

TRYGONOMETRYCZNY POMIAR WYSOKOŚCI – MOŻLIWOŚCI I OGRANICZENIA METODY W GEODEZJI KOLEJOWEJ¹

Maciej Jamka

mgr inż., Katedra Infrastruktury Transportu Szy-
nowego i Lotniczego, Instytut Inżynierii Drogowej
i Kolejowej, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika
Krakowska, 31-155 Kraków, ul. Warszawska 24, tel.
+48 12 628 2385, e-mail: mjamka@pk.edu.pl

Michał Strach

dr inż., Katedra Geodezji Inżynierskiej i Budownictwa,
Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska,
Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica w Kra-
kowie, 30-059 Kraków, Al. A.Mickiewicza 30, tel.
+48 12 617 2314, e-mail: strach@agh.edu.pl

Streszczenie. *Praca zawiera analizę metody trygonometrycznego pomiaru wysokości. Prezentuje także wyniki pomiarów weryfikujących metodę pod kątem możliwości wykorzystania jej w pomiarach kolejowych.*

Słowa kluczowe: *geodezja kolejowa, pomiar trygonometryczny, wózki pomiarowe, tachymetr elektroniczny*

1. Wstęp

W pomiarach geodezyjnych na obszarach kolejowych szczególną rolę odgrywają pomiary trygonometryczne. Jeszcze w latach sześćdziesiątych ubiegłego stulecia do pomiaru i wyznaczenia współrzędnych kolejowej osnowy pomiarowej stosowano poligonizację precyzyjną [6]. W metodzie tej długości boków mierzono w sposób pośredni z trygonometrycznym pomiarem rozwinięcia bazowego. Ten sposób wyznaczenia długości, podobnie jak trygonometryczny pomiar wysokości wymagał stosowania precyzyjnych teodolitów optycznych do pomiaru kątów poziomych i pionowych.

Współczesne teodolity cyfrowe wyposażone w dalmierz (np. dalmierz elektrooptyczny) zabudowany w lunecie nazywane są tachymetrami elektronicznymi. Umożliwiają one pomiar długości w sposób pośredni z milimetrową dokładnością oraz pomiar kątów z dokładnością kilkusekundową. Przyrządy te znajdują zastosowanie w pomiarach sytuacyjno-wysokościowych, prowadzonych metodą biegunową 3D. W tej metodzie wysokości punktów wyznaczone są z pomiaru trygonometrycznego.

W opracowaniu przedstawiono charakterystykę metody trygonometrycznego pomiaru wysokości. Przeprowadzono analizę dokładności i przedstawiono wyniki

¹ Wkład autorów w publikację: Jamka M. 70%, Strach M. 30%

pomiarów testujących dokładność metody. Sporządzono także wnioski z przeprowadzonej analizy dokładności opisywanej metody.

2. Metodologia trygonometrycznego pomiaru wysokości

W ostatnim dziesięcioleciu, w pomiarach kolejowych, pojawiło się kilka nowych metod pomiarów inwentaryzujących położenie osi toru. Najszersze zastosowanie w tych pomiarach, uzyskała metoda biegunowego pomiaru 3D. W metodzie tej sytuacyjne położenie punktu wyznacza się poprzez pomiar poziomy kąta biegunowego oraz odległość do sygnalizowanego punktu. Wysokość punktu w przyjętym układzie odniesienia, określa się w oparciu o trygonometryczny pomiar wysokości. Pomiarowi podlega wówczas kąt pionowy oraz odległość skośna do punktu sygnalizowanego (reflektorem) przyzmatem dalmierczym. W pomiarach tych sygnalizowanie mierzonych punktów przyzmatem dalmierczym, wykonuje się na kilka sposobów. Najczęściej reflektor mocuje się do teleskopowej tyczki mierniczej wyposażonej w libellę sferyczną do jej pionowania. Instrukcja D-19 opisując sposoby pomiaru osi toru, zaleca stosowanie łąty z przyzmatem dalmierczym wyznaczającym tę oś. Pomiary położenia osi szyn, przeprowadza się stosując reflektory zamocowane do specjalnych adapterów przykładanych do główki szyny. Wymuszają one położenie przyzmatu w osi podłużnej szyny. W obu wymienionych technikach pomiarowych, znana jest pionowa odległość osi przyzmatu od sygnalizowanego punktu pomiaru. Innym rozwiązaniem, stosowanym coraz powszechniej jest wykorzystanie wózków pomiarowych wyposażonych w przyzmaty dalmiercze [2, 3].



Rys. 1. Wózek pomiarowy z przyzmatem dalmierczym i anteną GPS

Do pomiarów inwentaryzujących położenie osi toru metodą pomiaru biegunowego 3D, zastosowano po raz pierwszy w Polsce (AGH 2003 r.) zmodyfiko-

wany toromierz elektroniczny TEB-1435, na którym zamocowano pryzmat dalmierczy. Na wózku tym (rys. 1) zainstalowany był również odbiornik GPS. Takie rozwiązanie umożliwiło testowanie dokładności pomiarów kinematycznych GPS i możliwości ich wykorzystania w pomiarach kolejowych. Kolejne testy wózka pomiarowego z wykorzystaniem metody biegunowej 3D przeprowadzono na odcinku linii kolejowej nr 95 w Krakowie (Politechnika Krakowska 2005 r.). W pomiarach tych testowano system LEICA GRP FX. Pozwalał on na określenie współrzędnych przestrzennych X, Y, H punktów osi toru na podstawie pomiarów metodą biegunową 3D z wykorzystaniem wózka GPR3000 (rys. 2).



Rys. 2. Wózek pomiarowy GPR3000

Obecnie na sieci PKP coraz częściej stosuje się wózki pomiarowe pracujące w systemie GEDO CE (rys. 3). Od 2009 roku wykorzystuje się je w pomiarach metodą biegunową 3D. Wózki systemu GEDO CE umożliwiają inwentaryzację geometrii istniejącej osi toru. Tego typu pomiar jest podstawą do sporządzenia projektu regulacji toru w obu płaszczyznach. System GEDO CE z bardzo dobrym skutkiem stosowany jest także w geodezyjnej obsłudze podbijarek i w pomiarach odbiorczych po wykonaniu napraw nawierzchni (rys. 4).

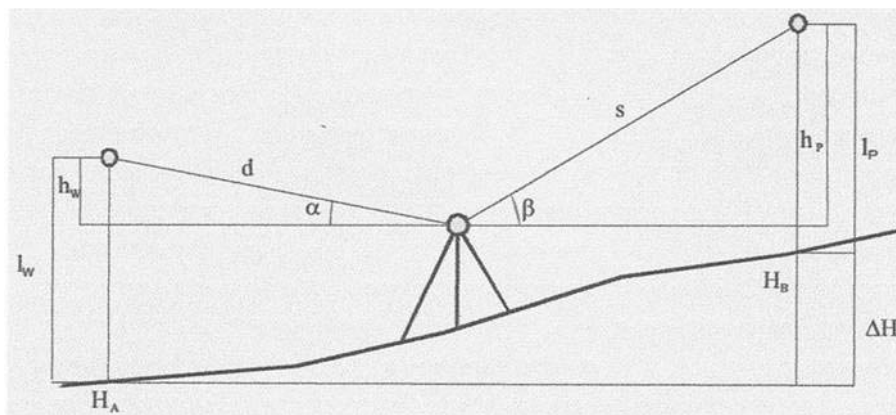


Rys. 3. Wózek pomiarowy GEDO CE z pryzmatem dalmierczym



Rys. 4. Wózek pomiarowy GEDO CE z tachimetrem S-8

Wyznaczenie wysokości punktów z użyciem metody trygonometrycznej realizowane jest poprzez pomiar: kątów pionowych α i β oraz odległości skośnych d i s ze stanowiska tachymetru do punktów A i B , na których ustawiono przyzmaty dalmiercze.



Rys. 5. Zasada prowadzenia niwelacji trygonometrycznej [1, 5]

Różnicę wysokości ΔH_{AB} , punktów A i B wyznacza się z zależności:

$$\Delta H_{AB} = l_w - h_w + h_p - l_p \quad (1)$$

gdzie:

- α i β – pomierzone kąty pionowe,
- l_w – wysokość ustawienia reflektora nad punktem A,
- l_p – wysokość ustawienia reflektora nad punktem B,
- $h_w = d \sin \alpha$ – wyznaczone przewyższenie na punkcie A,
- $h_p = s \sin \beta$ – wyznaczone przewyższenie na punkcie B,
- d i s – pomierzone odległości skośne.

W ogólnym przypadku podana zależność (1) winna uwzględnić wpływ refrakcji pionowej i krzywizny Ziemi na pomiar kątów pionowych i odległości skośnych od tachymetru do przyrządów dalmierzcych. Wówczas różnica wysokości ΔH_{AB} , wyznaczana jest z zależności:

$$\Delta H_{AB} = l_w - d \sin \beta - d^2(1-k)/2R \cos^2 \alpha + s \sin \beta + s^2(1-k)/2R \cos^2 \alpha \quad (2)$$

gdzie:

$d^2(1-k)/2$ - łączna poprawka krzywizny Ziemi i refrakcji.

3. Analiza dokładności metody trygonometrycznego pomiaru wysokości

Przyjmując założenie o ograniczonej długości celowych (do stu kilkudziesięciu metrów) i zakładając korzystne warunki pomiaru (eliminowanie pomiarów prowadzonych przy wysokich temperaturach - refrakcja) oraz stosując znane prawo propagacji błędów średnich, można wyznaczyć błąd średni funkcji $m_{\Delta H_{AB}}$, określonej zależnością (1) na różnicę wysokości dwójki punktów:

$$m_{\Delta H_{AB}} = \mp \sqrt{m_{l_w}^2 + m_{h_w}^2 + m_{h_p}^2 + m_{l_p}^2} \quad (3)$$

gdzie:

- m_{l_w} , m_{l_p} – średnie błędy określenia wysokości przyrządów dalmierzcych nad punktami,
- m_{h_w} , m_{h_p} – średnie błędy wyznaczenia przewyższeń na punktach pomiaru, wyznaczone z zależności (4.1), (4.2):

$$m_{h_w} = \mp \sqrt{\left(\frac{\partial h_w}{\partial d}\right)^2 \cdot m_d^2 + \left(\frac{\partial h_w}{\partial \alpha}\right)^2 \cdot m_\alpha^2} = \mp \sqrt{(\sin \alpha)^2 \cdot m_d^2 + (d \cdot \cos \alpha)^2 \cdot m_\alpha^2} \quad (4.1)$$

$$m_{h_p} = \mp \sqrt{\left(\frac{\partial h_p}{\partial s}\right)^2 \cdot m_s^2 + \left(\frac{\partial h_p}{\partial \beta}\right)^2 \cdot m_\beta^2} = \mp \sqrt{(\sin \beta)^2 \cdot m_s^2 + (s \cdot \cos \beta)^2 \cdot m_\beta^2} \quad (4.2)$$

gdzie:

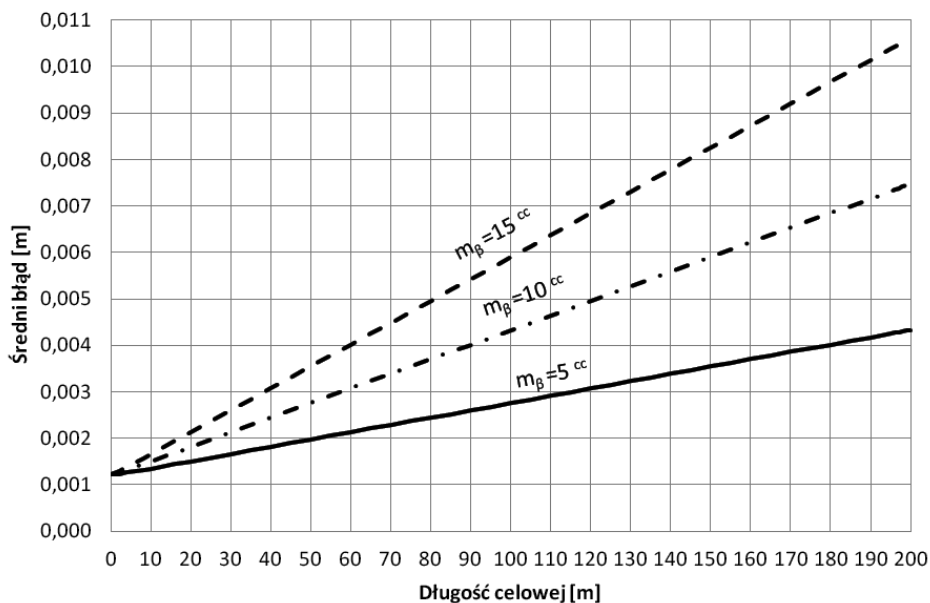
m_d, m_s – średnie błędy pomiaru długości celowych,

m_α, m_β – średnie błędy pomiaru kątów pionowych.

W obliczeniu wielkości błędu średniego pomiaru różnicy wysokości metodą trygonometryczną (3), przyjęto następujące wielkości zmiennych, wpływające na jego wartość:

- kąt pionowy $\alpha = \beta = 1^\circ$
- zmienne długości celowych od 0 do 200 m,
- średnie błędy pomiaru kątów pionowych $m_\alpha = m_\beta = \pm 5^{\text{cc}}, \pm 10^{\text{cc}}, \pm 15^{\text{cc}}$,
- średni błąd pomiaru odległości $m_d = m_s = \pm 1 \text{ mm} + 1 \text{ ppm}$,
- średni błąd określenia wysokości pryzmatu dalmierczego nad punktem:
 $m_{lw} = m_{lp} = \pm 1$

Wyniki obliczeń zobrazowano w postaci wykresu (rys. 6), na którym przedstawiono wielkości błędów średnich dla trzech wartości średniego błędu pomiaru kąta pionowego.



Rys. 6. Wpływ długości celowej na wartość średniego błędu pomiaru różnicy wysokości metodą trygonometryczną

4. Pomiary testujące dokładność trygonometrycznego pomiaru wysokości

Pomiary testujące dokładność trygonometrycznego pomiaru wysokości, przeprowadzono w trzech różnych lokalizacjach oraz w różnych warunkach atmosferycznych (wiosna, lato, jesień). Odcinki poligonowe, na których wykonywano pomiary testujące, to odcinki toru bezстыkowego zlokalizowane na różnych pochyleniach niwelety toru. W wybranych i oznaczonych punktach wykonano niwelację precyzyjną. Na odcinkach „Słomniki” oraz „Olsza”, pomiar wykonano niwelatorem kodowym DNA03 firmy Leica, na odcinku „CMK” niwelatorem kodowym Trimble DiNi 03, przy użyciu łąt inwarowych. Wzdłuż analizowanych odcinków toru poprowadzono ciągi niwelacyjne zamknięte, dowiązane do znaków państwowej osnowy wysokościowej.



Rys. 7. Precyzyjna niwelacja geometryczna odcinka doświadczalnego toru kolejowego

Odcinek poligonowy „Słomniki” o długości 1390 m, położony jest na zmiennym pochyleniu (od 0,9‰ do 9,4‰) w obrębie stacji i szlaku linii kolejowej nr 8. Pomiary przeprowadzono w miesiącu wrześniu, mierząc wysokości główki szyny niepodwyższonej w punktach wyznaczonych co 10 m.

Odcinek poligonowy „Olsza” o długości 440 m, położony jest na zmiennym pochyleniu (od 0,2‰ do 4,9‰) na szlaku linii kolejowej nr 100. Pomiary testujące przeprowadzono w miesiącu kwietniu, mierząc wysokość główki szyny niepodwyższonej w punktach co 10 m.

Odcinek poligonowy „CMK” o długości 220 m, położony jest na pochyleniu 0‰, szlaku linii kolejowej nr 4. Pomiary testujące przeprowadzono w miesiącu październiku mierząc wysokość główki szyny niepodwyższonej w punktach co 20 m.

Testy weryfikujące dokładność trygonometrycznego pomiaru wysokości przeprowadzono w technologii pomiaru biegunowego 3D do reflektorów zamocowanych na wózkach pomiarowych.

Na odcinku poligonowym „Słomniki” stosowano wózek skonstruowany w AGH (rys. 1), a pomiary kąto- liniowe przeprowadzono precyzyjnym tachymetrem elektronicznym TCA 2003 firmy Leica.

Pomiary testujące na pozostałych odcinkach przeprowadzono w technologii pomiaru GEDO Rec, z wykorzystaniem wózka tachymetrycznego GEDO CE (rys. 3) oraz elektronicznego tachymetru precyzyjnego TRIMBLE S8.

Na podstawie przeprowadzonych pomiarów dla każdego odcinka poligonowego wykonano obliczenia różnic wysokości główki szyny pomierzonej niwelacją precyzyjną oraz trygonometrycznym pomiarem wysokości. Obliczono również wartości średnie różnic wysokości, odchylenia standardowe wartości średnich oraz maksymalne różnice na każdym odcinku poligonowym. Wyniki przeprowadzonych obliczeń zestawiono w tabeli nr 1.

Tab. 1. Zestawienie wyników pomiarów porównawczych na odcinkach poligonowych

Odcinek poligonowy	Długość odcinka [m]	Liczba badanych punktów	Średnia różnica wysokości [m]	Odchylenie standardowe [m]	Maksymalna różnica [m]
„Słomniki”	1400	140	0,0021	0,0016	0,006
„Olsza”	440	23	0,0025	0,0015	0,006
„CMK”	220	16	0,0012	0,0014	0,005

5. Wnioski

1. Współczesne technologie pomiarów sytuacyjno – wysokościowych gwarantują możliwość osiągnięcia wysokich dokładności określenia położenia mierzonych punktów. Dokładność tą zapewniają wysokiej klasy tachymetry elektroniczne charakteryzujące się wysoką dokładnością pomiaru odległości i kątów. Wykorzystywana w tachymetrach procedura ATR (automatyczne naprowadzanie osi celowej na pryzmat) pozwala na zautomatyzowanie procesu pomiaru.
2. Na podstawie przeprowadzonej analizy dokładności metody trygonometrycznego pomiaru wysokości oraz pomiarów kontrolnych wykonanych na odcinkach poligonowych, można potwierdzić wnioski przedstawione w opracowaniu [4]. Dokładność określenia wysokości punktów pomierzonych metodą trygonometryczną dla celowych o długościach nie przekraczających 130 metrów jest równorzędna z niwelacją geometryczną (III klasa dokładności).
3. Zapisy obowiązującej Instrukcji D-19 nie dopuszczają metody trygonometrycznego pomiaru wysokości w niwelacji profilowej czy w wyznaczeniu rzędnych główki szyn dla opracowań map obszarów kolejowych. Tym samym odstają od powszechnie przyjętych standardów obowiązujących w pomiarach geodezyjnych.

Literatura

- [1] Gogoliński W., Jamka M., Zielina L., Miernictwo kolejowe, t. 2. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności. Warszawa 1992 r.
- [2] Jamka M., Lisowski S., Regulacja osi toru – analiza metod pomiarów do projektu regulacji. VII Seminarium Diagnostyki Nawierzchni Szynowych, Łeba 2005 r.
- [3] Jamka M., Lisowski S., Strach M., Zastosowanie nowoczesnych technik pomiaru i oprogramowania do regulacji osi torów. XV Konferencja Drogi Kolejowe, Warszawa 2009. Technika Transportu Szynowego 2009, nr 10.
- [4] Kamiński W., Niwelacja trygonometryczna i niwelacja techniczna w wyznaczaniu wysokości punktów. Przegląd Geodezyjny nr 8, Warszawa 2007 r.
- [5] „Instrukcja o organizacji i wykonywaniu pomiarów w geodezji kolejowej” D-19. Załącznik do Zarządzenia Nr 144 Zarządu PKP z dnia 23 października 2000 r. Biuletyn PKP Nr 25 poz. 76.
- [6] „Tymczasowa instrukcja o wykonywaniu poligonizacji precyzyjnej I i II klasy /projektowanie i prace polowe/” zatwierdzona i wprowadzona do użytku przez Prezesa Centralnego Urzędu Geodezji i Kartografii w 1955 r.
- [7] „Warunki techniczne utrzymania nawierzchni na liniach kolejowych” – D1. Załącznik do Uchwały nr 155 Zarządu PKP Polskie Linie Kolejowe S.A., z dnia 6 czerwca 2002.

