



Lesław ŁADNIAK

# ZALEŻNOŚĆ WSPÓŁCZYNNIKA NIESYMETRII NAPIĘĆ OD OBCIĄŻENIA TRANSFORMATORA TRAKCYJNEGO

### *Streszczenie*

*W artykule opisano wykorzystanie metody składowych symetrycznych do wyznaczenia współczynnika niesymetrii napięć dla transformatorów o specjalnych układach połączeń uzwojeń stosowanych do zasilania układów trakcji kolei dużych prędkości. Zastosowana procedura umożliwia oszacowanie wartości napięcia niesymetrii dla zasilania jednofazowego, połączenia uzwojeń typ w otwarty trójkąt, gwiazda-trójkąt, Scott, Le Blanc, Woodbridge oraz Roof-Delta. W artykule wykazano, że zakłócenia wywoływane przez układy trakcji kolei dużych prędkości zależą od układu połączeń transformatora, obciążenia oraz mocy zwarciowej systemu zasilającego. Obliczony dla różnych połączeń transformatorów współczynnik niesymetrii napięć powinien być bardzo przydatny do przy wyborze sposobu zasilania, wyborze odpowiedniego układu połączeń transformatora oraz opracowania odpowiedniego rozkładu jazdy minimalizującego niesymetrię obciążeń.*

## 1. NIESYMETRIA NAPIĘĆ ZASILAJĄCYCH

Układy zasilania trakcji kolei dużych prędkości są zasilane z trójfazowego systemu energetycznego poprzez transformator o specjalnym układzie połączeń. Podstawowym zadaniem tego transformatora jest przekształcenie trójfazowego układu napięć zasilających na układ dwufazowy. Powszechnie znanym i od dawna stosowanym transformatorem służącym do transformacji napięć układu trójfazowego na dwufazowy układ napięć jest transformator Scotta, w którym napięcia strony wtórnej są przesunięte względem siebie o kąt  $90^\circ$ . Korzystając z rozwiązań, w których zastosowano połączenie uzwojeń gwiazd-trójkąt lub uzwojenia transformatora są połączenie w otwarty trójkąt uzyskujemy na wyjściu transformatora napięcia przesunięte o krotność kąta  $120^\circ$ . W skrajnym przypadku układy trakcji kolejowej można zasilić poprzez dwa transformatory jednofazowe lub transformator z dzielonym przeciwsobnie połączonymi uzwojeniami wtórnymi, w którym napięcia są przesunięte o kąt  $180^\circ$ . Do transformacji napięć dla potrzeb układów zasilania trakcji kolejowej stosowane są też bardziej złożone układy połączeń uzwojeń, takie jak Le Blanc'a lub Woodbridge'a. Z nowszych rozwiązań na uwagę zasługuje połączenie Roof-Delta [3] oraz tak zwane zrównoważone połączenie Yd11 [4]. Każdy z tych układów zasilających ma swoje wady i zalety. Różne są też właściwości i charakterystyki tych rozwiązań. To wszystko powoduje, że w różnym stopniu przenoszone są do zasilającej sieci energetycznej wszelkiego rodzaju zakłócenia i niesymetrie obciążeń.

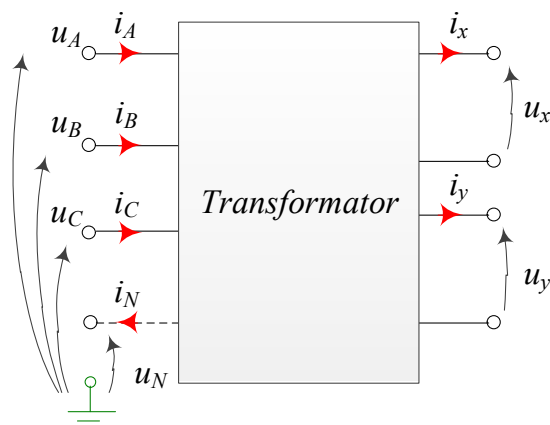
Niezależnie od zastosowanego układu połączeń uzwojeń pierwotnych i wtórnych transformatora zasilającego do systemu energetycznego jest wprowadzana niesymetria napięć i prądów [1, 2]. Wynika to z faktu, że przyłączone do dwóch faz strony wtórnej transformatora obciążenia zmieniają się niezależnie od siebie w bardzo szerokim zakresie. Miarą niesymetrii wprowadzanej do zasilającego systemu energetycznego jest wyrażony w procentach stosunek skutecznych wartości składowej przeciwnej napięcia  $U_2$  do składowej zgodnej napięcia  $U_1$  w miejscu zasilania:

$$\varepsilon_u = \frac{U_2}{U_1} 100\% \quad (1)$$

W artykule opisano sposób wyznaczania wartości współczynnika niesymetrii napięć w zależności od układu połączeń uzwojeń transformatora trakcyjnego oraz wartości i relacji mocy odbiorników przyłączonych do strony wtórnej tego transformatora.

## 2. MODEL TRANSFORMATORA TRAKCYJNEGO

Transformator trakcyjny wielobiegunkiem o trzech zaciskach wejściowych, zacisku odniesienia i dwóch wyjściach [5]. Na 0 zaznaczono poszczególne napięcia i prądy na zaciskach wejściowych i wyjściowych transformatora.



Rys.1. Model transformatora trakcyjnego

Przystępując do pisania równań ujmujących zależności między napięciami i prądami na zaciskach wejściowych i wyjściowych transformatora trakcyjnego korzystamy przede wszystkim z bilansu mocy, przyjmując, że moc na wyjściu transformatora jest równa mocy na wejściu:

$$u_{AN} i_A + u_{BN} i_B + u_{CN} i_C = u_x i_x + u_y i_y \quad (2)$$

gdzie:

$u_A, u_B, u_C$  – napięcia po stronie pierwotnej transformatora,  
 $i_A, i_B, i_C$  – prądy po stronie pierwotnej transformatora,  
 $u_x, u_y$  – napięcia po stronie wtórnej transformatora,  
 $i_x, i_y$  – prądy po stronie wtórnej transformatora.

Relację między napięciami i prądami po stronie pierwotnej i wtórnej transformatora zależą przede wszystkim od układu połączeń uzwojeń transformatora oraz od przekładni zwojowej transformatora  $n = N_1/N_2$ .

Zależność między napięciami po stronie wtórnej transformatora od napięć zasilających opisuje równanie:

$$n U_L = N_u U_H \quad (3)$$

gdzie:

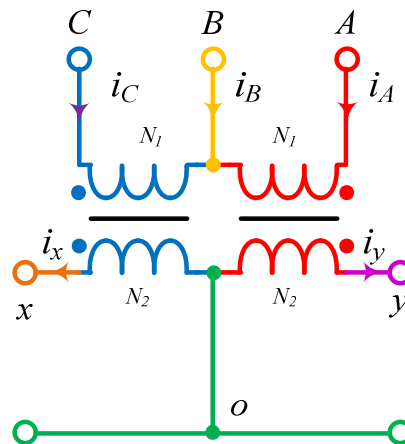
$U_L$  – macierz kolumnowa napięć strony wtórnej transformatora,  
 $U_H$  – macierz kolumnowa napięć strony pierwotnej transformatora,  
 $N_u$  – macierz współczynników przekładni napięciowej transformatora.

Przy niezerowych wartościach prądu doziemnego zależność prądów strony pierwotnej transformatora od wartości prądów strony wtórnej opisuje równanie:

$$n I_H = N_i I_L + I_N \quad (4)$$

gdzie:

$I_H$  – macierz kolumnową prądów strony pierwotnej transformatora,  
 $I_L$  – macierz kolumnową prądów strony wtórnej transformatora,  
 $I_N$  – macierz kolumnowa prądów doziemnych transformatora,  
 $N_i$  – macierz współczynników przekładni prądowej transformatora.



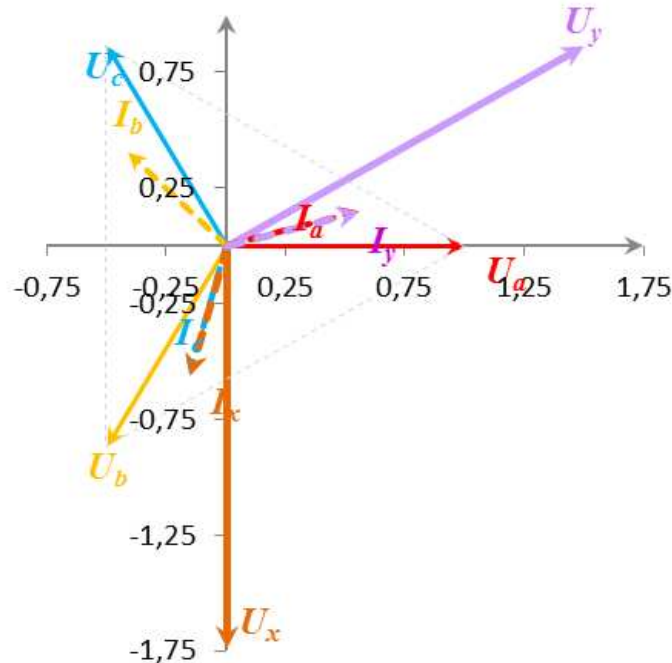
**Rys. 2.** Układ połączeń uzwojeń

Dla transformatora, którego uzwojenia są połączone w otwarty trójkąt (0), równanie (3) wyrażające napięcia na zaciskach wyjściowych transformatora w zależności od wartości napięć wejściowych ma następującą postać:

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} \quad (5)$$

Dla rozpatrywanego transformatora równanie (4) opisujące prądy fazowe strony pierwotnej transformatora w zależności od wartości prądów strony wtórnej transformatora przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} \quad (6)$$



Rys. 3. Wykres wskazowy napięć i prądów

Korzystając z równania (5) oraz relacji między sinusoidalnie zmiennymi napięciami w symetrycznym układzie trójfazowym stwierdzamy, że w rozpatrywanym układzie napięcia na wyjściu transformatora są przesunięte względem siebie o kąt  $120^\circ$  (0):

$$\begin{aligned} \underline{U}_x &= \frac{1}{n} \underline{U}_{BC} = \frac{1}{n} \sqrt{3} \underline{U}_A e^{-j\pi/2} \\ \underline{U}_y &= \frac{1}{n} \underline{U}_{AB} = \frac{1}{n} \sqrt{3} \underline{U}_A e^{j\pi/6} \end{aligned} \quad (7)$$

Przy wymuszeniu sinusoidalnym wartości i charakter obciążenia transformatora można wyrazić poprzez wartości admittancji  $\underline{Y}_{xL}$  oraz  $\underline{Y}_{yL}$  przyłączonych do uzwojeń wtórnych transformatora:

$$I_L = Y_L U_L \quad (8)$$

gdzie  $Y_L$  jest macierzą admittancji obciążenia transformatora.

### 3. RÓWNANIE ODPOWIEDZI BADANEGO UKŁADU

W celu opisanego zależności wartości prądów po stronie pierwotnej transformatora od wartości napięć zasilających oraz relacji między prądem, a napięciem na zaciskach wyjściowych transformatora należy wykorzystać równanie (4). Jeżeli w równaniu (4) uwzględnimy zależność (8) oraz zależność (3), to otrzymujemy:

$$I_H = \frac{1}{n^2} N_i Y_L N_u U_H + I_N \quad (9)$$

Jak wynika z równania (9) układ złożony z transformatora i obciążenia jest jednoznacznie opisany poprzez macierz admitancji układu  $Y_T$  będącą iloczynem macierzy przekładni transformatora i macierzy obciążeń:

$$Y_T = \frac{1}{n^2} N_i Y_L N_u = N_i Y_H N_u \quad (10)$$

W równaniu (10)  $Y_H$  jest macierzą admitancji obciążenia transformator przeliczoną na stronę pierwotną zgodnie z następującą zależnością:

$$Y_H = \frac{1}{n^2} Y_L \quad (11)$$

Macierz admitancji układu  $Y_T$  można rozpatrywać, jako sumę macierzy admitancji  $Y_{Tx}$  oraz  $Y_{Ty}$ :

$$Y_T = Y_{Tx} + Y_{Ty} = \underline{Y}_x N_i \underline{1}_x N_u + \underline{Y}_y N_i \underline{1}_y N_u \quad (12)$$

gdzie  $Y_x$  oraz  $Y_y$  są admitancjami obciążenia przeliczonymi na stronę pierwotną transformatora z uwzględnieniem przekładni zwojowej transformatora.

Odpowiedź układu złożonego z transformatora i obciążenia możemy rozdzielić na sumę odpowiedzi uzależnionych od poszczególnych obciążeń transformatora i macierzy przekładni:

$$\begin{aligned} I_H &= (Y_{Tx} + Y_{Ty}) U_H + I_N \\ I_H &= \frac{1}{n^2} (\underline{Y}_{xL} N_i \underline{1}_x N_u + \underline{Y}_{yL} N_i \underline{1}_y N_u) U_H + I_N \\ I_H &= (\underline{Y}_x M_x + \underline{Y}_y M_y) U_H + I_N \end{aligned} \quad (13)$$

gdzie

$$M_x = N_i \underline{1}_x N_u \quad M_y = N_i \underline{1}_y N_u \quad (14)$$

Dla transformatora, którego uzwojenia są połączone w otwarty trójkąt, postać równania (9) jest następująca:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{bmatrix} = \frac{1}{n^2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{Y}_{xL} & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{yL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \\ \underline{U}_C \end{bmatrix} \quad (15)$$

Macierzy admittancej układu dla transformatorem z uzwojeniami  $V_v$  jest postaci:

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_y & -\underline{Y}_y & 0 \\ -\underline{Y}_y & \underline{Y}_x + \underline{Y}_y & -\underline{Y}_x \\ 0 & -\underline{Y}_x & \underline{Y}_x \end{bmatrix} = \underline{Y}_x \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \underline{Y}_y \begin{bmatrix} 1 & -0 \\ & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

#### 4. RÓWNANIA TRANSFORMATORA DLA SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH

Korzystając metody składowych symetrycznych oraz równań opisujących relację między napięciami i prądami po stronie pierwotnej i wtórnej transformatora [ ] można uzyskać równania opisujące wartość współczynnika niesymetrii napięć  $\epsilon_u$  w zależności od mocy transformatora  $S_T$  oraz mocy zwarciowej sytemu energetycznego  $S_s$  w miejscu przyłączenia transformatora do zasilającej go sieci energetycznej.

Ogólna postać równań transformatora dla składowych symetrycznych jest następująca:

$$I_s = Y_{Ts} U_s \quad (17)$$

gdzie:

$I_s$  – macierz kolumnową prądów składowych symetrycznych transformatora,

$U_s$  – macierz kolumnową napięć składowych symetrycznych transformatora,

$Y_{Ts}$  – macierz admittancej dla składowych symetrycznych transformatora.

W celu przejścia od wielkości fazowych opisanych równaniem (13) do wielkości dla składowych symetrycznych opisanych równaniem (17) wystarczy macierze  $M_x$  oraz  $M_y$  przekształcić zgodnie z następującymi równaniami:

$$M_{xs} = S N_i 1_x N_u S^{-1} \quad (18)$$

$$M_{ys} = S N_i 1_y N_u S^{-1} \quad (19)$$

gdzie  $S$  jest macierzą przekształcenia składowych symetrycznych.

$$S = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad S^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

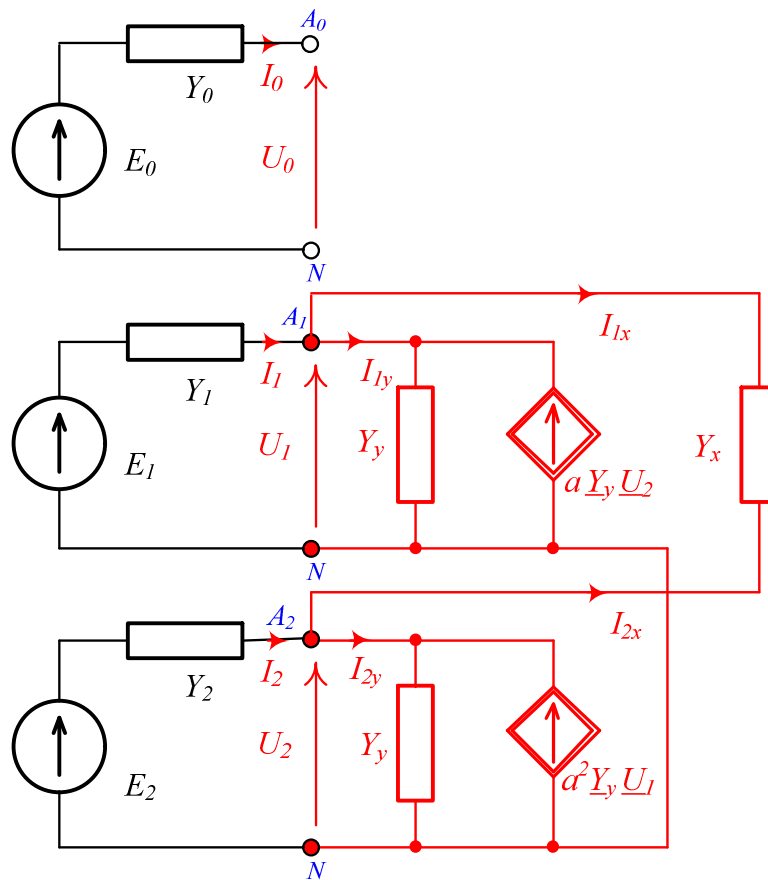
Macierz admittancej obciążonego transformatora dla składowych symetrycznych jest opisana równaniem:

$$Y_{Ts} = \underline{Y}_x M_{xs} + \underline{Y}_y M_{ys} \quad (20)$$

Dla transformatora trakcyjnego z uzwojeniami połączonymi w tak zwany otwarty trójkąt (Vv), który jest opisany równaniami (15), korzystając z przekształcenia wielkości fazowych na składowe symetryczne otrzymujemy:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_x + \underline{Y}_y & -\underline{Y}_x - a \underline{Y}_y \\ 0 & -\underline{Y}_x - a^2 \underline{Y}_y & \underline{Y}_x + \underline{Y}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Analizując powyższy układ równań można zauważyć, że obwody dla składowej zgodnej i przeciwnej są połączone równolegle, a obwód składowej zerowej jest odłączony. Na 0 przedstawiono układ połączeń obwodów składowych symetrycznych dla transformatora o układzie połączeń Vv.



Rys. 4. Układ połączeń obwodów składowych symetrycznych dla transformatora Vv

## 5. WSPÓŁCZYNNIK ASYMETRII NAPIĘĆ

Korzystając układu połączeń poszczególnych obwodów dla składowych symetrycznych (0) oraz z prądowego prawa Kirchhoffa dla węzła  $A_2$  można napisać:

$$(\underline{Y}_2 + \underline{Y}_x + \underline{Y}_y) \underline{U}_2 - \underline{Y}_2 \underline{E}_2 = (\underline{Y}_x + a^2 \underline{Y}_y) \underline{U}_1 \quad (22)$$

W przypadku, gdy źródło napięć zasilających jest symetryczne, czyli  $E_2 = 0$  oraz  $\underline{Y}_2 = \underline{Y}_s$ , otrzymujemy:

$$\underline{U}_2 (\underline{Y}_s + \underline{Y}_x + \underline{Y}_y) = \underline{U}_1 (\underline{Y}_x + a^2 \underline{Y}_y) \quad (23)$$

Jak wynika z powyższego równania stosunek składowej przeciwnej napięcia  $U_2$  do składowej zgodnej napięcia  $U_1$  jest opisany następującym równaniem:

$$\frac{U_2}{U_1} = - \frac{Y_x + a^2 Y_y}{Y_s + Y_x + Y_y} \quad (24)$$

Jeżeli uwzględnimy zależność między skuteczną wartością mocy  $S$ , a admitancją elementu układu  $Y$ , to możemy napisać:

$$\frac{U_2}{U_1} = - \frac{Y_x U_1^2 + a^2 Y_y U_1^2}{(Y_s + Y_x + Y_y) U_1^2} = - \frac{S_x + a^2 S_y}{S_s + S_x + S_y} \quad (25)$$

Ponieważ  $S_s \gg S_x + S_y$ , to relację między napięciami dla składowych symetrycznych możemy zapisać w postaci:

$$\frac{U_2}{U_1} = - \frac{S_x + a^2 S_y}{S_s} \quad (26)$$

gdzie  $S_s$  jest mocą zwarciovą układu zasilającego w miejscu przyłączenia transformatora.

Korzystając z równań opisujących moc poszczególnych uzwojeń strony wtórnej transformatora od mocy całkowitej transformatora  $S_x = k S_T$  oraz  $S_y = (1 - k) S_T$ , powyższe równanie przyjmuje postać:

$$\frac{U_2}{U_1} = - \frac{k S_T + a^2 (1 - k) S_T}{S_s} = - (k + a^2 - a^2 k) \frac{S_T}{S_s} \cong - \sqrt{3k^2 - 3k + 1} \frac{S_T}{S_s} \quad (27)$$

Jak wynika z równania (27) współczynnik asymetrii napięć  $\epsilon_u$  jest iloczynem współczynnika szybkości przekazywania energii przez transformator oraz stosunku skutecznych wartości mocy transformatora i mocy zwarcioviej systemu w miejscu zasilania:

$$\epsilon_u = k_f \frac{S_T}{S_k} 100\% \quad (28)$$

Jeżeli przesunięcie fazowe napięć zasilających po stronie wtórnej jest równe  $120^\circ$ , to współczynnik  $k_f$  obliczamy według następującego wzoru:

$$k_f = \sqrt{3k^2 - 3k + 1} \quad (29)$$

W przypadku przesunięcia napięć o  $90^\circ$  wartość współczynnika  $k_f$  jest obliczana zgodnie ze wzorem:

$$k_f = |2k - 1| \quad (30)$$

Jak wynika z zależności (28) o wartość współczynnika niesymetrii napięć decyduje przede wszystkim wartość mocy zwarcioviej w podstacji trakcyjnej. Dużo mniejszy wpływ na wartość współczynnika niesymetrii ma rozkład mocy po stronie wtórnej transformatora i wartość przesunięcia fazowego między napięciami zasilającymi trakcję kolejową.



## 6. POSUMOWANIE

Jak wynika z przeprowadzonych analiz warunków zasilania [6] dla planowanych do budowy układów trakcji KDP z podstacjami o mocy 60 MVA wyposażonych w transformatory o układzie połączeń Vv, w normalnych warunkach zasilania, gdy wszystkie urządzenia w poszczególnych podstacjach są sprawne, spełnione są wszystkie wymagania, co do symetrii napięć. Niestety w trybie awaryjnym, gdy wymagane jest zasilanie sieci trakcji kolejowej tylko z jednego transformatora lub w przypadku wydłużenia zasilanego odcinka sieci trakcyjnej z powodu awarii sąsiedniej podstacji trakcyjnej współczynnik niesymetrii napięć osiąga wartość ok. 1,5 %. Problem ten dotyczy 2 z 9 podstacji trakcyjnych przewidzianych do zasilania układów trakcji KDP. Dla tych dwóch podstacji zarówno wartość chwilowa, jak i wartość średnia napięć niesymetrii obliczona dla 10 minut przekracza wartości graniczne wynikające z przepisów.

Dokonując wyboru sposobu zasilania układów trakcji kolei dużych prędkości należy dążyć do wyboru takiego układu połączeń, aby spełnić wymagania określone w Instrukcji Ruchu i Eksploatacji Krajowego Systemu Energetycznego. Przyjmując, że moc typowej podstacja trakcyjnej kolei dużych prędkości wynosi 60 MVA, a układ połączeń transformatora jest Vv, to przy dopuszczalnej wartości współczynnika asymetrii napięć zasilających 1 % moc zwarciowa systemu powinna być powyżej 6 GVA. Wybór poziomu napięć zasilających oraz zastosowanie konkretnego układu połączeń uzwojeń transformatora ma zasadniczy wpływ na decyzję o zastosowaniu lub nie dodatkowych układów kompensujących chwilowe zmiany napięć w sieci zasilającej. Oczywiście istotnym aspektem przy wyborze sposobu zasilania trakcji kolejowej są koszty produkcji, instalacji i eksploatacji poszczególnych transformatorów.

*In this paper is presented the symmetric component method of calculating the voltage unbalance for specially connected transformers used in HSR. This method is applied to derive the formulae for estimating the voltage unbalance for single phase, open delta Vv, Way-Delta, Scott, Le Blanc, Woodbridge and Roof-Delta connection transformers. This paper also presented the study on the voltage unbalance in power supplying system due to sizes of high speed railway loads. The unbalance perturbation of the high speed railway traction depends on the transformer connection, the traction loads and on the short circuit power of the supplying grid. The voltage unbalance factor calculated for different connected transformers can be very useful in planning of the supplying network, engineers can select an appropriate transformer connection scheme and HSR operation managers can use to devise an appropriate train dispatch schedule to minimize the unbalance.*

## BIBLIOGRAFIA

1. Burchi G., Lazaroiu C., Golovanov N., Roscia M.: *Estimation of Voltage Unbalance in Power Systems Supplying High Speed Railway*, Electrical Power Quality and Utilisation, Vol. XI, No. 2, pp. 113-119, 2005.
2. Sutherland P. E., Waclawiak M., McGranaghan M. F.: *Analysis of Harmonics, Flicker and Unbalance of Time-Varying Single-Phase Traction Loads on a Three-Phase System*, International Conference on Power Systems Transients, Canada, June 19-23, 2005.
3. Morimoto H.: *New-Type Transformer for AC Feeding*, Railway Technology Avalanche, Newsletter on the Latest Technologies Developed by RTRI, RTA-20-3, Dec. 18, 2007.
4. Wang Guo, Ren Enen, Tian Mingxing.: *A hybrid Active Compensation Method for Current Balance Based on Y,d11 connection traction transformer*, Workshop on Power Electronics and Intelligent Transportation System, IEEE PEITS, pp. 582-586, 2008
5. Ładniak L.: *Transformacja napięć i prądów w układach zasilania trakcji kolei dużych prędkości*, Transcomp XIV International Conference Computer Systems Aided Science, Industrial and Transport, Zakopane 2010.

6. Ładniak L., Rojewski W., Sobierajski M.: *Opracowanie koncepcji budowy układów zasilania kolei dużych prędkości*, Raport Serii Sprawozdania, Politechnika Wroclawska 2011.

***Autor:***

**Lesław ŁADNIAK** - Politechnika Wroclawska, Wydział Elektryczny, Instytut Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii, 50-370 Wrocław, Wybrzeże St. Wyspiańskiego 27,  
E-mail: l.ladniak@pwr.wroc.pl