpfmüller models for multi-inertial objects, or, eventually, other (for example oscillatory) ones with parameters chosen in such a way that the models are precise enough. There exist a number of methods for determining the parameters of such models, either on the basis of an identification experiment or on the basis of knowledge of the parameters and structure of the precise model. Each of them have some disadvantages and advantages, hence the trials of finding new or complementary methods. In this paper there is proposed a method that uses particular features of the logarithmic phase response of an object, so there is a possibility to use either the identification experiment or the knowledge of the form and parameters of the exact model. The simulated examples of the experiments are given.

Keywords: identification of the object dynamics, determining the parameters of simplified models.

1. Wstęp

Jeśli rzeczywisty (prawdziwy) model dynamiki obiektu w postaci transmitancji $K(s)$ jest zbyt złożony, lub jego parametry są trudne do wyznaczenia w drodze eksperymentu - można taki model zwykle zastąpić modelem uproszczonym, o małej liczbie parametrów odpowiednio dobranych. Do takich modeli zalicza się model Strejca:

$$K_m(s) = \frac{k}{\left(1 + s \frac{T}{n}\right)^n} \quad (1)$$

w którym k jest współczynnikiem statycznego wzmocnienia, T - stałą czasową, n - rzędem dynamiki, model Kūpfmüllera:

$$K_m(s) = \frac{k \cdot \exp(-sT_0)}{1 + s \cdot T} \quad (2)$$

gdzie T_0 jest czasem opóźnienia, lub ewentualnie model oscylacyjny:

$$K_m(s) = \frac{k}{1 + 2 \cdot B \cdot \left(\frac{s}{\omega_0}\right) + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} \quad (3)$$

gdzie B jest stopniem tłumienia, ω_0 - pulsacją drgań swobodnych. Można także rozpatrywać tak zwane „uogólnione” modele Strejca o postaci:

$$K_m(s) = \frac{k \cdot \exp(-s \cdot T_0)}{\left(1 + s \cdot \frac{T}{n}\right)^n} \quad (4)$$

lub

$$K_m(s) = \frac{k}{(1 + s \cdot T_1) \cdot \left(1 + s \cdot \frac{T}{n}\right)^n} \quad (5)$$

gdzie T_1 jest dodatkową stałą czasową. Można też uwzględnić w modelu oscylacyjnym (3) podobnie jak w (5) dodatkowy biegun transmitancji, lecz taki i podobne modele nie należą do typowych i nie będą tu rozpatrywane.

2. Metodyka wyznaczania parametrów, modeli zastępczych

Na podstawie zdjętej eksperymentalnie charakterystyki skokowej obiektu, można wyznaczyć współczynnik statycznego wzmocnienia k , a dysponując przebiegiem charakterystyki logarytmicznej fazy - wyznaczyć wartości pulsacji ω_r dla których kąt $\phi(\omega)$ przyjmuje wartości:

$$\phi(\omega_r) = -\frac{r \cdot \pi}{2} \quad (6)$$

dla $r = 1, 2, 3 \dots$ oraz nachylenie charakterystyki $\phi^{(1)}(\omega) /_{\omega=0} = -T_p$

Wielkości te można też wyznaczyć dysponując postacią transmitancji prawdziwego modelu dynamiki $K(s)$ jako:

$$k = K(0), \quad T_p = -\frac{K^{(1)}(s)}{K(s)} \Big|_{s=0} \quad (7)$$

Odpowiednie zależności dla modeli zastępczych (1)...(5) zestawiono w tabeli 1. Porównując ze sobą parami odpowiednie wzory

(6) i (7) z wzorami z tabeli otrzymuje się układy równań umożliwiające wyznaczenie parametrów modeli zastępczych.

Jeśli w przypadku modelu prawdziwego kąt (ω) przyjmuje wartości na przykład $-\pi/2$ i $-\pi$ dla pulsacji odpowiednio ω_1 i ω_2 to daje się wyznaczyć odpowiednio dwie różne wersje modeli zastępczych (1), (2) i (3), oraz jeden model zastępczy (4) i (5). Jeśli kąt $\phi(\omega)$ przyjmuje dla modelu prawdziwego tylko wartość $-\pi/2$ dla pulsacji ω_1 to modeli (4) i (5) nie da się wyznaczyć, w przypadku większej liczby pulsacji $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ liczba możliwych modeli zastępczych rośnie. Powstaje tym samym trudny do rozwiązania problem który z tych możliwych do wyznaczenia modeli jest najlepszy.

Tab. 1. Zestawienie zależności $\phi(\omega)$ oraz T_p od parametrów modelu zastępczego

Tab. 1. The correlation between $\phi(\omega)$ and T_p for replacement models (1)...(5)

Nr modelu	$\phi(\omega)$	T_p
(1)	$-n \cdot \arctg\left(\frac{\omega \cdot T}{n}\right)$	T
(2)	$\frac{2 \cdot B}{\omega_0} - \omega \cdot T_0 - \arctg(\omega \cdot T)$	$T_0 + T$
(3)	$-\arctg\left(\frac{2 \cdot B \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right)$	
(4)	$-\omega \cdot T_0 - n \cdot \arctg\left(\frac{\omega \cdot T}{n}\right)$	$T_0 + T$
(5)	$-\arctg(\omega \cdot T_1) - n \cdot \arctg\left(\frac{\omega \cdot T}{n}\right)$	$T_1 + T$

3. Przykłady

Przykład 1.

Rozpatrzmy trzy modele prawdziwe o transmitancjach

$$K_1(s) = \frac{1}{(1+s) \cdot (1+0.2 \cdot s)} \tag{8}$$

$$K_2(s) = \frac{1}{(1+s) \cdot (1+0.5 \cdot s)^2} \tag{9}$$

$$K_3(s) = \frac{1}{(1+s) \cdot (1+0.5 \cdot s)^2 \cdot (1+1.5 \cdot s)} \tag{10}$$

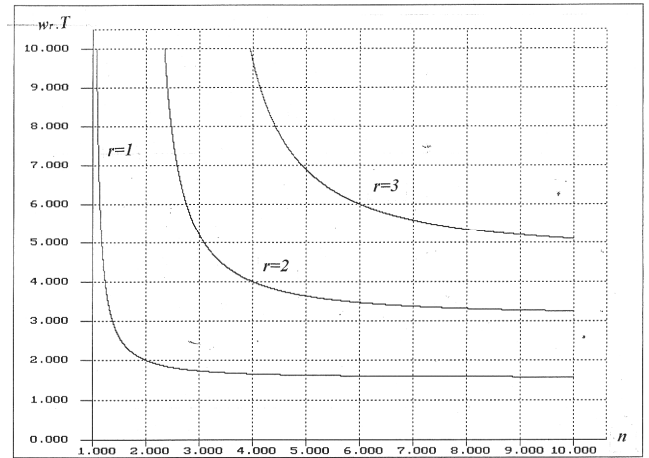
W każdym z tych modeli $k=1$, dla modelu zastępczego (1) otrzymuje się równanie:

$$\omega_r \cdot T = n \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{r \cdot \pi}{2 \cdot n}\right) \tag{11}$$

przy znanej wartości ω_r i T dla rozwiązania którego można się posłużyć wykresem pomocniczym pokazanym na rys. 1 a dla modelu zastępczego (2) równanie:

$$\omega_r \cdot (T_p - T) + \arctg(\omega_r \cdot T) = r \cdot \pi / 2 \tag{12}$$

przy znanym ω_r i T_p . Uzyskane zależności zestawiono w tabeli 2.



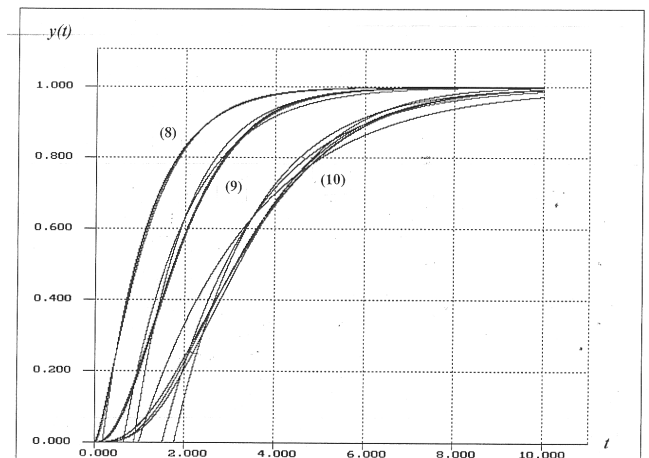
Rys. 1. Wykres pomocniczy dla rozwiązania równania (1)
Fig. 1. Auxiliary plot for solving equation (1)

Tab. 2. Parametry ω_r, T_p dla modeli prawdziwych (8), (9), (10) oraz parametry modeli zastępczych

Tab. 2. Parameters ω_r, T_p for exact models (8), (9), (10) and parameters of the corresponding replacement models

Nr modelu	T_p	ω_r	n	T	
				Model (1)	Model (2)
(8)	1.2	2.236	1.466	1.2	0.185 1.015
(9)	2.0	0.894	2.64	2.0	0.88 1.12
		2.828	2.84	2.0	0.65 1.35
(10)	3.5	0.490	3.16	3.5	1.77 1.73
		1.283	3.14	3.5	1.52 1.98
		3.330	3.84	3.5	0.98 2.52

Przebiegi charakterystyk skokowych modelu prawdziwego i uzyskanych modeli zastępczych pokazano na rys. 2. W tym przykładzie zastępcze modele Strejca (wszystkie) zachowują się podobnie do modelu prawdziwego, natomiast modele Kűpfmüllera są mniej dokładne i wykazują względem siebie większe różnice.



Rys. 2. Przebiegi charakterystyk skokowych modelu prawdziwego i wyznaczonych modeli zastępczych dla przykładu 1

Fig. 2. Step responses of the exact model and calculated replacement models for the example 1

Przykład 2.

Rozpatrzmy trzy modele prawdziwe o transmitancjach

$$K_4(s) = \frac{1 + 0.25 \cdot s}{(1 + s)^2} \quad (13)$$

$$K_5(s) = \frac{1 + 0.5 \cdot s}{1 + s + s^2} \quad (14)$$

$$K_6(s) = \frac{1}{(1 + s + s^2)^2} \quad (15)$$

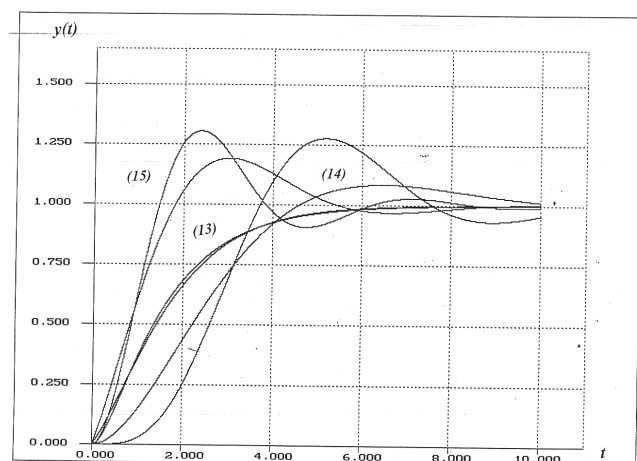
Obliczenie parametrów modelu zastępczego (3) jest tu szczególnie proste gdyż dla $\phi(\omega_1) = -\pi/2$ $\omega_1 = \omega_0$. Uzyskane zależności zestawiono w tabeli 3.

Tab. 3. Parametry ω_r , T_p dla modeli prawdziwych (13), (14), (15), oraz parametry modeli zastępczych

Tab. 3. Parameters ω_r , T_p for exact models (13), (14) and (15) and parameters of the replacement models

Nr modelu	T_p	ω_r	ω_0 Model	B (2)
(13)	1.5	1.414	1.414	1.237
(14)	0.50	1.414	1.414	0.354
(15)	2.0	0.618	0.618	0.618

Przebiegi charakterystyk skokowych modelu prawdziwego i uzyskanych modeli zastępczych pokazano na rys. 3. Znaczne podobieństwo zachodzi tylko dla modelu (13).



Rys. 3. Przebiegi charakterystyk skokowych modelu prawdziwego i wyznaczonych modeli zastępczych dla przykładu 2

Fig. 3. Step responses of the exact model and calculated replacement models for the example 2

Przykład 3.

Transmitancja modelu prawdziwego posiada postać :

$$K_7(s) = \frac{1}{1 + 4 \cdot s + 4 \cdot s^2 + s^3} \quad (16)$$

należy wyznaczyć zastępcze modele (4) i (5).

W tym przykładzie T_4 , oraz $\omega_1 = 0.5$, $\omega_2 = 2$. Parametry modelu zastępczego (4) wynikają z układu równań:

$$\begin{aligned} \pi/2 &= \omega_1 \cdot T_0 + n \cdot \arctg\left(\frac{\omega_1 \cdot T}{n}\right) \\ T_p &= T_0 + T \end{aligned} \quad (17)$$

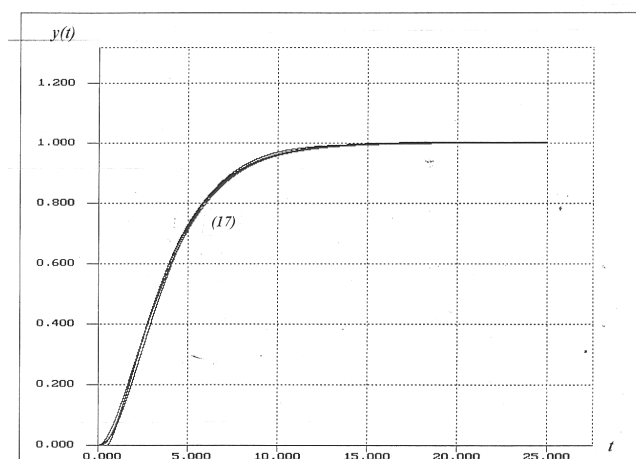
$$\pi = \omega_2 \cdot T_0 + n \cdot \arctg\left(\frac{\omega_2 \cdot T}{n}\right)$$

a parametry modelu zastępczego (5) z układu równań:

$$\begin{aligned} \pi/2 &= \arctg(\omega_1 \cdot T_1) + n \cdot \arctg\left(\frac{\omega_1 \cdot T}{n}\right) \\ T_p &= T_1 + T \end{aligned} \quad (18)$$

$$\pi = \arctg(\omega_2 \cdot T_1) + n \cdot \arctg\left(\frac{\omega_2 \cdot T}{n}\right)$$

i w wyniku obliczeń otrzymuje się: $n = 1.57$, $T = 3.49$, $T_0 = 0.51$ dla modelu (4), oraz $n = 1.77$, $T = 1.36$, $T_1 = 2.64$ dla modelu (5) oraz - dla porównania - dla modelu (1) w dwóch wariantach odpowiednio $n = 2$, $T = 2$ oraz $n = 2.46$, $T = 1.624$. Charakterystyki skokowe modelu prawdziwego i wszystkich modeli zastępczych pokazano na rys.4. Różnią się one nieznacznie.



Rys. 4. Przebiegi charakterystyk skokowych modelu prawdziwego i wyznaczonych modeli dla przykładu 3

Fig. 4. Step responses of the exact model and calculated replacement models for the example 3

4. Podsumowanie i wnioski

Wyznaczanie parametrów modeli zastępczych – za wyjątkiem metod opartych o algorytmy genetyczne [1] odbywa się w oparciu bądź o wzory przybliżone (zwykle wykorzystuje się wzór Stirlinga [3, 5] bądź w oparciu o trudne do dokładnego określenia w warunkach zakłóceń punkty charakterystyki skokowej (punkt przegięcia, maksymalne nachylenie). Proponowana metoda nie wymaga założeń upraszczających jeśli operuje się znaną postacią transmitancji modelu prawdziwego, natomiast pomiar charakterystyki logarytmicznej fazy obiektu może być pracochłonny i mało dokładny.

Przeprowadzone symulacje przykładów zdają się dowodzić, że w przypadku poprawnego wyboru typu modelu zastępczego uzyskiwane modele zastępcze są dokładne i ich dokładność mało zależy od wybranego wariantu - jeśli istnieje ich kilka. Wydaje się to uzasadniać celowość „zaokrąglania” rzędu modelu zastępczego do liczby całkowitej. Model Kűpfmüllera zastępujący model prawdziwy obiektu wieloinercyjnego jest zwykle mało dokładny, a stosowanie modelu oscylacyjnego jeśli nie odpowiada on rzeczywistości jest mocno ryzykowne. Liczba dostępnych

punktów odpowiadających pulsacjom ω , niesie dość istotną informację o właściwym typie użytego modelu zastępczego.

5. Literatura

- [1] Hoczek T.: Identyfikacja prostych modeli dynamiki poprzez literowany algorytm genetyczny. PAK 10/2012. str.850-853.
- [2] Papliński J.: Wykorzystanie modelu Strejca do tworzenia pochodnych modeli dynamiki liniowych obiektów. Rozprawa doktorska, Politechnika Szczecińska 1996.
- [3] Skoczowski S.: Eine Bemerkungen zur Approximierung Mit Ausgleich. RegeiuHgstechnik 7/1983.
- [4] Sundarsen K.H., Prasad C.C. Krishnaswany P.R.: Evaluating parameters from process transiens. Industrial and Engineering Chemistry Precess Desing and Dewelopment 17: 237 – 241, 1978.
- [5] Żuchowski A.: O pewnej metodzie wyznaczania parametrów modelu Strejca. PAK 2/1993 str. 33-35.
- [6] Żuchowski A.: Wyznaczanie parametrów rozszerzonego modelu Strejca w oparciu o pomiar charakterystyki skokowej. PAK 7/2000 str. 6-9.
- [7] Żuchowski A.: Nietypowe metody wyznaczania parametrów zastępczego modelu Strejca PAK 1/2013 str. 55-58.

otrzymano / received: 08.11.2013

przyjęto do druku / accepted: 03.02.2014

artykuł recenzowany / revised paper

INFORMACJE

Procedura recenzowania artykułu w miesięczniku PAK

1. Wszystkie artykuły naukowe zgłoszone do publikacji w miesięczniku PAK podlegają procedurze recenzowania.
2. Artykuł recenzowany jest przez dwóch niezależnych Recenzentów.
3. Recenzentami są samodzielni pracownicy nauki lub pracownicy ze stopniem naukowym doktora, kompetentni w danym zakresie merytorycznym, spoza ośrodka, z którego jest autor/-rzy.
4. Recenzentów wskazuje redaktor naczelny lub redaktorzy tematyczni.
5. Artykuł w języku innym niż język polski jest recenzowany conajmniej przez jednego recenzenta z instytucji zagranicznej innej niż narodowość autora publikacji.
6. Okres oczekiwania na recenzje wynosi 1 miesiąc.
7. Dla autorów poszczególnych artykułów recenzenci są anonimowi.
8. Recenzent przygotowuje recenzje na formularzu recenzji (2012-formularz-recenzji.doc) opracowanym przez redakcję.
9. Recenzja jest w formie pisemnej i kończy się jednoznacznym wnioskiem co do dopuszczenia artykułu do publikacji lub jego odrzucenia.
10. Nazwiska recenzentów poszczególnych artykułów nie są ujawniane. Pełna lista recenzentów zostaje opublikowana w ostatnim numerze miesięcznika PAK w danym roku oraz na stronie internetowej (www.pak.info.pl).
11. Recenzje przechowywane są w redakcji PAK w Gliwicach przez okres 5 lat.

Nowa inicjatywa PAK

Na stronie internetowej Wydawnictwa PAK został utworzony dział: **Niepewność wyników pomiarów** w którym są zamieszczane aktualne informacje dotyczące problemów teoretycznych i praktycznych związanych z szacowaniem niepewności wyników pomiarów. W dziale znajdują się:

- aktualne informacje o publikacjach dotyczących niepewności wyników,
- informacje o przedsięwzięciach naukowo–technicznych i edukacyjnych, o tematyce związanej z niepewnością,
- dokumenty dotyczące niepewności,
- pytania do ekspertów (FAQs).

Zapraszamy:

- autorów opublikowanych prac dotyczących niepewności o nadsyłanie tekstów do zamieszczenia w tym dziale,
- organizatorów przedsięwzięć naukowo – technicznych lub edukacyjnych do nadsyłania informacji o imprezach planowanych lub odbytych,
- zainteresowanych zagadnieniami szczegółowymi do nadsyłania pytań do ekspertów.

Materiały mogą mieć formę plików lub linków do źródeł. Warunkiem zamieszczenia w tym dziale strony internetowej PAK materiałów lub linków jest przysłanie do redakcji PAK pocztą zwykłą zgody właściciela praw autorskich na takie rozpowszechnienie. Zamieszczanie i pobieranie materiałów i informacji w tym dziale strony internetowej jest bezpłatne. Redakcja PAK będzie nadzorować zawartość działu, ale za szczegółowe treści merytoryczne odpowiadają autorzy nadsyłanych materiałów.