

Analiza wymiany ciepła w prętach o stałym i zmiennym przekroju

Martyna Wojtas¹
Instytut Techniki Ciepłej, Politechnika Śląska

e-mail: martynawojtas1@gmail.com

Słowa kluczowe: przewodzenie ciepła, rozkład temperatur, metody obliczeniowe, żebra i pręty

Streszczenie

W artykule opisano metody obliczeniowe wykorzystywane do badania zjawiska przepływu ciepła. Do analizy użyte zostały wybrane kształty prętów i żeber wykonanych z materiałów o różnych właściwościach cieplnych. Stworzono model numeryczny przewodzenia ciepła analizowanych obiektów. Zbudowano stanowisko laboratoryjne do wizualizacji rozkładu temperatury w prętach prostych oraz stożkowych z wykorzystaniem kamery termowizyjnej. Głównym celem prezentowanej pracy było sprawdzenie poprawności stosowania modelu analitycznego. Zbadano również strumienie ciepła przekazywane przez wybrane żebra. Przedstawiono wyniki różnych metod obliczeniowych oraz wyciągnięto z nich wnioski. Porównano wpływ kształtu oraz materiału prętów na wymianę ciepła i rozkłady temperatury.

1 Wprowadzenie

1.1 Cel i zakres pracy

Celem niniejszej pracy jest analiza wymiany ciepła w żebrach o stałym oraz zmiennym przekroju, stosowanych w celu intensyfikacji wymiany ciepła. Ze względu na ich geometrię, która charakteryzuje się małymi wymiarami przekroju w porównaniu z długością, żebra takie nazywa się prętami. Znajdują one zastosowanie w ogrzewaniu oraz chłodzeniu, i usprawniają te procesy. W pracy inżynierskiej zbadano jednowymiarowy model przepływu ciepła,

¹ Rozdział przygotowano podczas pracy nad projektem dyplomowym inżynierskim wykonywanym przez autora w Instytucie Techniki Ciepłej na Wydziale Inżynierii Środowiska i Energetyki Politechniki Śląskiej, pod opieką Dra inż. Ziemowita Ostrowskiego.



wykorzystując metodę analityczną oraz sprawdzono jej słuszność dzięki wynikom z modelu numerycznego uwzględniającego trójwymiarową wymianę ciepła. Następnie wykorzystano również metodę eksperymentalną i wykonano pomiary z wykorzystaniem kamery termowizyjnej. Badania mają za zadanie wykazać, że model analityczny, pomimo znacznych uproszczeń, pozwala w teorii żeber na szybką i skuteczną realizację obliczeń z wystarczającą dokładnością. Rozwiązanie analityczne danego układu osiąga wartości bardzo zbliżone do rozwiązania numerycznego. Przeanalizowana została również skuteczność intensyfikacji wymiany ciepła poprzez obliczenie strumieni ciepła pobieranych z otoczenia przez chłodzone żebra. Do analizy wybrano żebra o przekroju kwadratowym oraz żebra stożkowe chłodzone u podstawy. W stanowisku laboratoryjnym w celu stabilizacji temperatury podstawy prętów użyto ogniwo Peltiera. Do oceny wykorzystano materiały o różnych współczynnikach przewodzenia ciepła: aluminium, miedź oraz stal.

1.2 Przepływ ciepła a metody obliczeniowe

Przepływ ciepła jest sposobem przekazywania energii powszechnie występującym w przyrodzie. Samoczynna wymiana ciepła może zachodzić pomiędzy ciałami stałymi, płynami oraz gazami, ale zawsze dąży do wyrównania temperatur. Zjawisko przepływu ciepła występuje niemalże wszędzie, a konieczność jego analizy jest nieodłącznym elementem projektowania wielu urządzeń. Badaniem transportu ciepła interesowano się od wielu lat, ale metody rozwiązywania problemów są coraz bardziej nowoczesne. Można je podzielić na metody analityczne, numeryczne oraz eksperymentalne.

Metoda analityczna rozwiązywania zadań z przepływu ciepła opiera się na wielu założeniach upraszczających i można dzięki niej szybko uzyskać wynik. Ważne jest jednak sprawdzenie, czy zastosowane uproszczenia modelu analitycznego są uzasadnione, a także czy otrzymane wyniki są wystarczająco zgodne z modelem pełnym.

Współcześnie inżynierowie chętniej sięgają do metod numerycznych, które pozwalają na precyzyjną analizę zjawisk przepływu ciepła i rozwiązanie szerokiego zakresu problemów inżynierskich. Modelowanie numeryczne przepływu ciepła opiera się na podstawowych prawach fizyki oraz przyjętych przez projektanta założeniach modelu. Uzyskuje się układ równań różniczkowych, który doprecyzować należy warunkami jednoznaczności, takimi jak: geometria układu, dane materiałów, warunki brzegowe. Równania różniczkowe zapewniają precyzyjne matematyczne sformułowania dla fizycznych zasad i praw [1]. Modelowanie numeryczne można zrealizować m.in. w programie ANSYS Fluent w środowisku Workbench, pozwalającym na uzyskanie dokładnego rozwiązania.

Ostatnią grupą metod rozwiązywania zagadnień z przepływu ciepła jest metoda eksperymentalna polegająca na wykonywaniu pomiarów. Jednak nie pozwala ona na określenie poszukiwanych wielkości przed zbudowaniem urządzenia.

W wyborze metod obliczeniowych do analizy wymiany ciepła można osiągnąć kompromis. Posłużyć się metodami analitycznymi lub numerycznymi, a następnie przeprowadzić ich walidację eksperymentalnie poprzez wykonanie pomiarów [2]. Wyboru sposobu analizy przepływu ciepła dokonuje zatem osoba, która pracuje nad problemem, zachowując czujność przy interpretacji wyników. W niniejszej pracy wykazano, że do badania jednowymiarowego

ustalonego przepływu ciepła w prętach w zupełności wystarczy szybka i niedroga metoda analityczna.

1.3 Przepływ ciepła, jego formy oraz intensyfikacja procesu

W celu poprawnego zrozumienia zastosowania żeber oraz prętów do intensyfikacji wymiany ciepła, należy zapoznać się z podstawowymi pojęciami oraz prawami.

Zjawisko transportu ciepła zachodzi dzięki ruchom molekuł na skutek energii wewnętrznej, czyli: energii kinetycznej cząsteczek, drganiom oraz oddziaływaniom międzycząsteczkowym. Można wyróżnić kilka form transportu ciepła: przewodzenie, konwekcja oraz promieniowanie cieplne.

Przewodzenie ciepła jest sformułowane przez prawo Fouriera [1], opisane zależnością (1). Przepływ ciepła za pomocą przewodzenia zachodzi dzięki drganiom cząstek.

$$\dot{q} = -\lambda \text{ grad } T \quad (1)$$

gdzie:

\dot{q} – gęstość strumienia ciepła, W/m²,

λ – współczynnik przewodzenia ciepła, będący właściwością fizyczną danego ciała, W/(m·K),

$\text{grad } T$ – gradient temperatury, tj. zmiana temperatury zachodząca w kierunkach przecinających powierzchnie lub linie izotermiczne, K.

Teoria przewodzenia ciepła zbadana przez Fouriera głosi, że: *ilość przewodzonego ciepła jest proporcjonalna do spadku temperatury, czasu i pola przekroju normalnego do kierunku rozchodzenia się ciepła* [1].

Następnym rodzajem transportu ciepła jest konwekcja wywołana zderzeniami cząstek i zachodząca od płynu do ciała lub odwrotnie. Prawo opisujące wymianę ciepła pomiędzy płynem a ścianką zwane jest prawem Newtona [3], które przedstawione zostało za pomocą zależności:

$$\dot{q} = \alpha \Delta T \quad (2)$$

gdzie:

\dot{q} – gęstość strumienia ciepła, W/m²,

α – współczynnik wnikania ciepła, W/(m²·K),

ΔT – różnica temperatur pomiędzy płynem a ciałem stałym, K.

Najczęściej obydwa procesy zachodzą jednocześnie: np. przewodzenie przez przegrodę oraz wnikanie ciepła na obu jej powierzchniach. Zjawisko opisujące przepływ ciepła między płynami rozdzielonymi przegrodą nosi nazwę przenikania ciepła. Do jego opisu wykorzystuje się równanie Pécleta [1] zapisane wzorem:

$$\dot{q} = k \Delta T \quad (3)$$

gdzie:

\dot{q} – gęstość strumienia ciepła, W/m²,

k – współczynnik przenikania ciepła, $W/(m^2 \cdot K)$,
 ΔT – różnica temperatur płynów, K .

W wielu problemach inżynierskich spotykamy się z koniecznością obliczenia strumienia ciepła \dot{Q} . W tym przypadku zależności (1), (2) oraz (3), opisujące gęstość strumienia ciepła, należy pomnożyć przez pole powierzchni wymiany ciepła A . Strumień ciepła jest więc wprost proporcjonalny do współczynnika przenikania ciepła oraz od powierzchni wymiany ciepła. W celu usprawnienia wymiany ciepła między powierzchnią a płynem, należy zwiększyć współczynnik przenikania ciepła k , na przykład poprzez wymuszenie konwekcji po stronie płynu z mniejszym współczynnikiem wnikania ciepła α .

W celu intensyfikacji wymiany ciepła można zastosować wentylatory lub pompy, ale instalacja tych maszyn często okazuje się rozwiązaniem niepraktycznym i kosztownym, dlatego unika się stosowania takich metod w technice. Kolejną możliwością jest zwiększanie rozmiarów powierzchni przepływu ciepła, ale i to okazuje się niewłaściwe ze względu na gabaryty urządzeń. Rozwiązaniem służącym do intensyfikacji przepływu ciepła jest rozwinięcie powierzchni poprzez jej ożebrowanie. Należy pamiętać, aby takie nasilenie zjawiska konwekcji oraz promieniowania odbywało się po stronie mniejszego współczynnika wnikania ciepła. Warto również podkreślić, iż żebra mogą zajmować znacznie większą powierzchnię od powierzchni płaskiej. W przypadku, gdy wartości współczynników wnikania ciepła po obu stronach powierzchni są do siebie zbliżone, można zastosować ożebrowanie po dwóch stronach.

1.4 Przewodzenie ciepła w żebrach i prętach

W celu przedstawienia procesu przewodzenia ciepła w prętach i żebrach, można posłużyć się najprostszym przykładem pręta o stałym przekroju, znajdującego się w otoczeniu o temperaturze t_{ot} i przymocowanego do ścianki o temperaturze t_w . Przekrój poprzeczny pręta jest bardzo mały w porównaniu z jego długością, dlatego można założyć jednowymiarowe przewodzenie ciepła. Przy takim założeniu temperatura w każdym przekroju poprzecznym jest stała, lecz wzdłuż długości zmienia się. Współczynnik wnikania ciepła α oraz współczynnik przewodzenia ciepła λ zależny od materiału pręta są stałe wzdłuż całej jego długości.

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki dla układu zamkniętego można wyznaczyć bilans energii [1]. Bilans ciepły pręta dla stanu ustalonego zapisuje się w postaci równania:

$$\dot{Q}_{\lambda,x} = \dot{Q}_{\lambda,x+dx} + d\dot{Q}_\alpha \quad (4)$$

gdzie ciepło przewodzone zgodnie z prawem Fouriera:

$$\dot{Q}_{\lambda x} = -\lambda A \frac{dt}{dx} \quad (5)$$

natomiast ciepło oddane do otoczenia:

$$d\dot{Q}_\alpha = \alpha U (t - t_{ot}) dx \quad (6)$$

gdzie:

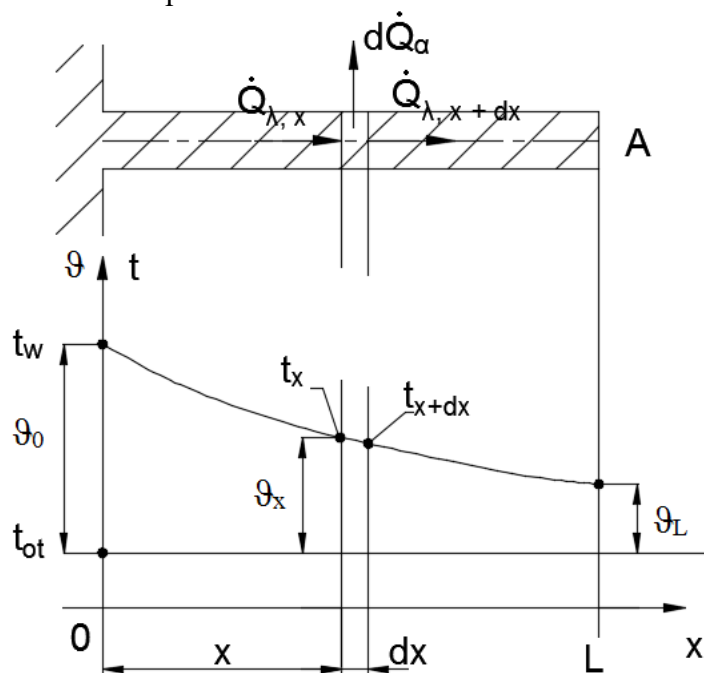
t – temperatura panująca na odcinku dx , °C,

U – obwód żebra lub pręta, m,

Udx – powierzchnia, przez którą oddawane jest ciepło, m².

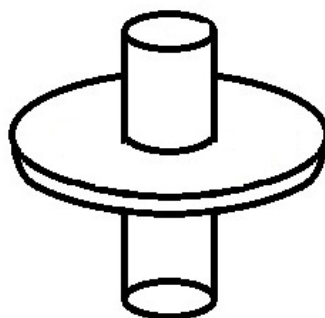
Równania, które pozwalają wyznaczyć temperaturę w określonym punkcie żebra oraz strumień ciepła oddawany przez zebro, zostaną wyjaśnione w rozdziale 2.

Na rysunku 1 pokazany został schemat formułowania bilansu energii oraz przykładowy wykres zależności temperatury od położenia $t(x)$ przedstawiający zmianę temperatury wzdłuż żebra spowodowaną oddawaniem ciepła do otoczenia.



Rysunek 1: Przewodzenie ciepła w pręcie prostym o stałym przekroju.

Istnieje wiele rozwiązań konstrukcyjnych żeber, różnorodnych profili oraz materiałów. Przykłady znajdują się na poniższych rysunkach. Rysunek 2 przedstawia zebro okrągłe, czyli pierścień o stałej grubości umieszczony obwodowo na rurze.

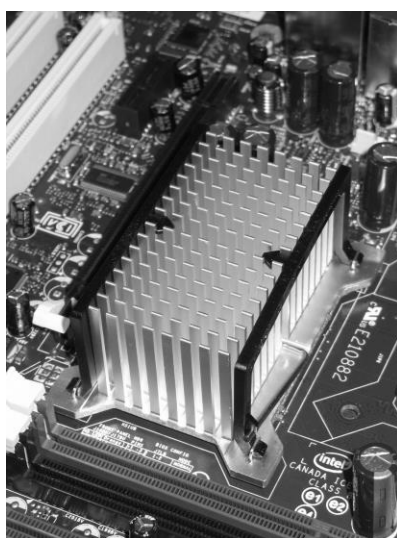


Rysunek 2: Żebro okrągłe [4].

Materiały, z których wykonuje się do żebra, muszą przede wszystkim dobrze przewodzić ciepło. Metale należą do grupy materiałów o wysokim współczynniku przewodzenia ciepła i to je najchętniej wykorzystuje się w produkcji żeber. Przykładem powszechnie stosowanego przykładu materiału może być aluminium o przewodności cieplnej około 200 W/(m·K). Kolejną ważną kwestią w projektowaniu żeber jest ich długość. Jak może wynikać z teorii, czym dłuższe żebro, tym większa jego powierzchnia, a zatem większa wymiana ciepła. Jednak temperatura żebra w pewnej odległości od podstawy osiąga temperaturę otoczenia i jego dalsza konstrukcja jest bezcelowa [2]. Dobranie odpowiedniej długości żebra pozwoli na oszczędność materiału, kosztów oraz uchroni przed nadmierną wagą. Ponadto zbyt długie żebra zmniejszają wydajność ze względu na zakłócenie ruchu płynu po stronie ożebrowanej.

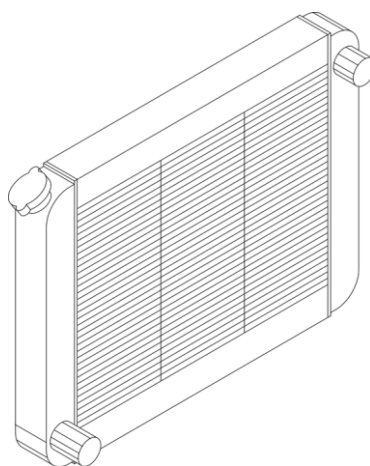
1.5 Praktyczne zastosowanie żeber

Ożebrowanie może służyć do intensyfikacji wymiany ciepła lub do chłodzenia, przede wszystkim maszyn i ich części. Konieczność obniżania temperatury występuje również w urządzeniach elektronicznych, których komponenty na skutek przepływu prądu znacznie nagrzewają się. Wraz z postępem technologii i zwiększeniem tendencji do produkcji jak najmniejszych gabarytów, chłodzenie urządzeń staje się coraz większym wyzwaniem. Zbyt wysoka temperatura elementów zdecydowanie pogarsza ich trwałość. Z tego właśnie powodu projektant urządzenia musi analizować problem przepływu ciepła i zagadnień związanych z chłodzeniem. Najprostszym i najtańszym rozwiązaniem jest użycie radiatorów, które przekazują ciepło do otoczenia dzięki rozwinięciu powierzchni. Wykonywane są z materiałów o małym oporze cieplnym, takich jak aluminium czy miedź. Znane są różne konstrukcje radiatorów, także takie, które jednocześnie spełniają rolę obudowy. Przykładem może być ożebrowanie układów scalonych umieszczonych na płycie głównej komputera osobistego, które pokazano na rysunku 3. Aby odprowadzanie ciepła było skuteczne, należy szczególną uwagę zwrócić na czynnik chłodzący wokół radiatora oraz jego ruch. W urządzeniach, w których moc odprowadzana przez radiator nie jest duża, jako czynnik chłodniczy stosuje się powietrze.



Rysunek 3: Ożebrowana powierzchnia układu na płycie głównej komputera osobistego [5].

Kolejnym przykładem wykorzystania ożebrowania jest chłodnica samochodowa. To powszechnie stosowany wymiennik ciepła przeznaczony do chłodzenia silników spalinowych. Gdy silnik pracuje, chłodzić musi go woda lub inny czynnik chłodzący, np. glikol etylowy. Jednak temperatura tego medium również się podnosi i dlatego trafia ono do wymiennika ciepła, w którym oddaje ciepło do powietrza. W chłodnicy samochodowej powierzchnię wymiany ciepła po stronie powietrza rozwinięto poprzez zastosowanie ożebrowania. Cienkie aluminiowe blachy przytwierdzone do rur z gorącą wodą spełniają w tym przypadku funkcję żeber intensyfikujących konwekcyjne przekazywanie ciepła do powietrza. Na rysunku 4 po prawej stronie znajduje się dopływ wody gorącej, u dołu odpływ wody schłodzonej.



Rysunek 4: Chłodnica samochodowa [6].

2 Metoda analityczna w obliczeniach jednowymiarowego przewodzenia ciepła w chłodzonym pręcie

Analiza przepływu ciepła przeprowadzona została dla żeber (prętów) prostych oraz stożkowych wykonanych z trzech różnych materiałów: aluminium, miedzi oraz stali. Pręty u podstawy są chłodzone, a wokół wszystkich boków oraz czoła otacza je powietrze o określonej temperaturze. W prętach występuje zjawisko przewodzenia ciepła wzdłuż całej ich długości. Wnikanie ciepła zachodzi od ciepłego powietrza wypełniającego pomieszczenie do ścianek chłodzonych żeber. Wszystkie przyjęte właściwości cieplne zaczerpnięte zostały z bazy właściwości materiałów i znajdują się w tabeli 1.

Tabela 1: Dane materiałowe [7], [8], [9].

Material	Współczynnik przewodzenia ciepła λ	Jednostki
Czyste aluminium	202,4	W/(m·K)
Miedź hartowana	401,0	W/(m·K)
Stal ciągniona na zimno	49,8	W/(m·K)

Tabela 2 zawiera informacje takie jak: temperatura u podstawy, temperatura powietrza otaczającego żebro oraz jego współczynnik wnikania. Pręty chłodzono ogniwem Peltiera, dzięki któremu podstawa pręta ma stabilizowaną temperaturę 5°C.

Tabela 2: Wielkości przyjęte do obliczeń przepływu ciepła w żebrach.

Dane	Wartości	Jednostki
temperatura u podstawy żebra, T_0	278,15	K
temperatura otoczenia, T_{ot}	294,15	K
współczynnik wnikania ciepła, α	5	W/(m ² K)

Początkowo, za pomocą wzoru (7) wyznaczono nadwyżkę temperatury u podstawy żebra, będącą wielkością stałą. Zależy ona od temperatury otoczenia oraz temperatury podstawy żebra, nie od jego kształtu.

$$\vartheta_o = T_0 - T_{ot} \quad (7)$$

gdzie:

ϑ_o – nadwyżka temperatury u podstawy żebra, K,

T_0 – temperatura u podstawie żebra, K,

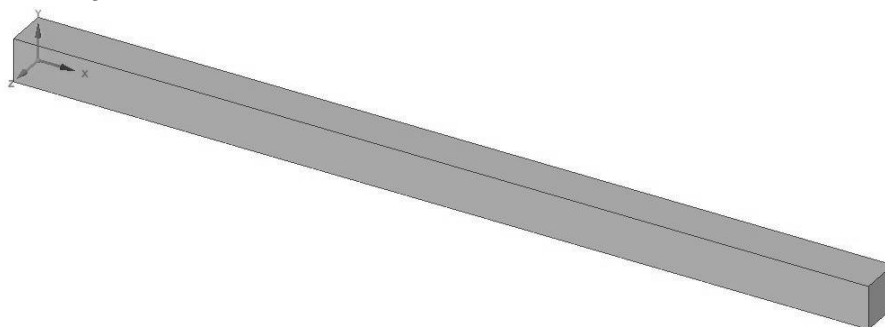
T_{ot} – temperatura otoczenia, K.

Po podstawieniu wartości:

$$\vartheta_o = 278,15 - 294,15 = -16 \text{ K}$$

2.1 Żebro proste o stałym przekroju kwadratowym

Wstępnie przeanalizowano żebro proste o stałym przekroju którego geometria przedstawiona została na rysunku 5.



Rysunek 5: Geometria analizowanego pręta prostego o stałym przekroju.

Wszystkie przyjęte wymiary geometryczne zawiera tabela nr 3.

Tabela 3: Dane dotyczące geometrii żebra prostego.

Dane	Wartości	Jednostki
wymiary kwadratowej podstawy żebra, a	0,01	m
przekrój żebra, A	0,0001	m ²
obwód żebra, U	0,04	m
długość żebra, L	0,2	m

2.1.1 Pręt prosty niezaizolowany na końcu

Początkowo wyznaczono parametr temperaturowy m ze wzoru:

$$m = \sqrt{\frac{\alpha U}{\lambda A}} \quad (8)$$

gdzie:

m – parametr temperaturowy, zależący zarówno od materiału żebra jak i otaczającego powietrza, –.

Dla pręta aluminiowego $m = 3,143$, dla miedzianego $m = 2,233$, a dla pręta stalowego osiąga wartość aż 6,337.

Następnie należało obliczyć bezwymiarową wielkość pomocniczą P_L z zależności:

$$P_L = \frac{\alpha}{m\lambda} \quad (9)$$

Dla pręta aluminiowego $P_L = 0,008$, dla miedzianego $P_L = 0,006$, a dla pręta stalowego osiąga wartość 0,016.

Następnie wyznaczono rozkład temperatury dla pręta, stosując do tego powyższe parametry. Nadwyżkę temperatury w poszczególnym punkcie pręta obliczono stosując równanie [3]:

$$\vartheta_x = \vartheta_o \frac{ch[m(L-x)] + P_L sh[m(L-x)]}{ch(mL) + P_L sh(mL)} \quad (10)$$

gdzie:

ch, sh – cosinus i sinus hiperboliczny,

ϑ_x – nadwyżka temperatury w punkcie x leżącym wzdłuż pręta, K,

x – odległość od początku pręta, m.

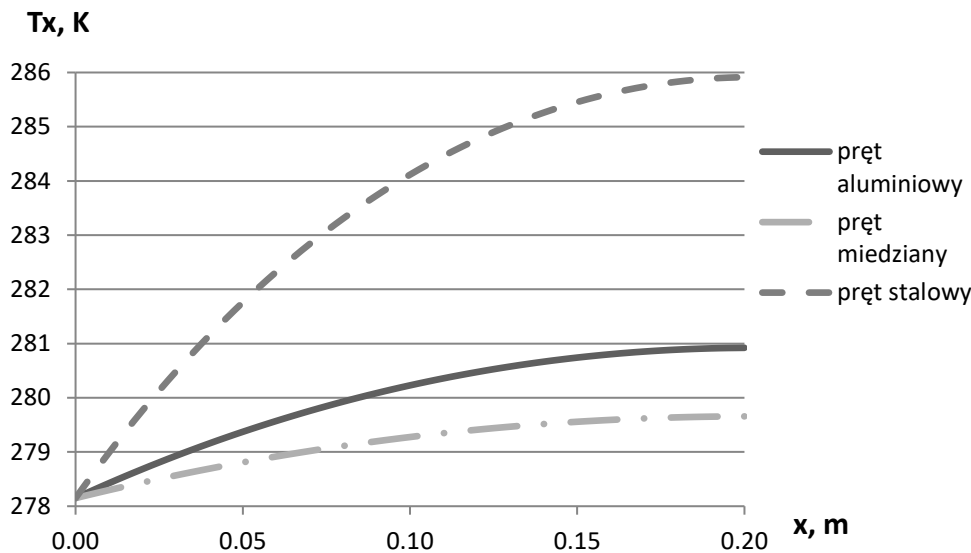
W celu wyznaczenia temperatury w kolejnych punktach żebra, do nadwyżki temperatury należało dodać temperaturę otoczenia według zależności:

$$T_x = \vartheta_x + T_{ot} \quad (11)$$

gdzie:

T_x – temperatura w danym punkcie x wzdłuż pręta, K.

Wyniki otrzymane z zależności (10) oraz (11) dla prętów prostych wykonanych z aluminium, miedzi oraz stali zostały zebrane w tabeli 4 w Dodatku A oraz przedstawione na wykresie zależności temperatury T_x od odległości x od podstawy chłodzonego pręta. Rozkład temperatury wzdłuż żebra został przedstawiony na rysunku 6 i ma postać funkcji hiperbolicznej. Temperatura na końcu pręta aluminiowego osiągnęła temperaturę wyższą od podstawy o 2,77 K, miedzianego o 1,51 K, stalowego o 7,76 K.



Rysunek 6: Wykres przedstawiający zmianę temperatur wzdłuż długości prętów prostych nieizolowanych.

Następną wielkością, która może służyć do analizy przepływu ciepła dla prętów, jest strumień ciepła odbierany od otoczenia [3]:

$$\dot{Q} = \vartheta_o A \lambda m \frac{P_L + th(mL)}{1 + P_L th(mL)} \quad (12)$$

gdzie:

\dot{Q} – strumień ciepła, W,
 th – tangens hiperboliczny.

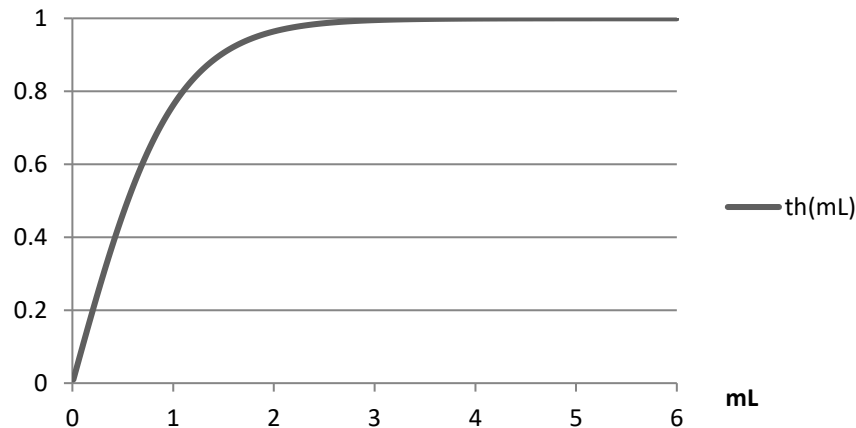
Dla pręta aluminiowego $\dot{Q} = 0,573$ W, dla miedzianego $\dot{Q} = 0,607$ W, a dla pręta stalowego osiąga wartość 0,433 W.

2.1.1.1 Zalecana długość pręta

Intensyfikacja ciepła polega na osiągnięciu jak największego strumienia ciepła rozpraszanego przez żebro. Strumień ten zwiększa się wraz z rozwijaniem powierzchni, jednak konstruowanie żeber o nieskończonej długości jest niepraktyczne ze względu na wymaganą ilość materiału. To natomiast wiąże się z wysokimi kosztami oraz ciężarem ożebrowania. Do wyznaczenia optymalnej długości pręta, porównać należy strumień ciepła przekazywany przez żebro w stosunku do strumienia ciepła przekazywanego przez żebro nieskończenie długie:

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{inf}}} = \frac{\vartheta_o A \lambda m \operatorname{th}(m \cdot L)}{\vartheta_o A \lambda m} = \operatorname{th}(m \cdot L) \quad (13)$$

Do analizy można posłużyć się funkcją hiperboliczną, znajdującą się na rysunku 7. Z wykresu wynika, że jeśli tangens hiperboliczny z iloczynu parametru temperaturowego oraz długości pręta $m \cdot L \geq 5$, to pręt zachowuje się jak pręt o nieskończonej długości.



Rysunek 7: Funkcja tangensa hiperbolicznego.

Pręt aluminiowy o długości 0,2 m przekazuje 55,7% strumienia ciepła przekazywanego przez pręt o takim samym przekroju, lecz nieskończenie długi (dla którego $\operatorname{th}(m \cdot L) = 1$ dla $m \cdot L \geq 5$). Analizowany pręt miedziany (o długości 0,2 m) przekazuje 41,9% strumienia ciepła pręta nieskończenie długiego, a pręt stalowy 85,3%.

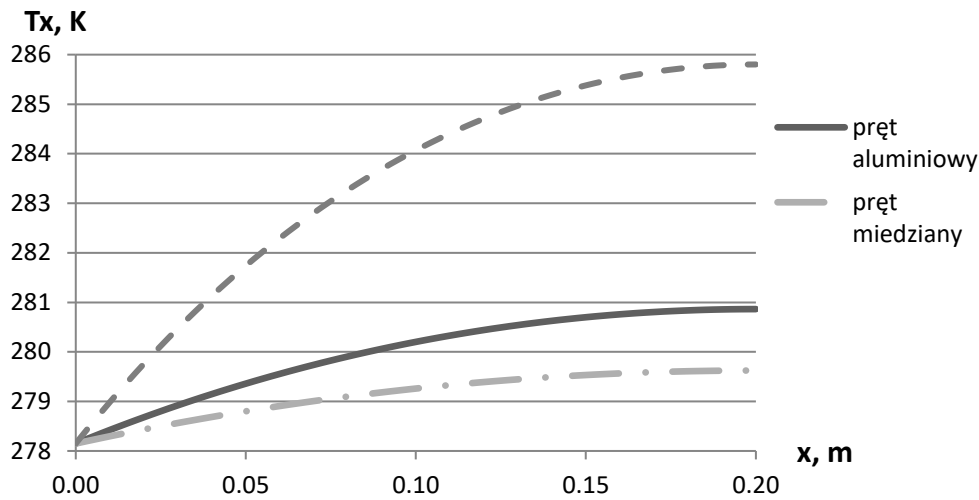
Pręt stalowy mógłby przekazywać 100% strumienia ciepła pręta nieskończenie długiego, gdyby wydłużono go o 0,59 m. Zatem niemal 4krotnie większe zużycie materiału na ten pręt, spowoduje zwiększenie strumienia ciepła jedynie o 14,7%. Z analizy wynika, że nieekonomiczne jest budowanie za długich żeber w przypadku użycia materiałów o niskim współczynniku przewodzenia ciepła.

2.1.2 Pręt prosty zaizolowany na końcu

Pręt jest zaizolowany, co oznacza, że jego koniec nie pobiera ciepła od otoczenia. Parametr temperaturowy m przyjmuje te same wartości jak dla pręta z podrozdziału 2.1.1. Nadwyżkę temperatury w tym szczególnym przypadku pręta oblicza się dzięki uproszczeniu zależności (10), w sposób następujący:

$$\vartheta_x = \vartheta_o \frac{ch[m(L-x)]}{ch(mL)} \quad (14)$$

Rozkład temperatury obliczono za pomocą wzoru (11). Wyniki dla pręta zaizolowanego zostały zebrane w tabeli 5 w Dodatku A oraz zobrazowane na rysunku 8.



Rysunek 8: Wykres przedstawiający zmianę temperatur wzdłuż długości prętów prostych zaizolowanych.

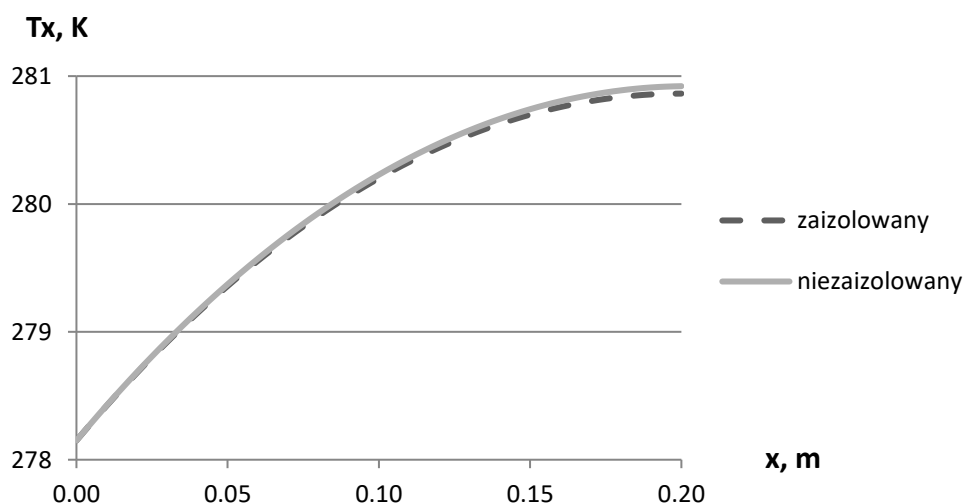
Strumień ciepła odbierany od otoczenia dla pręta zaizolowanego oblicza się ze wzoru:

$$\dot{Q} = \vartheta_o A \lambda m th(mL) \quad (15)$$

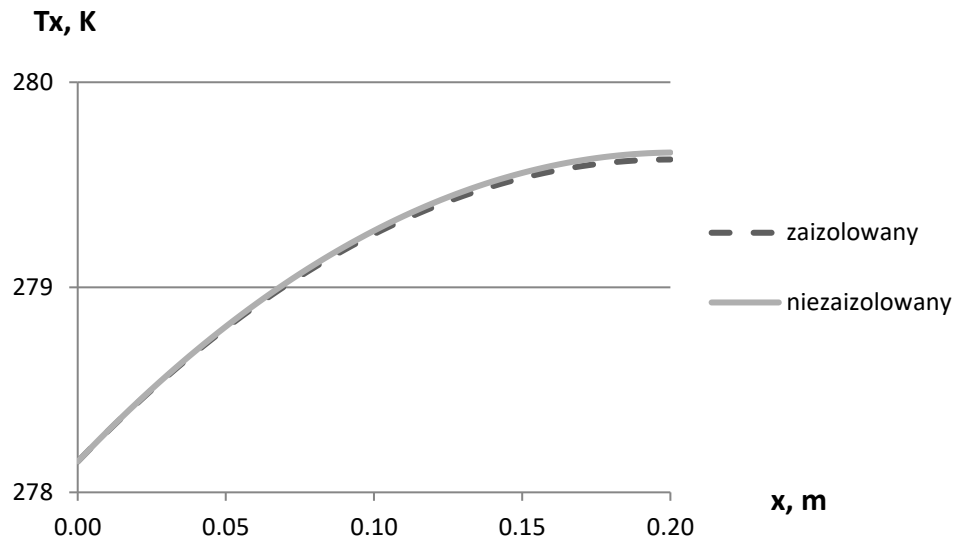
Dla pręta aluminiowego $\dot{Q} = 0,567$ W, dla miedzianego $\dot{Q} = 0,601$ W, a dla pręta stalowego osiąga wartość 0,431 W.

2.1.3 Porównanie prętów prostych niezaizolowanych z zaizolowanymi na końcach

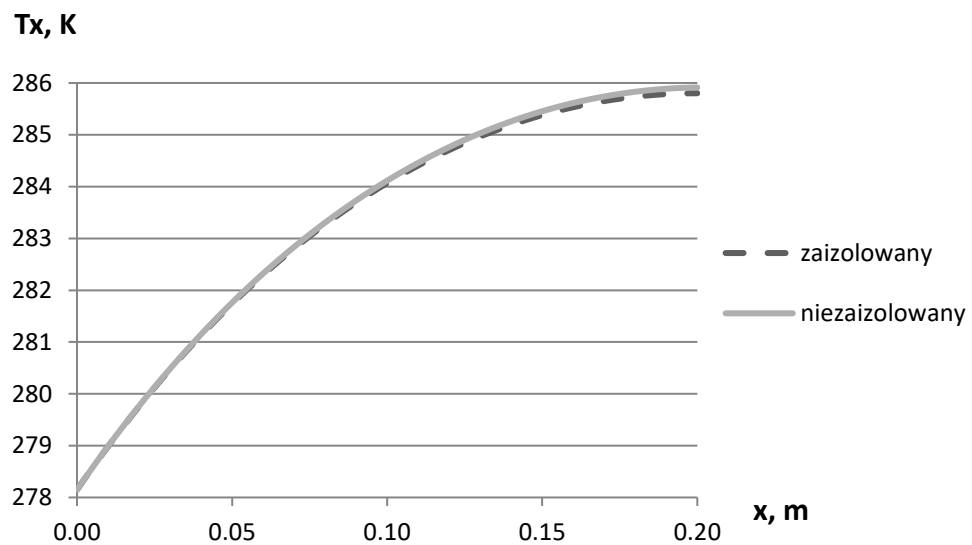
Na rysunkach 9, 10 oraz 11 przedstawiono rozkłady temperatur dla prętów, których czoła są zaizolowane oraz niezaizolowane.



Rysunek 9: Rozkłady temperatur dla pręta aluminiowego niezaizolowanego i zaizolowanego na jego końcu.



Rysunek 10: Rozkłady temperatur dla pręta miedzianego niezaizolowanego i zaizolowanego na jego końcu.

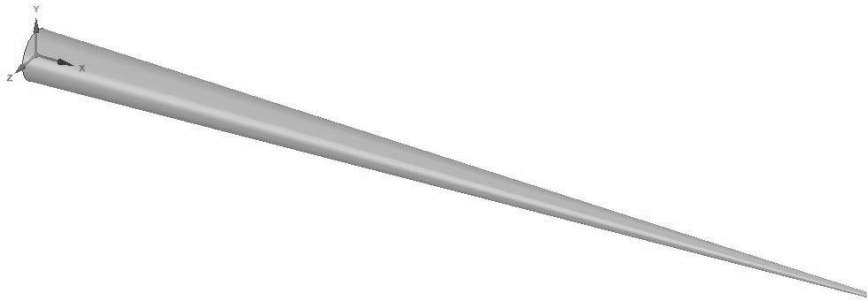


Rysunek 11: Rozkłady temperatur dla pręta stalowego niezaizolowanego i zaizolowanego na jego końcu.

Izolacja bardzo nieznacznie wpływa na wartość temperatury na końcu pręta oraz na strumień ciepła odbierany przez ściany pręta. W związku z tym można przyjąć dodatkowe założenie upraszczające i dokonać obliczeń dla pręta zaizolowanego, czyli nieoddającego ciepła na swoim końcu. Do dalszej analizy z wykorzystaniem metody numerycznej nie założono uproszczenia i posłużono się prętem niezaizolowanym.

2.2 Żebro stożkowe (o zmiennym przekroju)

W kolejnym etapie przeanalizowano żebro stożkowe o zmiennym przekroju, znajdujące się na rysunku 12. Wszystkie przyjęte wymiary geometryczne zawiera tabela nr 6.



Rysunek 12: Geometria analizowanego żebra stożkowego.

Tabela 6: Dane dotyczące geometrii żebra stożkowego.

Dane	Wartości	Jednostki
średnica podstawy żebra, D	0,01128	m
średnica końca żebra, d	0,00103	m
przekrój żebra, A	0,0001	m ²
obwód żebra, U	0,0354	m
długość żebra, L	0,2	m

Na początku wyznaczono parametr temperaturowy m według zależności:

$$m = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda D}} \quad (16)$$

Do wzoru podstawiono wielkości z tabeli 2 oraz 6. Dla pręta aluminiowego $m = 2,093$, dla miedzianego $m = 1,487$, a dla pręta stalowego osiąga wartość 4,218.

Następnie wyznaczono bezwymiarową wielkość M :

$$M = \sqrt{2m^2L} \quad (17)$$

Dla pręta aluminiowego $M = 1,323$, dla miedzianego $M = 0,94$ a dla pręta stalowego osiąga wartość 2,668.

Następnie wyznaczono rozkład temperatury dla pręta, stosując do tego powyższe parametry.

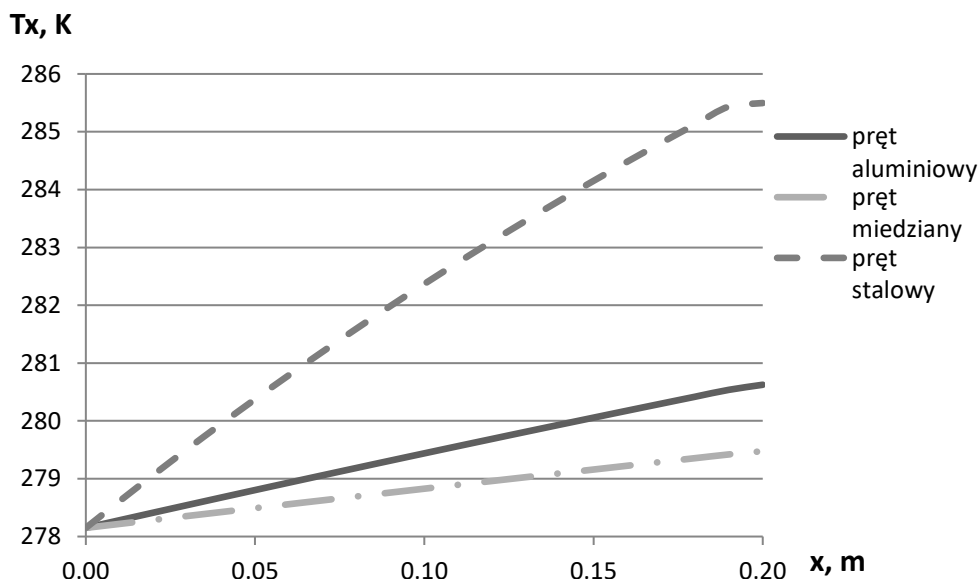
Nadwyżkę temperatury w poszczególnym punkcie pręta obliczono stosując równanie [10]:

$$\vartheta_x = \vartheta_o \sqrt{\frac{L}{x}} \frac{I_1(2M\sqrt{x})}{I_1(2M\sqrt{L})} \quad (18)$$

gdzie:

I_1 – zmodyfikowana funkcja Bessela pierwszego rodzaju rzędu 1.

W celu wyznaczenia temperatury w kolejnych punktach żebra posłużono się zależnością (11). Wyniki zamieszczono w tabeli 7 w Dodatku A. Wykres zależności temperatury T_x od odległości x od podstawy chłodzonego pręta został przedstawiony na rysunku 13.



Rysunek 13: Wykres przedstawiający zmianę temperatur wzdłuż długości prętów stożkowych.

Temperatura na końcu pręta aluminiowego osiągnęła temperaturę wyższą od podstawy o 2,47 K, miedzianego o 1,33 K, stalowego o 7,35 K.

Następną wielkością, która może służyć do analizy przepływu ciepła dla prętów, jest strumień ciepła odbierany od otoczenia [10]:

$$\dot{Q} = \vartheta_o A \lambda \frac{M}{\sqrt{L}} \frac{I_2(2M\sqrt{L})}{I_1(2M\sqrt{L})} \quad (19)$$

gdzie:

I_2 – zmodyfikowana funkcja Bessela pierwszego rodzaju rzędu 2.

Dla pręta aluminiowego $\dot{Q} = 0,268$ W, dla miedzianego $\dot{Q} = 0,276$ W, a dla pręta stalowego osiąga wartość 0,234 W.

Wykorzystując równanie (13) dla prętów stożkowych, wyznaczono stosunek strumienia ciepła przekazywanego przez żebro w stosunku do strumienia ciepła przekazywanego przez żebro nieskończenie długie. Wiadomo, że pręt aluminiowy przekazuje 39,6% ciepła przekazywanego przez pręt nieskończenie długi, miedziany 28,9%, natomiast stalowy 68,8%.

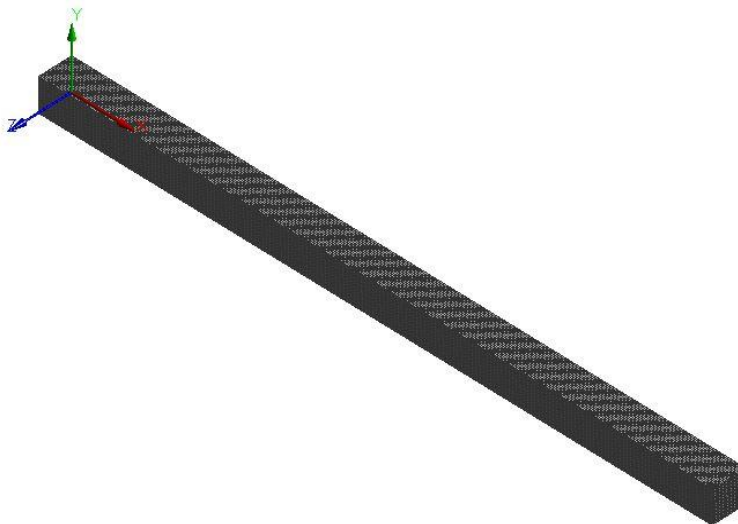
3 Metoda numeryczna

Metody analityczne mogą okazać się niewystarczająco dokładne, a nawet niemożliwe do rozwiązania. W takich przypadkach należy posłużyć się modelami numerycznymi, które w sposób precyzyjny rozwiązują nawet złożone problemy. Modelowanie matematyczne opiera się na podstawowych prawach fizyki oraz na przyjętych założeniach, takich jak geometria układu, dane materiałowe oraz warunki brzegowe [1]. W ten sposób otrzymuje się układ równań różniczkowych, możliwy do rozwiązania. Jedną z metod rozwiązania układu równań różniczkowych jest bilans energii i aby z niego korzystać wystarczy zrozumieć fizyczną naturę problemu i dobrze zinterpretować wyniki. Nie jest konieczne szczegółowe rozpatrywanie formuł matematycznych, lecz zrozumienie, w jaki sposób zachodzą obliczenia komputerowe, aby uniknąć błędów w rozwiązaniach [2].

Program ANSYS Fluent umożliwia modelowanie zjawisk związanych z przepływami, w tym ciepła. Proces symulacji rozpoczyna się od wprowadzenia geometrii analizowanego obiektu oraz dobraniu odpowiedniej siatki numerycznej. Następnie przechodzi się do ustalenia danych materiałowych i przypisania danym materiałom stanu skupienia oraz własności, czyli w omawianym problemie współczynnika przewodzenia ciepła. Należy nadać warunki brzegowe takie jak konwekcyjna wymiana ciepła (tj. znany współczynnik wnikania ciepła oraz temperatura otoczenia) oraz temperaturę chłodzonej podstawy żebra. Wszystkie te dane to warunki jednoznaczności [1] umożliwiające symulację modelu żebra. W oprogramowaniu wykorzystuje się metodę objętości skończonych, a obliczenia przebiegają iteracyjnie.

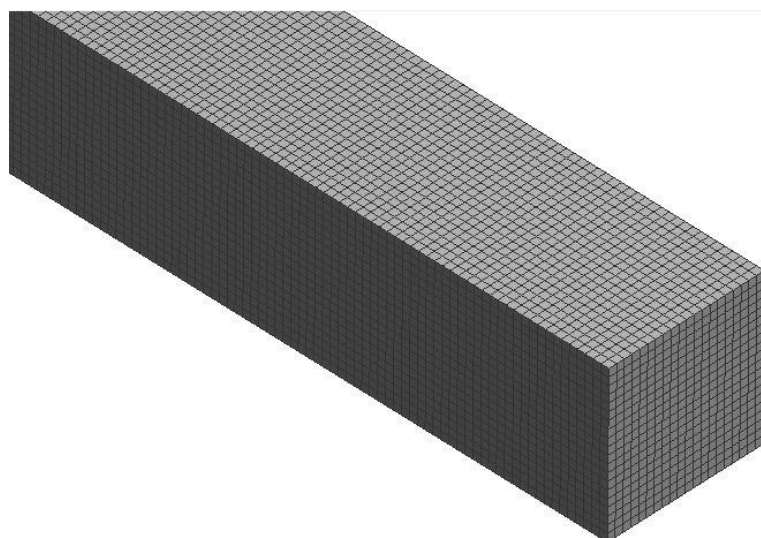
3.1 Żebro proste o stałym przekroju kwadratowym

Geometria badanego żebra prostego stworzona w module ANSYS DesignModeler została przedstawiona na rysunku 5. Kolejnym krokiem było stworzenie odpowiedniej siatki podziału numerycznego. Wybrano domyślną siatkę z adaptacyjną funkcją rozmiaru. Rozmiar elementu siatki został ustawiony na 0,5 mm. Łączna ilość mieszcząca się w całej siatce numerycznej to 160000 elementów. Na rysunku 14 przedstawiono izometryczny widok siatki w całym elemencie.

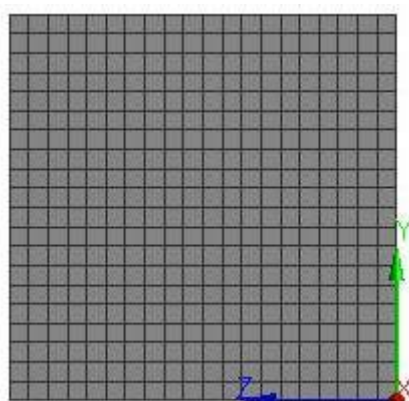


Rysunek 14: Siatka numeryczna modelowanego żebra prostego.

Rysunek 15 pokazuje zbliżenie na elementy siatki, a na rysunku 16 widoczne są elementy siatki rozmieszczone na końcu pręta.



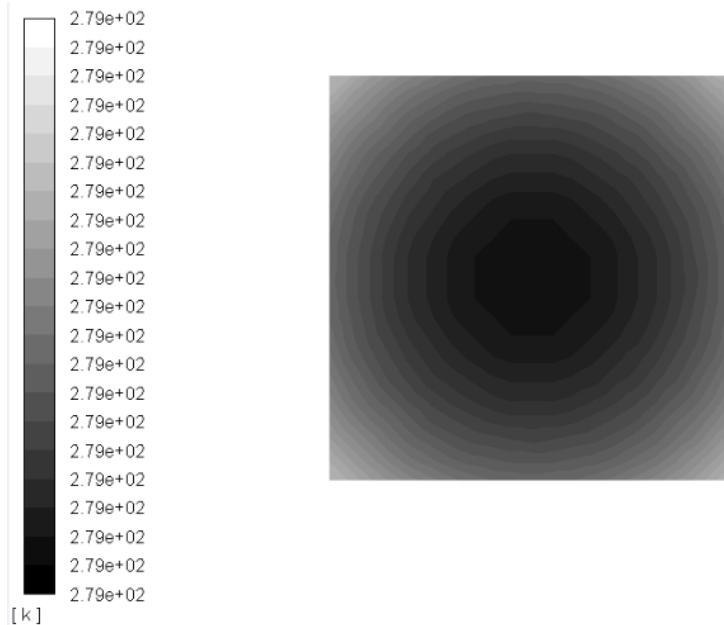
Rysunek 15: Zbliżenie na elementy siatki numerycznej.



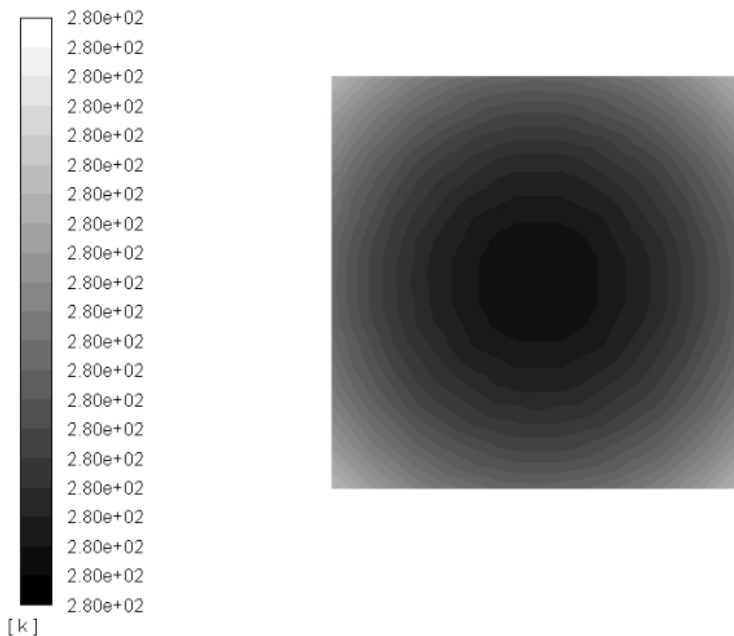
Rysunek 16: Elementy siatki numerycznej rozmieszczone na końcu żebra.

Następnie można przejść do zdefiniowania modelu w oprogramowaniu Ansys Fluent. Z ustawień ogólnych należy wybrać symulację stanu ustalonego oraz włączyć rozwiązywanie funkcji różniczkowych za pomocą bilansów energii. W kolejnym kroku konieczne jest przypisanie właściwości materiałowych. W przeprowadzonej analizie jako płyn wybrane zostało powietrze oraz w poszczególnych symulacjach współczynniki przewodzenia ciepła po kolei dla: aluminium, miedzi oraz stali z tabeli 1. Dalej określone zostały tzw. *Cell Zone Conditions* czyli przypisano materiał znajdujący się w komórkach danej geometrii, a zatem było to kolejno: aluminium, miedź oraz stal. Ostatecznie można zadać warunki brzegowe modelu. Dla analizowanego pręta należy ustawić: temperaturę po stronie chłodzonej podstawy oraz termiczne warunki przepływu ciepła na drodze konwekcji dla ścian oraz końca pręta, tj. współczynnik wnikania ciepła dla powietrza oraz jego temperaturę z tabeli 2. Należy zainicjalizować układ i rozpocząć proces liczenia.

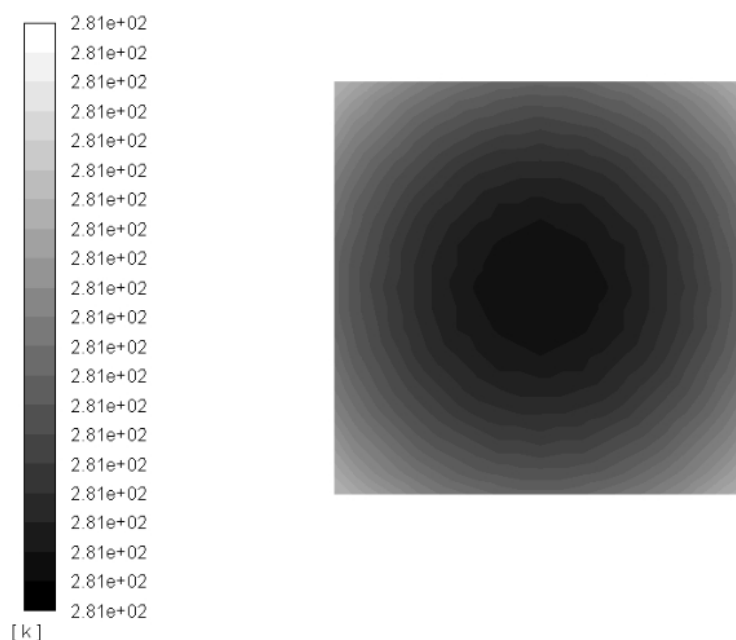
Poniżej przedstawiono wyniki obliczeń dla pręta aluminiowego. Na rysunku 17, 18, 19 oraz 20 znajdują się rozkłady temperatur w przekrojach poprzecznych pręta w odległościach 0,05 m, 0,1 m, 0,15 m od podstawy pręta oraz 0,2 m czyli na jego końcu.



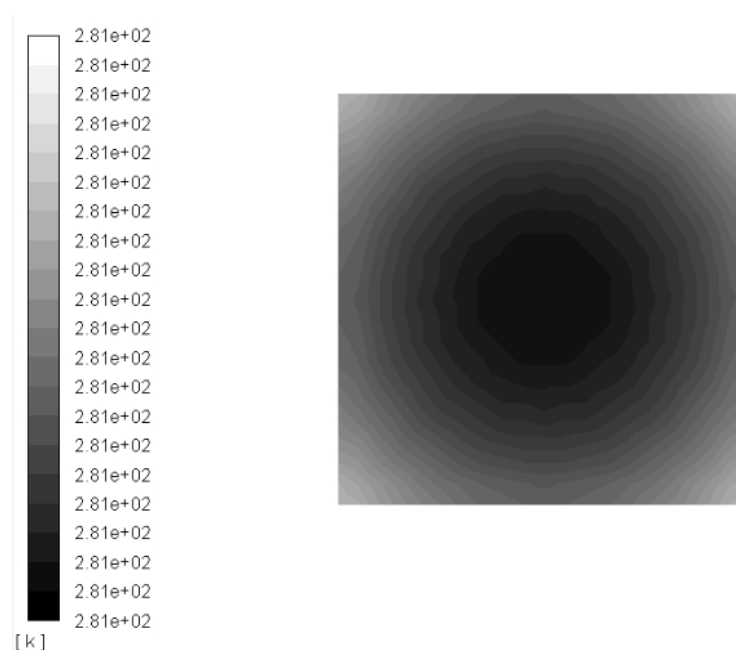
Rysunek 17: Rozkład temperatury w odległości 0,05 m od podstawy pręta prostego. Minimalna temperatura w pkt. $x = 0,05$ wynosi 279,361 K, a maksymalna 279,363 K.



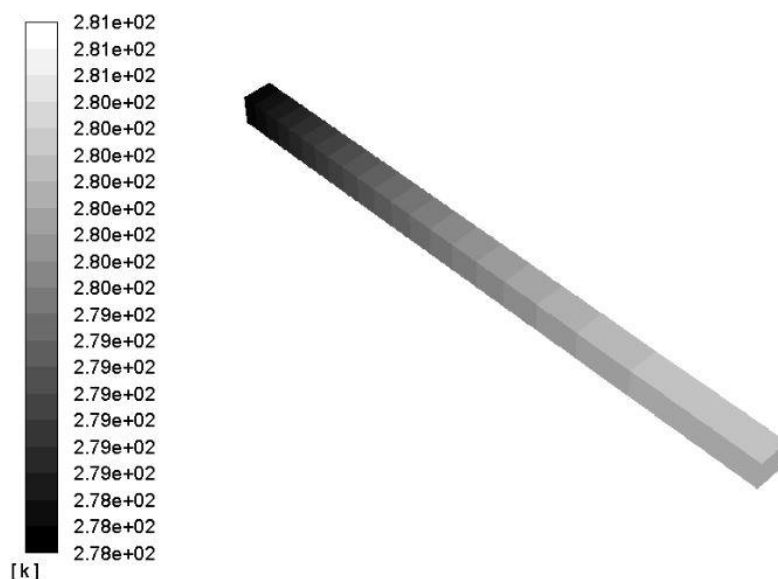
Rysunek 18: Rozkład temperatury w odległości 0,1 m od podstawy pręta prostego. Minimalna temperatura w pkt. $x = 0,1$ wynosi 280,208 K, a maksymalna 280,209 K.



Rysunek 19: Rozkład temperatury w odległości 0,15 m od podstawy pręta prostego. Minimalna temperatura w pkt. $x = 0,15$ wynosi 280,712 K, a maksymalna 280,714 K.

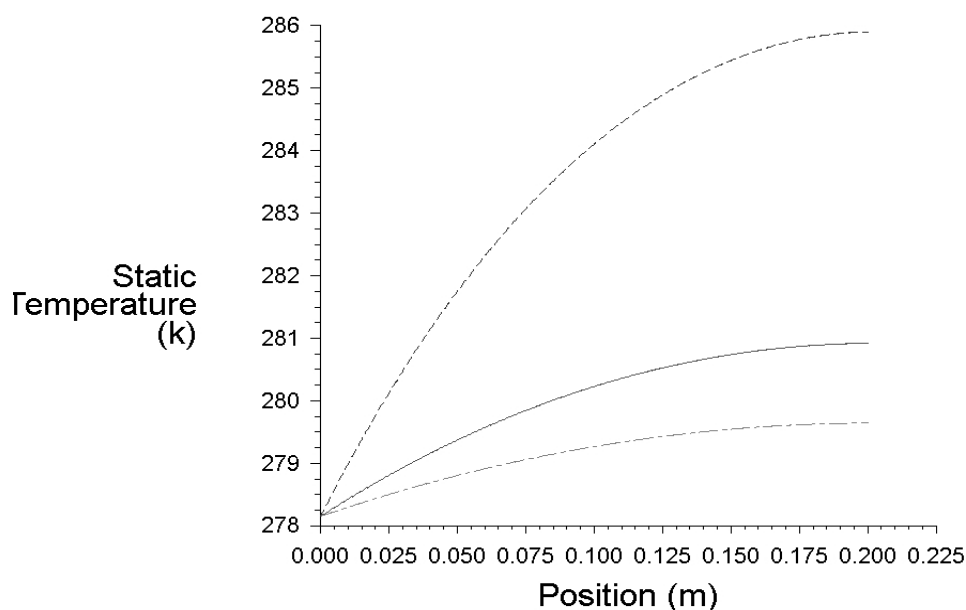


Rysunek 20: Rozkład temperatury w odległości 0,2 m od podstawy pręta, czyli na jego końcu. Minimalna temperatura w pkt. $x = 0,2$ wynosi 280,890 K, a maksymalna 280,892 K. Różnice między temperaturami minimalnymi a maksymalnymi są znikomo małe i są zauważalne dopiero w wynikach z dokładnością do 3 miejsc po przecinku. W związku z tym można posłużyć się uproszczeniem i założyć, że temperatura w każdym punkcie przekroju poprzecznego pręta jest taka sama, a zatem, trójwymiarowy model numeryczny sprowadza się do jednego wymiaru. Temperatura zmienia się tylko względem jednej współrzędnej. Na rysunku 21 przedstawiono profile temperatur wzdłuż pręta aluminiowego.



Rysunek 21: Profile temperatur wzdłuż pręta aluminiowego o przekroju kwadratowym.

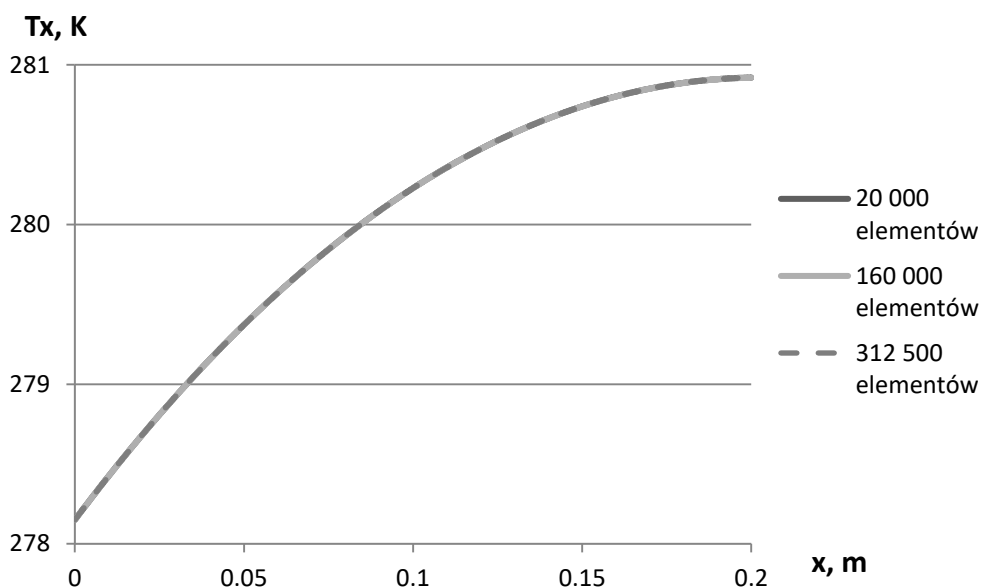
Na rysunku 22 został przedstawiony wykres zależności temperatury od odległości od podstawy chłodzonego pręta prostego aluminiowego, miedzianego oraz stalowego.



Rysunek 22: Wykres obrazujący zmianę temperatury wzdłuż długości pręta prostego (aluminium - linia ciągła, miedź - linia punktowa, stal - linia kreskowa).

Temperatura na cieplejszym końcu pręta aluminiowego wynosi 280,89 K. Zatem różnica między podstawą a końcem pręta wynosi 2,74 K. Temperatura na końcu pręta wykonanego z miedzi wynosi 279,64 K, a różnica temperatury u podstawy oraz na końcu pręta to 1,49 K. Temperatura na końcu pręta wykonanego ze stali wynosi natomiast 285,89 K, a różnica temperatury u podstawy oraz na końcu pręta to 7,74 K.

Na etapie tym można zweryfikować siatkę, zmieniając jej zagęszczenie i porównując wyniki obliczeń, czyli rozkład temperatury dla poszczególnych prętów. Początkowo zmniejszono zagęszczenie siatki numerycznej do 20000 elementów, a następnie zagęszczono ją do 312500 elementów. Rozkłady temperatur dla pręta prostego wykonanego z aluminium pokazano na rysunku 23.



Rysunek 23: Porównanie rozkładu temperatur pręta prostego aluminiowego przy różnym zagęszczeniu siatki numerycznej.

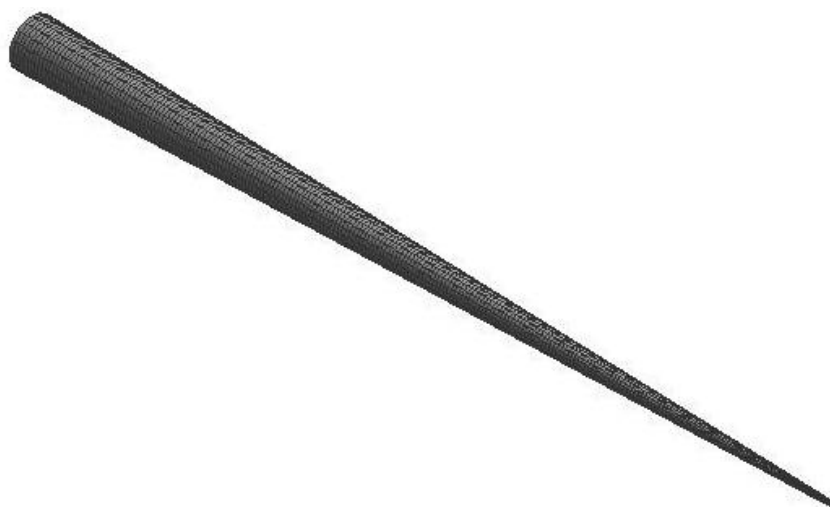
Powyższy wykres wykazuje, że przyjęta do dotychczasowych obliczeń siatka jest właściwa, jej zagęszczenie nie wpływa na wynik obliczeń.

3.2 Żebro o zmiennym przekroju

Analizowane żebro stożkowe przedstawiono na rysunku 12. Jego wymiary przedstawia tabela nr 6, a wszystkie właściwości cieplne materiałów przyjęte zostały w modelowaniu zgodnie z tabelą 1. Stworzono odpowiednią siatkę podziału numerycznego. Ustawiono maksymalną wielkość elementu na 1 mm, tak jak pokazano na rysunku 24. Łączna ilość elementów siatki numerycznej wynosi 18873 elementów. Na rysunku 25 przedstawiono izometryczny widok siatki w całym elemencie.

Sizing	
Size Function	Proximity
Relevance Center	Medium
<input checked="" type="checkbox"/> Max Face Size	0,001

Rysunek 24: Ustawienia rozmiaru siatki numerycznej.



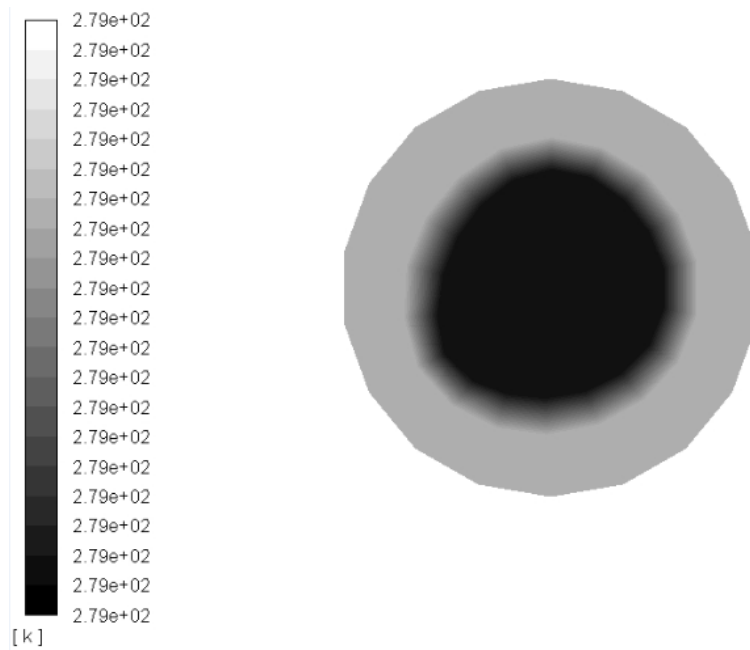
Rysunek 25: Siatka numeryczna modelowanego pręta stożkowego.

Rysunek 26 pokazuje zbliżenie na elementy siatki.

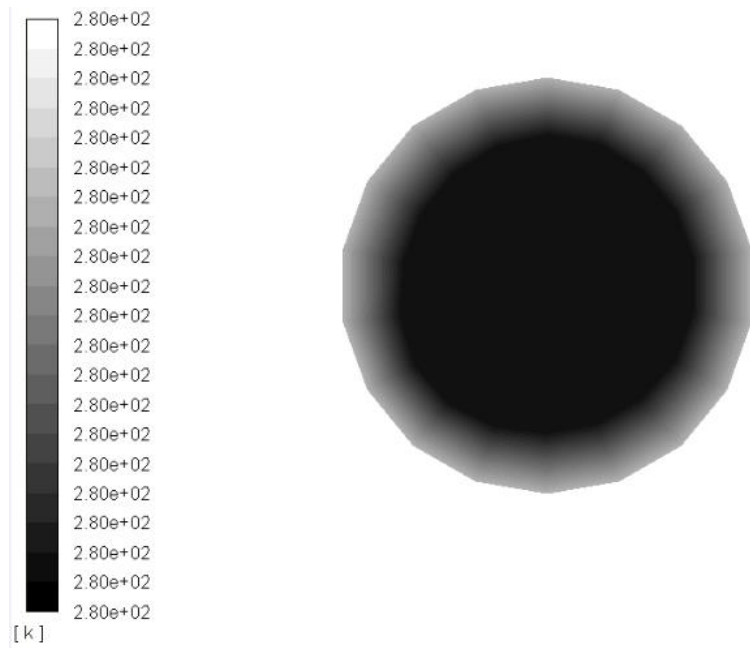


Rysunek 26: Zbliżenie na elementy siatki numerycznej.

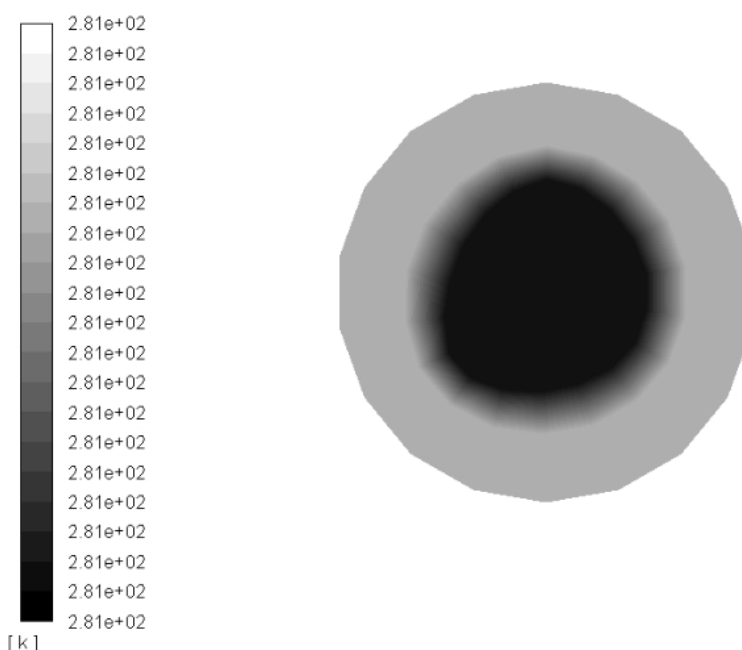
Analogicznie do punktu 3.1 nadano warunki początkowe, brzegowe oraz zainicjalizowano model i wykonano obliczenia iteracyjne. Na poniższych rysunkach 27, 28 i 29 pokazane zostały przekroje pręta aluminiowego i rozkład temperatur. Różnice temperatur między punktami w przekrojach są znikomo małe i można je zaobserwować dopiero w czwartym miejscu po przecinku.



Rysunek 27: Rozkład temperatury w odległości 0,05 m od podstawy pręta stożkowego.

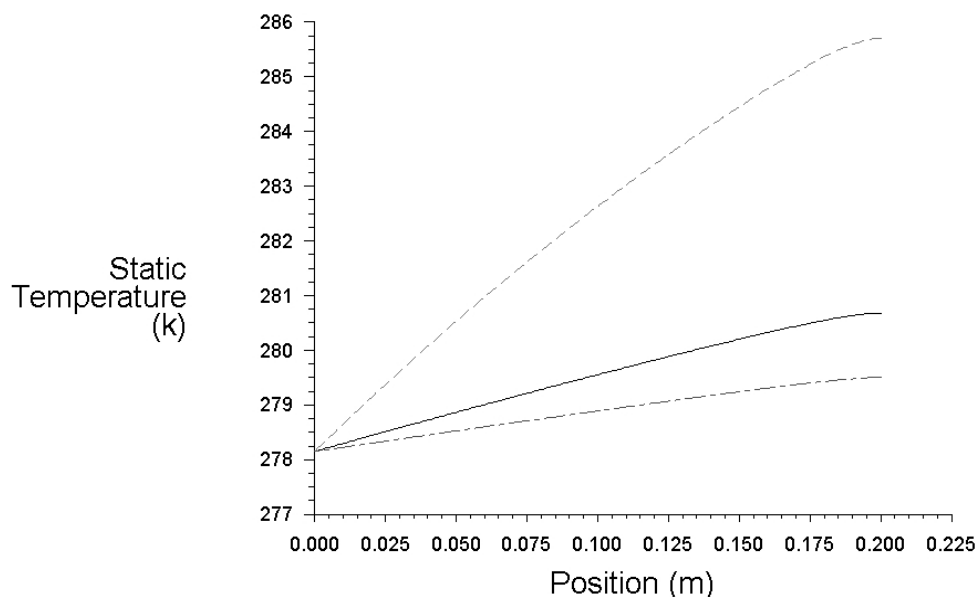


Rysunek 28: Rozkład temperatury w połowie długości pręta stożkowego.



Rysunek 29: Rozkład temperatury na końcu pręta stożkowego.

Pręt przecięto linią wzdłuż jego długości i wygenerowano wykresy przedstawiające zależności temperatury od położenie od podstawy żebra dla trzech wybranych materiałów. Charakterystyki zostały pokazane na rysunku 30.



Rysunek 30: Wykres przedstawiający zmianę temperatury wzdłuż długości pręta o zmiennym przekroju (aluminium - linia ciągła, miedź - linia punktowa, stal - linia kreskowa).

Temperatura na końcu żebra aluminiowego wynosi 280,68 K. Pręt ogrzewa się zatem o wartość 2,53 K. Temperatura na końcu żebra miedzianego wynosi 279,5, a pręt ogrzewa się o 1,35 K.

Temperatura na końcu żebra stalowego wynosi natomiast 285,71 K, a pręt ogrzewa się o 7,56 K.

4 Porównanie wyników modelu analitycznego oraz numerycznego

W analizie porównano wyniki temperatur na końcu prętów uzyskane metodami analitycznymi oraz numerycznymi. W tabelach 8, 9 oraz 10 przedstawiono wyniki dla pręta prostego wykonanego z różnych materiałów. Następnie w tabelach 11, 12, 13 analogicznie porównano wyniki dla pręta stożkowego.

Tabela 8: Końcowa temperatura dla pręta prostego aluminiowego.

Metoda	Temperatura na końcu pręta	Różnica temperatury między podstawą a końcem pręta
analityczna	280,92 K	2,77 K
numeryczna	280,89 K	2,74 K

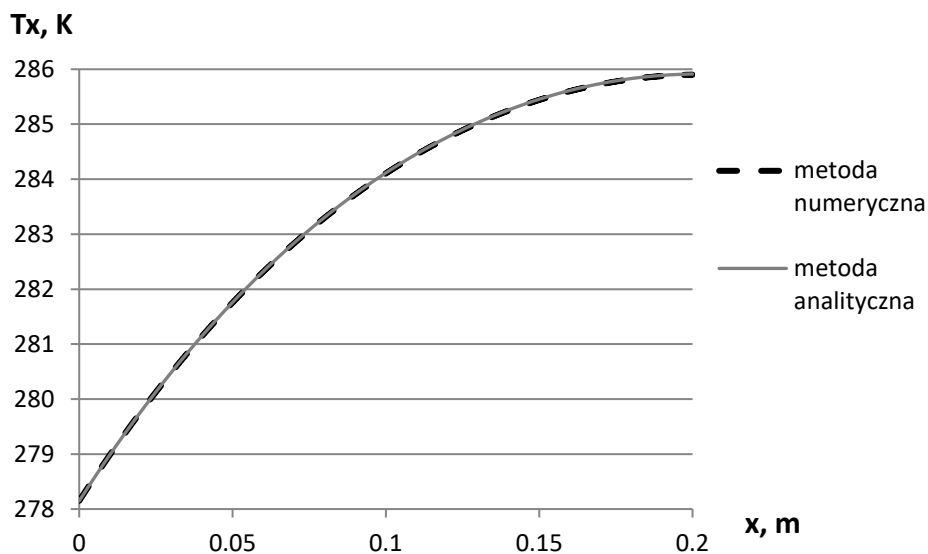
Tabela 9: Końcowa temperatura dla pręta prostego miedzianego.

Metoda	Temperatura na końcu pręta	Różnica temperatury między podstawą a końcem pręta
analityczna	279,66 K	1,51 K
numeryczna	279,64 K	1,49 K

Tabela 10: Końcowa temperatura dla pręta prostego stalowego.

Metoda	Temperatura na końcu pręta	Różnica temperatury między podstawą a końcem pręta
analityczna	285,91 K	7,76 K
numeryczna	285,89 K	7,74 K

Na rysunku 31 przedstawiono rozkład temperatur dla pręta prostego stalowego otrzymany dzięki obliczeniom analitycznym oraz numerycznym.



Rysunek 31: Porównanie rozkładu temperatury dla pręta prostego stalowego wyznaczonego w sposób analityczny oraz numeryczny.

Dla pręta prostego różnice otrzymane w wynikach są niewielkie, a zatem można by posłużyć się jedynie modelem jednowymiarowym i uzyskać wystarczająco dokładny wynik w sposób analityczny.

Tabela 11: Końcowa temperatura dla pręta stożkowego aluminiowego.

Metoda	Temperatura na końcu pręta	Różnica temperatury między podstawą a końcem pręta
analityczna	280,62 K	2,47 K
numeryczna	280,68 K	2,53 K

Tabela 12: Końcowa temperatura dla pręta stożkowego miedzianego.

Metoda	Temperatura na końcu pręta	Różnica temperatury między podstawą a końcem pręta
analityczna	279,48 K	1,33 K
numeryczna	279,50 K	1,35 K

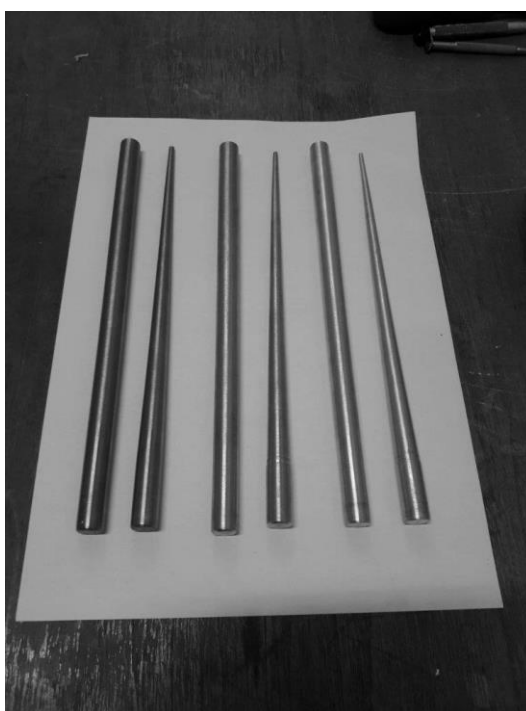
Tabela 13: Końcowa temperatura dla pręta stalowego.

Metoda	Temperatura na końcu pręta	Różnica temperatury między podstawą a końcem pręta
analityczna	285,50 K	7,35 K
numeryczna	285,71 K	7,56 K

Analiza pręta stożkowego ponownie udowadnia, że rozwiązania uzyskane dzięki modelowi numerycznemu nieznacznie odbiegają od rozwiązań analitycznych.

5 Metoda eksperymentalna

W ostatnim etapie analizy wykorzystana została metoda eksperymentalna. Do wykonania pomiarów użyto kamerę termowizyjną OPTRIS PI160 z obiektywem 23°. Badanie przeprowadzono na prętach walcowych oraz stożkowych wykonanych z dostępnych materiałów, czyli aluminium, stali oraz mosiądzu. Podstawy prętów umieszczono w aluminiowym bloku chłodzonym przez ogniwo Peltiera. Aparatura laboratoryjna pozwoliła na osiągnięcie temperatury 6,5°C u podstawy żeber, a temperatura otoczenia wynosiła 23°C. Z powodu odbijającej powierzchni metali niemożliwe było poprawne wykonanie pomiarów, dlatego pręty pokryto warstwą farby grafitowej, której emisyjność ϵ wynosi 0,98. Otrzymano obraz cieplny, zwany termogramem. Pręty oraz stanowisko laboratoryjne zostało przedstawione na rysunku 32 oraz 34.

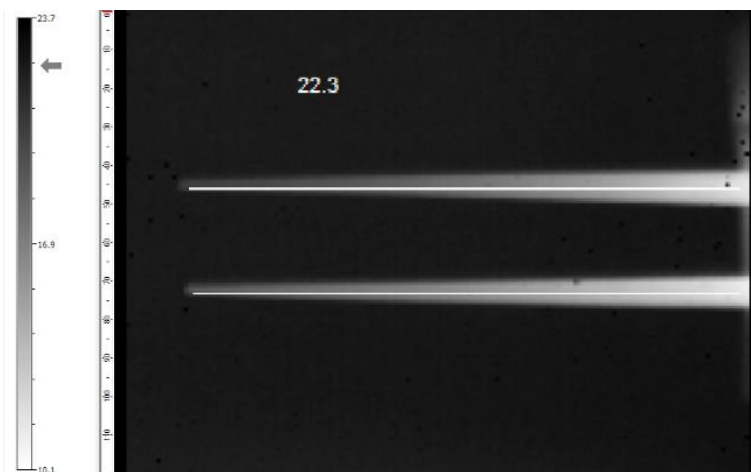


Rysunek 32: Pręty wykonane na potrzeby stanowiska do analizy wymiany ciepła.



Rysunek 34: Stanowisko laboratoryjne do badania jednowymiarowego przewodzenia ciepła w prętach.

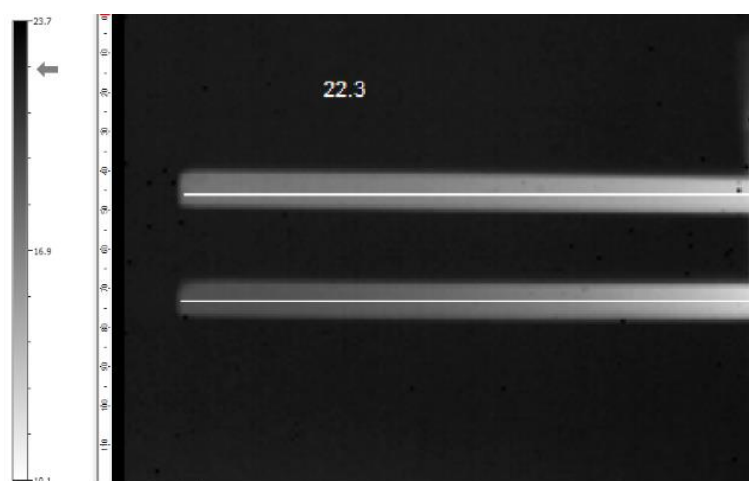
Dzięki oprogramowaniu kamery termowizyjnej możliwe było pokazanie termogramów oraz rozkładów temperatur wzdłuż długości prętów. Obserwowane zmiany temperatur dla prętów stożkowych oraz walcowych wykonanych z różnych materiałów. Wyniki obserwacji zostały przedstawione na poniższych rysunkach.



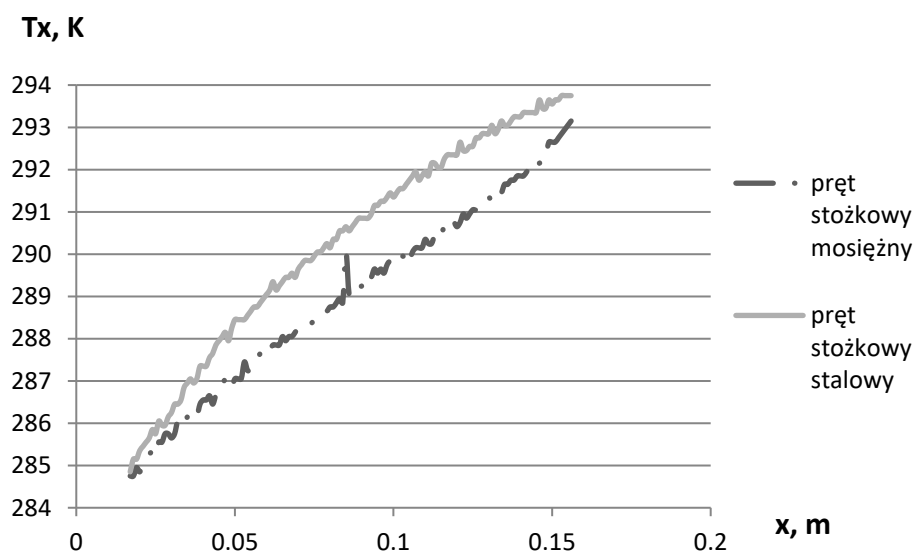
Rysunek 35: Termogram prętów stożkowych od góry: stalowego oraz mosiężnego.



Rysunek 36: Termogram prętów stożkowych od góry: stalowego oraz aluminiowego.

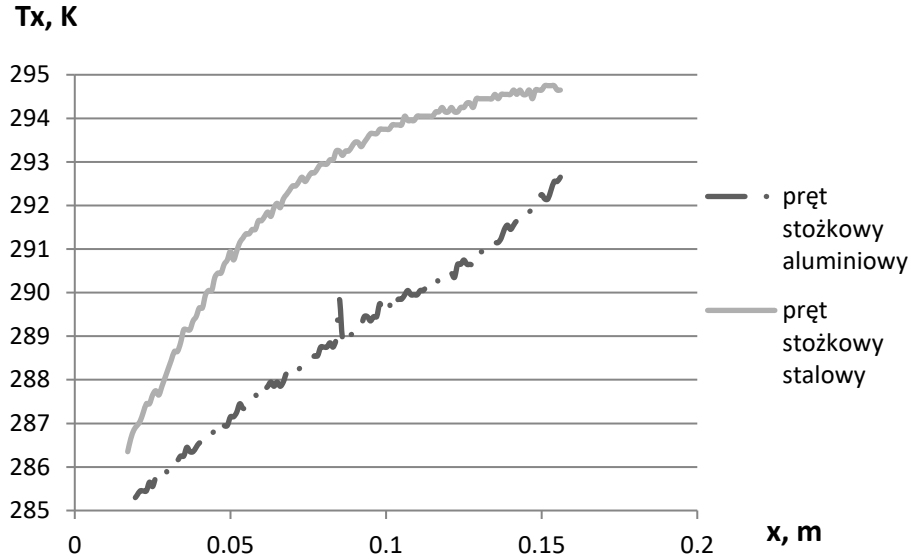


Rysunek 37: Termogram prętów prostych od góry: aluminiowego oraz stalowego.



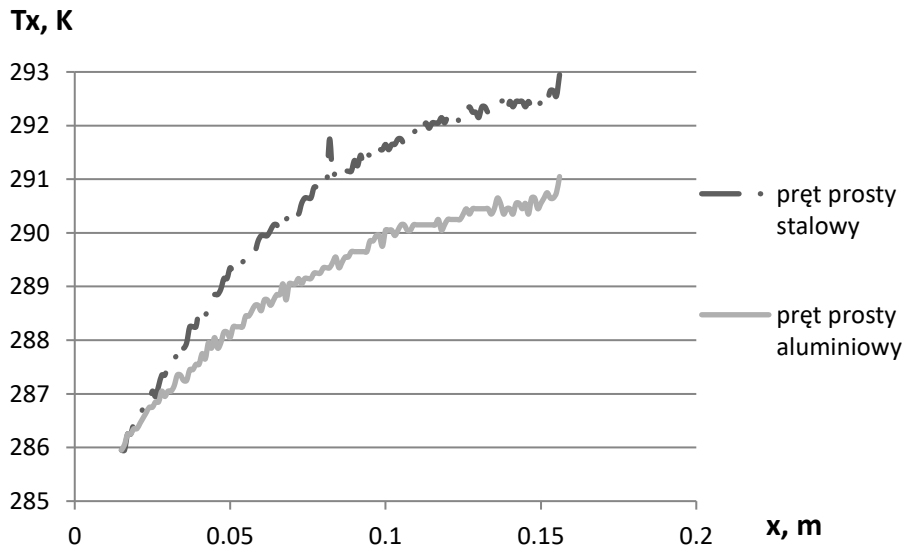
Rysunek 38: Rozkład temperatur wzdłuż długości prętów stożkowych.

Pręty stożkowe ochłodzone zostały u podstawy do temperatury ok. 284,80 K. Temperatura na ich końcach to kolejno dla pręta mosiężnego 293,15 K, a dla pręta stalowego 293,75 K.



Rysunek 39: Rozkład temperatur wzdłuż długości prętów stożkowych.

Pręty stożkowe ochłodzone zostały u podstawy do temperatury 285 - 286,30 K. Temperatura na ich końcach to kolejno dla pręta aluminiowego 292,65 K, a dla pręta stalowego 294,65 K.



Rysunek 40: Rozkład temperatur wzdłuż długości prętów prostych.

Pręty proste ochłodzone zostały u podstawy do temperatury 285,95 K. Temperatura na ich końcach to kolejno dla pręta stalowego 292,95 K, a dla pręta aluminiowego 291,05 K.

6 Podsumowanie

Nie ulega wątpliwości, że w rozwiązywaniu problemów jednowymiarowego przepływu ciepła sprawdza się każda z metod. Różnice w wynikach otrzymanych na podstawie obliczeń analitycznych jak i numerycznych są niewielkie. Stosowanie uproszczeń takich jak jednowymiarowy przepływ ciepła w prętach i żebrach jest całkowicie słuszne. Dzięki metodzie numerycznej zbadano, że temperatura w każdym punkcie przekroju poprzecznego pręta zmienia się nieznacznie. Trójwymiarowy model sprowadza się jednego wymiaru, a temperatura żebra zmienia się tylko wzdłuż jego długości. Zatem w uproszczonych układach model analityczny pozwala na otrzymanie rozsądnych wyników i dlatego może być stosowany do szybkiej analizy przepływu ciepła.

Przeprowadzenie analizy pozwala również na wysunięcie wniosku, iż żebra proste przekazują większy strumień ciepła niż żebra stożkowe o tej samej długości i tym samym przekroju podstawy. Potwierdzona została więc teoria, że rozwinięcie powierzchni intensyfikuje wymianę ciepła. Dodatkowo zauważono, że wprowadzenie izolacji na końcu żeber bardzo nieznacznie wpływa na rozkład temperatury oraz na strumień ciepła odbierany przez ściany, a przyspiesza obliczenia analityczne. Dzięki kamerze termowizyjnej przeprowadzono walidację równań użytych w metodzie analitycznej. Metoda eksperymentalna wykazała, że równania użyte do wyznaczenia rozkładu temperatur, są prawidłowe.

Priorytetową wielkością opisującą żebra jest strumień przekazywanego lub pobieranego przez nie ciepła odniesiony do strumienia ciepła przekazywanego albo odbieranego przez żebra nieskończenie długie. W przypadku prętów, dla których ten stosunek jest bliski lub równy 100%, bezcelowe jest ich dalsze wydłużanie. Temperatura u czoła wystarczająco długiego żebra zbliża się do temperatury otoczenia. Analizę długości żeber stosuje się w celu znalezienia kompromisu między ilością zużywanego materiału a przekazywanego przez nie strumienia ciepła. Wyniki badania przepływu ciepła w żebrach podczas realizacji pracy inżynierskiej wykazały, że pręty o długości 20 cm wykonane ze stali przekazują ok. 85% ciepła przekazywanego przez żebro nieskończenie długie. Nierozsądne jest zatem budowanie zbyt długich żeber w przypadku użycia materiałów o niskim współczynniku przewodzenia ciepła.

Podziękowania

Dla Pana Adama Kulczyńskiego za prace ślusarskie związane z przystosowaniem i budową stanowiska pomiarowego oraz wykonaniem modeli prętów. Dla Instytutu Techniki Ciepłej za wsparcie w zakresie udostępnienia zasobów warsztatowych.

Literatura

- [1] Ireneusz Szczygieł, *Konwekcyjny Przepływ Ciepła. Metody Obliczeniowe*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice (2013).
- [2] Yunus A. Cengel, Afshin J. Ghajar, *Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications*, Fourth Edition in SI Units, McGraw-Hill Companies (2011).
- [3] Edward Kostowski, *Przepływ Ciepła*, Wyd. 2, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice (2006).

- [4] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Annular_Fin.jpg, dostęp 23.11.2017r.
- [5] <https://en.wikipedia.org/wiki/Radiator>, dostęp 23 listopada 2017r.
- [6] <https://pixabay.com/pl/grzejnik-samochodowe-pojazdu-117211>, dostęp 23.11.2017r.
- [7] Ansys Fluent, wewnętrzna biblioteka danych.
- [8] Dane materiałowe dla miedzi hartowanej, strona internetowa <http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=9aebe83845c04c1db5126fada6f76f7e>, dostęp 20 listopada 2017r.
- [9] Dana materiałowa dla stali ciągnionej na zimno, strona internetowa <http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=f1b9fbe9b7874617992ef04445a29ffd>, dostęp 20 listopada 2017r.
- [10] Allan D. Kraus, Abdul Aziz, James Welty, *Extended Surface Heat Transfer*, John Wiley & Sons (2001).

Dodatek A

Tabela 4: Nadwyżka oraz wartość temperatury dla prętów prostych niezaizolowanych.

odległość od pod- stawy x, m	Pręt aluminiowy		Pręt miedziany		Pręt stalowy	
	nadwyżka tempera- tury ϑ_x, K	tempera- tura w pkt. x T_x, K	nadwyżka tempera- tury ϑ_x, K	tempera- tura w pkt. x T_x, K	nadwyżka tempera- tury ϑ_x, K	tempera- tura w pkt. x T_x, K
0,00	-16,00	278,15	-16,00	278,15	-16,00	278,15
0,01	-15,72	278,43	-15,85	278,30	-15,16	278,99
0,02	-15,47	278,68	-15,71	278,44	-14,39	279,76
0,03	-15,22	278,93	-15,58	278,57	-13,67	280,48
0,04	-14,99	279,16	-15,46	278,69	-13,00	281,15
0,05	-14,78	279,37	-15,34	278,81	-12,39	281,76
0,06	-14,58	279,57	-15,23	278,92	-11,83	282,32
0,07	-14,39	279,76	-15,13	279,02	-11,31	282,84
0,08	-14,22	279,93	-15,04	279,11	-10,84	283,31
0,09	-14,06	280,09	-14,95	279,20	-10,42	283,73
0,10	-13,92	280,23	-14,87	279,28	-10,03	284,12
0,11	-13,79	280,36	-14,80	279,35	-9,69	284,46
0,12	-13,68	280,47	-14,74	279,41	-9,39	284,76
0,13	-13,57	280,58	-14,68	279,47	-9,12	285,03
0,14	-13,48	280,67	-14,63	279,52	-8,89	285,26
0,15	-13,41	280,74	-14,59	279,56	-8,70	285,45
0,16	-13,35	280,80	-14,56	279,59	-8,54	285,61
0,17	-13,30	280,85	-14,53	279,62	-8,41	285,74
0,18	-13,26	280,89	-14,51	279,64	-8,32	285,83
0,19	-13,24	280,91	-14,50	279,65	-8,26	285,89
0,20	-13,23	280,92	-14,49	279,66	-8,24	285,91

Tabela 5: Nadwyżka oraz wartość temperatury dla prętów prostych zaizolowanych.

Pręt aluminiowy		Pręt miedziany		Pręt stalowy		
odległość od podstawy	nadwyżka temperatury	temperatura w pkt. x	nadwyżka temperatury	temperatura w pkt. x	nadwyżka temperatury	temperatura w pkt. x
x, m	ϑ_x, K	T_x, K	ϑ_x, K	T_x, K	ϑ_x, K	T_x, K
0,00	-16,00	278,15	-16,00	278,15	-16,00	278,15
0,01	-15,73	278,42	-15,85	278,30	-15,17	278,98
0,02	-15,47	278,68	-15,72	278,43	-14,39	279,76
0,03	-15,23	278,92	-15,59	278,56	-13,68	280,47
0,04	-15,00	279,15	-15,46	278,69	-13,02	281,13
0,05	-14,79	279,36	-15,35	278,80	-12,41	281,74
0,06	-14,59	279,56	-15,24	278,91	-11,85	282,30
0,07	-14,41	279,74	-15,14	279,01	-11,34	282,81
0,08	-14,24	279,91	-15,05	279,10	-10,88	283,27
0,09	-14,09	280,06	-14,97	279,18	-10,46	283,69
0,10	-13,95	280,20	-14,89	279,26	-10,08	284,07
0,11	-13,82	280,33	-14,82	279,33	-9,74	284,41
0,12	-13,71	280,44	-14,76	279,39	-9,44	284,71
0,13	-13,61	280,54	-14,70	279,45	-9,18	284,97
0,14	-13,52	280,63	-14,66	279,49	-8,96	285,19
0,15	-13,45	280,70	-14,62	279,53	-8,77	285,38
0,16	-13,39	280,76	-14,58	279,57	-8,62	285,53
0,17	-13,35	280,80	-14,56	279,59	-8,50	285,65
0,18	-13,31	280,84	-14,54	279,61	-8,41	285,74
0,19	-13,29	280,86	-14,53	279,62	-8,36	285,79
0,20	-13,29	280,86	-14,53	279,62	-8,35	285,80

Tabela 7: Nadwyżka oraz wartość temperatury dla prętów stożkowych.

odległość od pod- stawy x, m	Pręt aluminiowy		Pręt miedziany		Pręt stalowy	
	nadwyżka tempera- tury ϑ_x, K	tempera- tura w pkt. x T_x, K	nadwyżka tempera- tury ϑ_x, K	tempera- tura w pkt. x T_x, K	nadwyżka tempera- tury ϑ_x, K	tempera- tura w pkt. x T_x, K
0,00	-16,00	278,15	-16,00	278,15	-16,00	278,15
0,01	-15,87	278,28	-15,93	278,22	-15,54	278,61
0,02	-15,74	278,41	-15,86	278,29	-15,08	279,07
0,03	-15,61	278,54	-15,79	278,36	-14,64	279,51
0,04	-15,48	278,67	-15,73	278,42	-14,20	279,95
0,05	-15,35	278,80	-15,66	278,49	-13,78	280,37
0,06	-15,22	278,93	-15,59	278,56	-13,36	280,79
0,07	-15,09	279,06	-15,52	278,63	-12,95	281,20
0,08	-14,96	279,19	-15,46	278,69	-12,55	281,60
0,09	-14,84	279,31	-15,39	278,76	-12,16	281,99
0,10	-14,71	279,44	-15,32	278,83	-11,78	282,37
0,11	-14,59	279,56	-15,26	278,89	-11,41	282,74
0,12	-14,46	279,69	-15,19	278,96	-11,04	283,11
0,13	-14,34	279,81	-15,12	279,03	-10,69	283,46
0,14	-14,22	279,93	-15,06	279,09	-10,34	283,81
0,15	-14,09	280,06	-14,99	279,16	-10,00	284,15
0,16	-13,97	280,18	-14,93	279,22	-9,67	284,48
0,17	-13,85	280,30	-14,86	279,29	-9,34	284,81
0,18	-13,73	280,42	-14,79	279,36	-9,02	285,13
0,19	-13,61	280,54	-14,73	279,42	-8,71	285,44
0,20	-13,53	280,62	-14,67	279,48	-8,65	285,50

Analysis of heat transfer in pin fins of constant and non-constant cross sections

Martyna Wojtas

Key words: heat conduction, temperature distribution, calculation methods, pin fin

Abstract

The article describes the calculation methods used to study the heat transfer. Selected shapes of pin fins and materials with different thermal properties were used for the analysis. A numerical model of heat conduction of the analyzed objects was created. A laboratory setup was built to visualize the temperature distribution of the straight pin fins and pin fins of cone profile with blunt tip using the infrared camera. The main purpose of the presented chapter of the monograph was to check the right of using the analytical model. The results and conclusions of different calculation methods were presented. The shapes and materials of fins were also compared.