

OPTIMALIZACJA PORTFELI CENOWYCH NA RYNKU SPOT ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Grażyna Zuzanna DĄBROWSKA-KAUF

Politechnika Wrocławska, Katedra Energoelektryki
tel.: 71 320 26 05 e-mail: grazyna.dabrowska-kauf@pwr.edu.pl

Streszczenie: Brak możliwości fizycznego magazynowania energii elektrycznej i jej sezonowość zużycia powoduje, że rynki energii elektrycznej znacznie różnią się od rynków finansowych. Co najważniejsze nie ma żadnych analitycznych formuł dla większości instrumentów pochodnych opartych na cenach energii elektrycznej i wszystkie analizy muszą być oparte na metodach numerycznych. Artykuł pokazuje, że poprzez odpowiednią modyfikację niektórych metod rynku finansowego można je zastosować na rynku energii elektrycznej. Klasycznym problemem w obszarze zarządzania ryzykiem jest optymalny wybór portfela. Rozważany problem optymalizacji portfela zostanie sprowadzony do maksymalizacji oczekiwanej użyteczności. Procedury numeryczne są wykorzystywane do aproksymacji ogólnych funkcji użyteczności, w których problem maksymalizacji stochastycznej funkcji użyteczności zostaje przekształcony w problem programowania nieliniowego z wykorzystaniem symulacji Monte Carlo.

Słowa kluczowe: optymalizacja, rynek spot, portfel, ryzyko cenowe.

1. WPROWADZENIE

Rynek energii elektrycznej jest wysoko zmienny w porównaniu do rynku praw majątkowych lub innych towarów. Uczestnicy rynku są narażeni na znaczne ryzyka spowodowane zmiennymi warunkami rynkowymi. Artykuł prezentuje podstawowy model stochastyczny, w którym statyczny portfel instrumentów rynkowych jest symulowany w czasie. Stochastycznymi procesami modelującymi niepewność rynkową są np.: ceny energii elektrycznej na rynku spot, marginalne koszty produkcji lub zapotrzebowanie na energię elektryczną.

Ponadto założono, że niekompletny rynek spot energii elektrycznej jest uzupełniany instrumentami pochodnymi w taki sposób, że dla każdej przyszłej ceny spot istnieją kontrakty futures [3,7]. Natomiast pominięto w celu uproszczenia modelu stochastycznego inne wydatki rynkowe, np.: koszty transakcji i podatki, co spowodowało, że uzyskane wyniki stanowią podstawę do dalszego doskonalenia modelu.

2. CENY SPOT ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Dokładne formułowanie rozkładu stochastycznego cen spot wykracza poza zakres tego artykułu. Rozkład ten jest przedmiotem prac Deng [4] i Pilipovic [6]. Ogólną dyskusję o rozkładzie cen instrumentów giełdowych można znaleźć na przykład w [8]. Inne podejście wykorzystano w modelu

rynkowym obliczania teoretycznej ceny równowagi rynkowej [5]. Niemagazynowana fizycznie energia elektryczna nie jest aktywem handlowym i nie podlega związkowi arbitrażowemu pomiędzy oczekiwanymi przyszłymi cenami spot, a odpowiadającymi im cenami kontraktów futures. Jednakże można twierdzić, że jeśli cena futures jest wyższa (niższa) niż odpowiadająca jej oczekiwana cena spot wówczas uczestnik rynku sprzedaje (kupuje) kontrakty futures, nadwyżka na sprzedaży (kupnie) będzie niwelowała różnice między oczekiwaną ceną spot i ceną futures [3]. W tym artykule założono, że oczekiwana cena spot w czasie T – $E(x(T))$ jest równa bieżącej cenie futures $f(t, T)$ w chwili t dla tego samego okresu T . Następnie założono, że rozkład cen wokół wartości oczekiwanej jest logarytmiczno-normalny. W obliczeniach numerycznych występuje konieczność użycia wartości średniej do opisu cen spot w dyskretnych okresach czasu i wówczas założenie logarytmiczno-normalne znajduje uzasadnienie.

Proces zmian cen wymaga nie tylko ich oszacowania na podstawie danych historycznych ale obliczeń pośrednich z dostępnych notowań opcji [7]. Przykład numeryczny dotyczący odbiorcy końcowego energii elektrycznej zamieszczony w tym artykule bazuje na historycznych zmianach.

3. MODEL FINANSOWY CEN SPOT ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Model finansowy wykorzystywany do modelowania cen spot energii elektrycznej jest modelem przestrzeni probabilistycznej (Ω, \mathcal{F}, P) czasu ciągłego w przedziale czasowym $[0, T]$, gdzie: Ω – jest zbiorem możliwych realizacji, \mathcal{F} – jest σ – algebrą w zbiorze Ω , P – jest miarą prawdopodobieństwa zdefiniowanego na \mathcal{F} . N - wymiarowy wektor rynkowych czynników stochastycznych $x(t) = (x_0(t), x_1(t), \dots, x_N(t))$ charakteryzuje następujący proces ciągły

$$dx(t) = \mu_x(t, \omega)dt + \sigma_x(t, \omega)dz(t); \quad (1)$$

gdzie: $\mu_x(t, \omega)dt : [0, T] \times \Omega \rightarrow R^N$ jest lokalnym wzrostem $x(t)$ i $\sigma_x(t, \omega)dz(t) : [0, T] \times \Omega \rightarrow R^N \times R^N$ jest lokalną zmiennością $x(t)$.

Obie funkcje z założenia spełniają zależność pomiędzy technicznym wzrostem i warunkami Lipschitza, co oznacza,

że funkcje te, uwzględniające wzrost i zmienność losowych czynników są skończone i wystarczająco gładkie [8].

Wektor $z(t)$ składa się z N nieskorelowanych procesów Wienera, które określają niepewności rynkowe. Zmiana wartości zmiennej $z(t)$ w nieskończenie małym przedziale czasu dt jest równa $\epsilon \sqrt{dt}$, gdzie ϵ jest zmienną losową Gaussa. Składniki $x(t)$ zawierają np.: ceny spot, koszty marginalne, proces zużycia energii elektrycznej. Jednym z możliwych procesów spełniających warunek określony wzorem (1) jest model cen rynkowych dla rynku spot energii elektrycznej. Założono, że notowania rynkowe, które umożliwiają wyznaczenie wartości oczekiwanej cen spot $E(x(t))$ i oszacowanie wariancji $var(x(t))$ są znane dla wszystkich czasów $t \in [0, T]$. Model rynkowych cen zakłada, że zwrot z cen ma rozkład logarytmiczno-normalny. Wartość oczekiwana i wariancja określone na podstawie prognozy przyjmują postać:

$$E(x(t)) = x(0)e^{t\mu(0,t)}, \quad (2)$$

$$var(x(t)) = x(0)^2 e^{2t\mu(0,t)} [e^{\sigma(0,t)^2} - 1], \quad (3)$$

gdzie: $x(0)$ jest bieżącą ceną spot, $\mu(0, t)$ jest stopą wzrostu, $\sigma(0, t)$ jest zmiennością instrumentów bazowych od bieżącego czasu do czasu t .

Stopę wzrostu $\mu(0, t)$ jest łatwo wyznaczyć z równania (2). Zastąpienie równania (2) równaniem (3) i dokonanie kilku przekształceń algebraicznych daje następującą zależność:

$$\sigma(0, t)^2 = \ln[var(x(t))/E(x(t))^2 + 1]. \quad (4)$$

Istnieje zatem możliwość wyznaczenia w konkretnym czasie zależnej stopy wzrostu $\mu(t)$ na podstawie krzywej forward, ponieważ wzrost od czasu bieżącego do czasu t musi wynikać z lokalnego wzrostu w przedziale czasu $[0, t]$, to samo dotyczy lokalnej zmienności.

4. PORTFEL INSTRUMENTÓW

Na rynku jest M instrumentów pochodnych, których ceny są podane przez wektor stanu cen $\mathbf{s}(\mathbf{x}(t), t) \in \mathbf{R}^M$. Zgodnie z lematem Itô proces stochastyczny $\mathbf{s}(\mathbf{x}(t), t)$ spełnia równanie różniczkowe:

$$d\mathbf{s}(\mathbf{x}(t), t) = \boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}(t), t)dt + \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}(t), t)dz(t), \quad (5)$$

gdzie: $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}(t), t): \mathbf{R}^N \times [0, T] \rightarrow \mathbf{R}^M$ i $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}(t), t): \mathbf{R}^N \times [0, T] \rightarrow \mathbf{R}^M \times \mathbf{R}^N$ są funkcjami ciągłymi, które spełniają warunki wzrostu i Lipschiza, a $z(t)$ zawiera takie same procesy Wienera jak czynniki procesu opisanego równaniem (1).

Fizyczne i finansowe kontrakty na energię elektryczną i inne finansowe instrumenty są łączone w portfel. Wektor $\boldsymbol{\pi} \in \mathbf{R}^M$ określa skład portfela, który jest utrzymywany statycznie przez cały okres czasu. Ceny instrumentów dane są w postaci wektora cen $\mathbf{s}(\mathbf{x}(t), t)$ i rynkowych zmiennych bazowych ujętych w $\mathbf{x}(t)$. Bogactwo portfela na koniec okresu symulacji wyraża się zależnością:

$$W = \boldsymbol{\pi}^T \mathbf{s}(\mathbf{x}(T), T), \quad (6)$$

gdzie: $\mathbf{s}(\mathbf{x}(T), T) \in \mathbf{R}^M$ składa się z cen instrumentów na koniec okresu kontrolowanego i $\boldsymbol{\pi}^T$ jest transpozycją $\boldsymbol{\pi}$.

5. OPTIMALIZACJA PORTFELA

Optymalizacja portfela zależy od preferowanego ryzyka agenta optymalizującego portfel uczestnika rynku energii elektrycznej. Wykorzystanie funkcji użyteczności umożliwia modelowanie preferencji w zakresie ryzyka [7]. Funkcja użyteczności U jest ściśle rosnąca, wklęsła i podwójnie różniczkowalna. Szacowanie preferencji ryzyka decydentów i funkcji użyteczności na poziomie ilościowym jest trudnym wyzwaniem. Optymalny portfel wiąże się z przeszukiwaniem portfeli zaczynając od początkowego (startowego) portfela $\boldsymbol{\pi}_0$ [5]. Optymalizacja jest przeprowadzana w odniesieniu do zmian pozycji portfela $\boldsymbol{\theta} \in \mathbf{R}^M$, przy czym:

$$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\pi} - \boldsymbol{\pi}_0, \quad (7)$$

Celem funkcji optymalizacji jest oczekiwana użyteczność dana bogactwem portfela. Bogactwo portfela zależy od zawartości portfela i instrumentów cenowych oraz płatności. Problem optymalizacji sprowadza się do:

$$\max_{\boldsymbol{\theta}} E\{U[W]\}, \quad (8)$$

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} \leq \mathbf{b}, \quad (9)$$

gdzie: macierz \mathbf{A} i wektor \mathbf{b} określają ograniczenia w zakresie zmian.

Dopuszczalny obszar określony przez ograniczenia jest zbiorem wypukłym. Podsumowując, analityczne rozwiązanie problemu optymalizacji danego wzorami (8) i (9) jest nieosiągalne z powodu złożoności zarówno procesów cenowych jak i instrumentów pochodnych, zatem w tym przypadku jest wymagana numeryczna aproksymacja. Aproksymacja odbywa się w dwóch etapach: pierwszy etap to konwersja na problem programowania nieliniowego, drugi etap to szacowanie niezbędne do rozwiązania problemu optymalizacji z wykorzystaniem symulacji Monte Carlo [2].

Przybliżenie Taylora $U[W]$ wokół początkowego bogactwa portfela startowego $W_0 = \boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}$ wynosi odpowiednio:

$$U(\boldsymbol{\pi}^T \mathbf{s}) \approx U(\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}) + \boldsymbol{\theta}^T \frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{\pi}} (\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}) + \frac{1}{2} \boldsymbol{\theta}^T \frac{\partial^2 U}{\partial^2 \boldsymbol{\pi}} (\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}) \boldsymbol{\theta} + \epsilon(\boldsymbol{\theta}^3), \quad (10)$$

gdzie: reszta $\epsilon(\boldsymbol{\theta}^3)$ spełnia warunek:

$$\lim_{\boldsymbol{\theta}} \frac{\epsilon(\boldsymbol{\theta}^3)}{\|\boldsymbol{\theta}\|^3} = 0. \quad (11)$$

Reszta jest z założenia niewielka z niewielkimi zmianami wokół pozycji wyjściowej i jest pomijana.

Po podstawieniu przybliżenia Taylora (wzór 10) do problemu optymalizacji (wzór 8) otrzymuje się:

$$\max_{\boldsymbol{\theta}} E \left[U(\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}) + \boldsymbol{\theta}^T \frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{\pi}} (\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}) + \frac{1}{2} \boldsymbol{\theta}^T \frac{\partial^2 U}{\partial^2 \boldsymbol{\pi}} (\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}) \boldsymbol{\theta} \right], \quad (12)$$

Wielkość $U(\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s})$ ma wartość stałą, nie ma wpływu na optymalizację i jest pomijana. Można zdefiniować wektor $\mathbf{a} \in \mathbf{R}^N$ w następujący sposób:

$$\mathbf{a} = E \left[\frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{\pi}} (\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}) \right], \quad (13)$$

oraz macierz $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ jako

$$\mathbf{V} = E \left[\frac{\partial^2 U}{\partial^2 \boldsymbol{\pi}} (\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}) \right]. \quad (14)$$

Założono, że macierz \mathbf{V} jest odwracalna. Założenie te jest słuszne prawie zawsze jeśli obrót zbywalnymi towarami jest liniowo niezależny, tj. jeśli wypłaty za instrumenty są niejednakowe lub prawie identyczne. Zgodnie z definicjami (13) i (14) problem optymalizacji można przedstawić jako maksymalizację następującego wyrażenia:

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{a} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{V} \boldsymbol{\theta}, \quad (15)$$

dla $\boldsymbol{\theta}$ spełniających warunek (9). Funkcja celu jest wklęsła z powodu wklęsłości funkcji użyteczności. Jeśli wartości wektorów \mathbf{a} i \mathbf{V} są znane, wówczas problem optymalizacji może być rozwiązany przy wykorzystaniu tradycyjnych metod. Do szacowania wartości wektorów \mathbf{a} i \mathbf{V} wykorzystuje się metodę Monte Carlo.

Jeśli nie ma żadnych ograniczeń niezbędne warunki dla optymalnego rozwiązania dostarcza rozwiązanie następującego problemu:

$$\boldsymbol{\theta}^* = -\mathbf{V}^{-1} \mathbf{a}. \quad (16)$$

Poprawnie postawiony problem wiąże się z łatwo rozwiązywalnymi różnorodnymi metodami z programowania nieliniowego [1].

Oszacowanie funkcji celu danej wzorem (15) przyjmuje postać:

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\theta}^T \tilde{\mathbf{a}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\theta}^T \tilde{\mathbf{V}} \boldsymbol{\theta}, \quad (17)$$

gdzie: wektor $\tilde{\mathbf{a}}$ i macierz $\tilde{\mathbf{V}}$ są określone następująco:

$$\tilde{\mathbf{a}} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \left[\frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{\pi}} (\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}_i) \right] \approx E \left[\frac{\partial U}{\partial \boldsymbol{\pi}} (\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}) \right], \quad (18)$$

$$\tilde{\mathbf{V}} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \left[\frac{\partial^2 U}{\partial^2 \boldsymbol{\pi}} (\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}_i) \right] \approx E \left[\frac{\partial^2 U}{\partial^2 \boldsymbol{\pi}} (\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{s}) \right]. \quad (19)$$

Pojedyncza seria symulacji i dostarcza pojedynczą realizację cen instrumentów \mathbf{s}_i . Funkcja użyteczności instrumentów pochodnych określa pojedyncze realizacje $\tilde{\mathbf{a}}_i$ i $\tilde{\mathbf{V}}_i$. Uaktualnione zasady rekurencyjne dla $\tilde{\mathbf{a}}_i$ i $\tilde{\mathbf{V}}_i$ stosowane w trakcie symulacji mają następującą postać:

$$\tilde{\mathbf{a}}_i = \widetilde{\mathbf{a}}_{i-1} + \frac{1}{i} (\mathbf{a}_i - \widetilde{\mathbf{a}}_{i-1}), \quad (20)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_i = \widetilde{\mathbf{V}}_{i-1} + \frac{1}{i} (\mathbf{V}_i - \widetilde{\mathbf{V}}_{i-1}). \quad (21)$$

Na początku symulacji $\tilde{\mathbf{a}}_0$ i $\tilde{\mathbf{V}}_0$ są równe zerowemu wektorowi i zerowej macierzy. Wyniki \mathbf{a}_i i \mathbf{V}_i i -tej serii symulacji są niezależne i mają identyczne rozkłady zmiennych losowych oraz dwa pierwsze momenty \mathbf{a}_i i \mathbf{V}_i są skończone. Symulacja wartości średnich $\tilde{\mathbf{a}}_i$ opisanych równaniem (20) i $\tilde{\mathbf{V}}_i$ równaniem (21), przybliża do wartości oczekiwanych określonych zależnościami (18) i (19) zgodnie z prawem dużych liczb, kiedy liczba serii symulacji dąży do nieskończoności.

6. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Przykład dotyczy końcowego odbiorcy przemysłowego energii elektrycznej, który charakteryzuje się stałym obciążeniem wynoszącym 60 MW w okresie od początku drugiego tygodnia do końca 52 tygodnia rozważanego roku. Końcowy odbiorca w pierwszym tygodniu rozważanego roku kupuje fizycznie energię elektryczną na rynku spot po cenie spot. Problem optymalizacji końcowego odbiorcy sprowadza się do podjęcia decyzji ile energii należy kupić na rynku spot, a ile uprzednio zabezpieczyć przy użyciu finansowych kontraktów futures. Odbiorca odnosi korzyści z pozostania na niezabezpieczonym rynku kasowym zakupów, jeśli realizacja ceny spot jest mniejsza niż bieżąca cena futures, lecz jest narażony na straty jeśli realizacja ceny spot jest wyższa niż cena futures. Wartości oczekiwane cen spot są wykorzystywane do obliczania lokalnych parametrów dryftu procesu cen spot zgodnie ze wzorem (2). Zmienności lokalne są szacowane bezpośrednio z lat historycznych poprzez obliczenie wariancji z pięciu próbek wartości dla każdego tygodnia. Obliczenie wartości umożliwia symulacja procesu cen spot wykorzystująca metodologię Monte Carlo. Konkretne wyniki optymalizacji są optymalne w aspekcie funkcji użyteczności i wyboru parametrów ryzyka. Funkcja użyteczności w przykładach ma postać:

$$U(W) = -e^{-\lambda(W-W_0)/W_0}, \quad (22)$$

gdzie: λ jest wartością parametru, W - jest bogactwem portfela, W_0 - bogactwo portfela inicjującego.

Funkcja użyteczności jest wklęsła kiedy λ jest nieujemna. Większy parametr ryzyka odzwierciedla większe preferencje do awersji do ryzyka natomiast mniejszy parametr ryzyka prezentuje bardziej neutralne podejście do ryzyka. W przykładach parametr ryzyka $\lambda=2.0$ odpowiada dość zachowawczej postawie wobec ryzyka.

Jako pierwszy będzie rozważany przypadek całkowitego braku zabezpieczenia cen spot. Dane do przykładu obliczeniowego zaczerpnięto z raportów giełdy Nord Pool. Portfel końcowego odbiorcy składa się tylko z zapotrzebowania na moc na stałym poziomie wynoszącym 60 MW pomiędzy 2 tygodniem i 52 rozważanego roku. Oczekiwana wartość ceny spot w tym okresie czasu wynosi około 14,8 EUR/MWh a całkowite zapotrzebowanie na energię elektryczną wynosi 514 GWh. Zatem oczekiwana analityczna wartość zapotrzebowania wynosi - 7,61 mln EUR lecz nie ma możliwości bezpośredniego obliczania wartości analitycznej miary ryzyka. Oczekiwany wynik i ryzyko odbiorcy końcowego są szacowane na podstawie 10 000 serii symulacji Monte Carlo. Oczekiwana wartość portfela wynosi 7,6 mln EUR, która jest zbliżona do wartości analitycznej, zaś wartość ryzyka wynosi 1,7 mln EUR przy poziomie ryzyka wynoszącym 5%. Co oznacza, że w 95% przypadków nie przewiduje się większego obniżenia wartości portfela poniżej jego wartości oczekiwanej, wynoszącej 1,7 mln EUR.

Drugi przykład dotyczy zabezpieczenia cen spot. Ze względu na ryzyko cenowe energii elektrycznej odbiorca przyjmie początkową pozycję zabezpieczającą na 36 MW, którą zabezpieczy kontraktami futures w całym okresie czasu w celu zminimalizowania niepewności swojej pozycji. Na podstawie 10 000 serii symulacji oszacowano oczekiwany wynik i ryzyko dla portfela zawierającego zarówno 60MW stałego obciążenia jak i 36 MW obciążenia

wynikającego z kontraktów futures. Oczekiwana wartość portfela po zabezpieczeniu wynosi 7,6 mln EUR a wartość ryzyka dostaw wynosi 0,7 mln EUR. Wartość oczekiwana portfela nie zmienia się, ponieważ ceny futures są równe wartościom oczekiwanym prognozowanych cen spot.

Model optymalizacji prezentowany w tym artykule wykorzystano do znalezienia optymalnego poziomu zabezpieczenia dla końcowego odbiorcy podając: wybraną pozycję początkową, funkcję użyteczności (22), dwie wartości parametru ryzyka, tzn. $\lambda=1.0$ oraz $\lambda=2.0$, które reprezentują dwie różne postawy wobec ryzyka. Tabela 1 przedstawia wyniki optymalizacji portfela. Zmiany zapotrzebowania na energię odbiorcy są ograniczone do zera, lecz wyniki optymalizacji pokazują, że dalsze 7 MW powinno być zabezpieczone kontraktami futures jeśli postawa wobec ryzyka jest bardziej neutralna, tj. dla $\lambda=1.0$. Natomiast jeśli preferencje ryzyka charakteryzują się większą niechęcią wobec ryzyka, tj. $\lambda=2.0$, wówczas powinno być zabezpieczone dodatkowo 20 MW. Pozycja zabezpieczenia zmienia się, ponieważ arbitralnie wybrana początkowa pozycja zabezpieczająca nie była zgodna w sposób dorozumiany z postawą wobec ryzyka podaną przez funkcję użyteczności i parametr ryzyka. Zmiany wartości oczekiwanej i wartości ryzyka portfela są ponownie symulowane na podstawie 10 000 serii. Niepewność portfela jest redukowana przez redukcję niezabezpieczonych pozycji poprzez wybór dwóch preferencji ryzyka. Wartość ryzyka na poziomie 5% ryzyka dostaw dla większych zdolności podejmowania ryzyka odpowiada 0,5 mln EUR, a dla bardziej konserwatywnej postawy wynosi 0,1 mln EUR [1].

Tablica 1. Skład portfela, oczekiwane wyniki oraz wartość narażona na ryzyko zmierzona dla portfela startowego i optymalizowanych portfeli odbiorcy końcowego dla parametrów ryzyka $\lambda=1.0$ i $\lambda=2.0$.

Wielkość	Przed optymalizacją	Optymalizacja dla $\lambda=1.0$	Optymalizacja dla $\lambda=2.0$
Obciążenie [MW]	-60	-60	-60
Pozycja zabezpieczająca [MW]	36	43	56
Wartość oczekiwana [mln EUR]	-7,6	-7,6	-7,6
Wartość narażona na ryzyko [mln EUR]	0,7	0,5	0,1

7. WNIOSKI

Artykuł przedstawia zintegrowane podejście do optymalnego zarządzania portfelem na rynku energii elektrycznej. Jak zilustrowano przykładami model ten można zastosować na rynku energii elektrycznej. Bezpośrednie zastosowanie teorii finansów do rynku energii jest niemożliwe. Energia elektryczna jest niewymienialnym aktywem, które nie można magazynować. Natomiast kontrakty futures dla każdego okresu czasu, mogą być używane jako wymienne aktywa i wówczas rynek energii elektrycznej staje się bardziej podobny do finansowego. Jednakże analityczne formuły z rynku finansowego muszą być ciągle stosowane ostrożnie. W tym artykule instrumenty rynku energii są oceniane za pomocą metod numerycznych, które przystosowano do właściwości rynku energii elektrycznej.

Nie ma wystarczającego zbioru danych historycznych do przeprowadzenia wiarygodnych oszacowań parametrów modelu dla rynku spot w Polsce, jednak przyszłe badania modeli procesów cenowych są niezbędne. Przykładowe wyniki obliczeniowe otrzymane w podejściu zaprezentowanym w artykule posiadają aspekt praktycznego ich wykorzystania.

8. BIBLIOGRAFIA

1. Bazaraa M.S., Sherali D.H., Shetty C.M., *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, second ed., Wiley, New York, 1993.
2. Boyle P., Broadie M., Glasserman P., Monte Carlo methods for security pricing, *Journal of Economic Dynamics and Control* 21 (1997) 1267-1321.
3. Dąbrowska-Kauf G., Kontrakty futures na Towarowej Giełdzie Energii, *Acta Energetica* 2018, nr 1/34.
4. Deng S., Pricing electricity derivatives under alternative spot price models, in: *Proceedings of the 33rd Hawaii International Conference on System Sciences*, 2000.
5. Dębski W., *Rynek finansowy i jego mechanizmy, Podstawy teorii i praktyki*, PWN, Warszawa, 2014.
6. Pilipovic D., *Energy Risk*, Irwin Professional Publishing, Homewood, IL, 1997.
7. Keppo J., Vehviläinen I., Managing electricity market price risk, *European Journal of Operation Research* 145 (2003) 136-147.
8. Øksendal B., *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*, fifth ed., Springer, Berlin, 1998.

OPTIMIZATION PRICING PORTFOLIOS IN THE ELECTRICITY SPOT MARKET

Futures contracts play an important role as a standard tool used to hedge price volatility in the electric spot market. The Polish Power Exchange launched financial instrument market in 2015, but after the few transaction for futures were concluded after the market was launched, there is currently no trading. The non-storability of physical electricity and the seasonal effects make the electricity market different from financial markets. Most importantly, there are no analytical formulas for the majority of electric derivatives process and all analysis must rely on numerical methods. This paper presents a basic stochastic model for the electricity spot price. It is assumed that the incomplete electricity spot market is completed with the derivatives market and that there are electricity futures for each future spot quote. A classical problem in the risk management field is that of the optimal portfolio selection. The portfolio optimization framework of this paper is capable of covering wide range of instruments, for example, end consumer tariff sales. The optimization model presented in this paper is used to find an optimal hedge level for end user, given an optimal initial position, the utility function and two risk parameters representing two different attitudes towards risk. The model gives one possible starting point for further analysis.

Keywords: optimization, spot market, portfolio, risk price.