

WYBRANE MODELE MATEMATYCZNE UDARU PIORUNOWEGO

Jarosław WALCZAK¹, Krzysztof PACHOLSKI², Radosław KOWALCZYK³

1. Przedsiębiorstwo „INS-TOM” sp. z o.o. Łódź
tel.: 721 292 080 e-mail: jaroslaw.walczak.jw@gmail.com
2. Politechnika Łódzka, Wydział Elektrotechniki, Elektroniki, Informatyki i Automatyki
tel.: 604 113 444 e-mail: krzysztof.pacholski@p.lodz.pl
3. PGE DYSTRYBUCJA S.A. Oddział Łódź-Miasto
tel.: 696 46 48 29 e-mail: powiernictwoinvestycyjne@gmail.com

Streszczenie: Zastosowanie modelu uproszczonego udaru piorunowego i określenie jego znormalizowanych parametrów pozwala na standaryzację oraz na wykorzystanie takiego modelu w badaniach związanych z ochroną odgromową. Można, zgodnie z przyjętym poziomem prawdopodobieństwa, założyć wartości maksymalne wybranych parametrów udaru piorunowego. Wartości te podlegają na ogół rozkładowi statystycznemu logarytmo-normalnemu. Znormalizowane rodzaje i parametry dla typowych udarów piorunowych pozwoliły na stworzenie znacznie prostszych i łatwiejszych do wykorzystania w dalszych analizach modeli matematycznych. Najczęściej spotykany model prezentowany w literaturze to model opisany funkcją dwuwykładniczą i model zobrazowany funkcją Heidlera.

Słowa kluczowe: Udar piorunowy, udar znormalizowany, prąd udaru piorunowego.

1. UDAR PIORUNOWY

1.1. Model uproszczony

Rzeczywiste przebiegi czasowe udarów piorunowych charakteryzują się dużą nieregularnością pod względem zmienności w czasie i przestrzeni. Matematyczny model przestrzenny precyzyjnie opisujący fizyczne zjawisko wyładowania piorunowego jest obciążony znacznym stopniem komplikacji. Uwzględnienie w pewnym sensie przypadkowości zjawiska, wymusza zastosowanie w takim modelu elementów prawdopodobieństwa. Na potrzeby badań związanych z ochroną odgromową i wytrzymałością udarową urządzeń wykorzystywane są proste modele, rozpatrujące jedynie zmienność w czasie danej wielkości fizycznej. Pomijając element prawdopodobieństwa, rozważania są znacznie prostsze. Przy takim założeniu obniża się jednak o pewien procent pewność skuteczności tej ochrony. W artykule przedstawiono trzy wybrane modele uproszczone udaru piorunowego.

1.2. Parametry udaru piorunowego

Analizując zaobserwowane prawidłowości przebiegów czasowych udarów piorunowych możliwe było wyróżnienie parametrów charakterystycznych dla tych przebiegów i stworzenie ich klasyfikacji. W analizach dotyczących ochrony odgromowej przyjęto do celów symulacji zagrożeń, że w skład prądu wyładowania doziemnego wchodzi prąd

impulsowy i prąd długotrwały. Prądy pierwszego i kolejnych wyładowań głównych mają charakter impulsowy o wartości szczytowej z zakresu od 2 kA do 200 kA, których stromość narastania czoła zawiera się w przedziale od 0,5 kA/μs do 200 kA/μs, a czas opadania do połowy wartości szczytowej wynosi od 100 μs do 1000 μs. Prądy o charakterze długotrwałym, czyli takie których czas przepływu to kilkaset milisekund, mogą występować pomiędzy wyładowaniami impulsowymi. Wartość szczytowa prądu długotrwałego zawiera się typowo w przedziale od 30 A do 500 A [1].

1.3. Rozkład statystyczny

Wartości parametrów rzeczywistych udarów piorunowych, na podstawie danych zebranych z różnych źródeł, nie podlegają identycznemu rozkładowi statystycznemu. Można jednak przyjąć, że na ogół jest to rozkład statystyczny logarytmo-normalny [2]. Przy takim uproszczeniu prawdopodobieństwo wystąpienia określonej wartości parametru wyładowania atmosferycznego definiuje funkcja gęstości rozkładu logarytmo-normalnego opisana wzorem:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_{\ln t} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\ln t - \mu_{\ln t}}{\sigma_{\ln t}} \right)^2 \right] \quad (1)$$

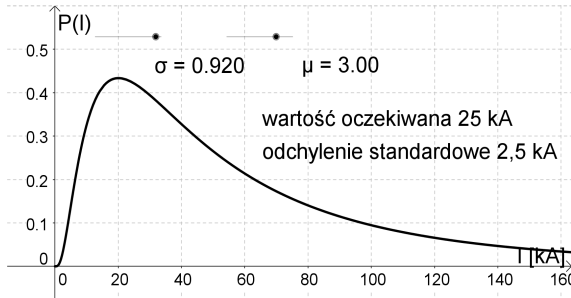
gdzie: $f(t)$ – funkcja rozkładu prawdopodobieństwa wystąpienia określonej wartości parametru t ,
 t – symbol rozważanego parametru, $\sigma_{\ln t}$ – odchylenie standardowe logarytmu wartości średniej parametru t ,
 $\mu_{\ln t}$ – wartość oczekiwana występowania logarytmu parametru t .

Prawdopodobieństwo wystąpienia prądu pioruna o wartości większej od przewidywanej można określić stosując znacznie prostszy wzór autorstwa profesora Stanisława Szpora [3]:

$$P = \frac{181000}{i^{2,205} + 1810} \quad (2)$$

gdzie: i – wartość maksymalna prądu pioruna w kA

Funkcję rozkładu prawdopodobieństwa prądu wyładowania piorunowego dla przyjętych wartości logarytmu wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego na podstawie wzoru (1) przedstawia rysunek 1. Przykładowe dane zaczerpnięte zostały z literatury, w której zamieszczono zestawienie wyników badań z różnych źródeł dotyczących wartości szczytowej prądu pioruna [4].



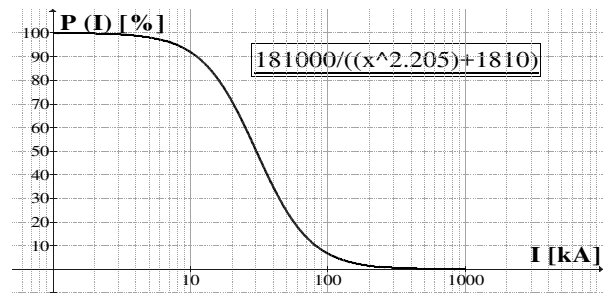
Rys. 1. Przebieg funkcji rozkładu prawdopodobieństwa określonej wartości prądu wyładowania piorunowego

W rozważaniach dotyczących ochrony odgromowej wprowadzone jest pojęcie poziomu ochrony zakładające maksymalną wartość szczytową prądu wyładowania. Polska norma PN-EN 62305-1:2011 wprowadza cztery poziomy ochrony odgromowej (LPL lightning protection level) [5]. Dla każdego poziomu określone są podstawowe wartości parametrów prądu udaru piorunowego jakie należy przyjąć w zależności od wymaganego poziomu ochrony obiektu. Znormalizowane parametry udarów piorunowych przedstawione są w tabelicy 1.

Tabela 1. Wartości parametrów prądu piorunowego wg PN-EN 62305-1:2011 [5]

Pierwszy udar krótkotrwały			LPL			
Parametry prądu	Symbol	Jednostka	I	II	III	IV
Wartość szczytowa	I	kA	200	150	100	
Ładunek udaru krótkotrwałego	Q_{short}	C	100	75	50	
Energia właściwa	W/R	MJ/ Ω	10	5,6	2,5	
Parametry czasu	T_1/T_2	$\mu s/\mu s$	10/350			
Następny udar krótkotrwały			LPL			
Parametry prądu	Symbol	Jednostka	I	II	III	IV
Wartość szczytowa	I	kA	50	37,5	25	
Średnia stromość	Di/dt	kA/ μs	200	150	100	
Parametry czasu	T_1/T_2	$\mu s/\mu s$	0,25/100			
Udar długotrwały			LPL			
Parametry prądu	Symbol	Jednostka	I	II	III	IV
Ładunek udaru długotrwałego	Q_{long}	C	200	150	100	
Parametry czasu	T_{long}	s	0,5			
Wyładowanie piorunowe			LPL			
Parametry prądu	Symbol	Jednostka	I	II	III	IV
Ładunek wyładowania	Q_{flash}	C	300	225	150	

Funkcję rozkładu prawdopodobieństwa określonej wartości prądu wyładowania piorunowego wyznaczoną na podstawie wzoru (2) przedstawia rysunek 2.

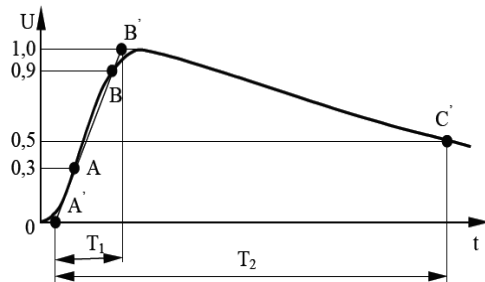


Rys. 2. Rozkład prawdopodobieństwa występowania prądu pioruna o wartości większej niż oczekiwana opisany wzorem (2)

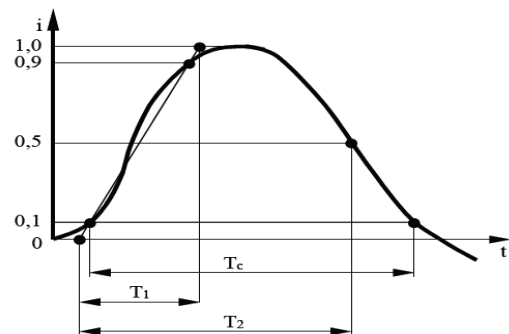
Przyjmując prąd 100 kA przyjęty dla trzeciego poziomu ochrony na podstawie wzoru uproszczonego (2) i wykresu z rysunku 2 można obliczyć prawdopodobieństwo wystąpienia prądu większego niż 100 kA. Prawdopodobieństwo to wynosi 6,6%. Dla przyjętego w pierwszym poziomie ochrony prądu 200 kA prawdopodobieństwo wystąpienia większego prądu wyładowania od przewidywanego wynosi 1,5%. Przy założeniu większej wartości maksymalnej prądu wyładowania, stosując odpowiednie środki w ochronie odgromowej, uzyskuje się większą jej skuteczność.

1.4. Udar znormalizowany wyładowania piorunowego

Sposób opisu przebiegu znormalizowanej funkcji udaru napięciowego i prądowego, odniesionej do wartości maksymalnej, o charakterze aperiodycznym zobrazowane są na rysunkach 3 i 4. Przy występowaniu oscylacji na szczycie udaru przyjmuje się umowną wartość szczytową wyznaczoną w połowie oscylacji.



Rys. 3. Kształt i parametry udaru napięciowego [6]



Rys. 4. Kształt i parametry udaru prądowego [6]

Normalizacja przebiegów udarów piorunowych jest niezbędna z uwagi na konieczność zapewnienia jednakowych warunków do badania parametrów wytrzymałości urządzeń poddawanych próbom napięciami i prądami udarowymi piorunowymi. Na dzień dzisiejszy najbardziej odpowiednim i obowiązującym modelem do badania narażeń piorunowych jest wybrany przez IEC model Heidlera przedstawiony w normie PN-EN 62305-1:2011.

Dla sprawdzenia czy wytworzony udar napięciowy ma parametry udaru znormalizowanego, należy przeprowadzić prostą przez dwa punkty na jego czole, dla których wartość napięcia wynosi 0,3 i 0,9 wartości szczytowej udaru (punkty A i B na rysunku 3). Punkty przecięcia tej prostej z osią czasu (punkt A') i z rzędną wartości szczytowej udaru (punkt B') określają czas trwania jego czoła T_1 . Czas do półszczytu T_2 jest określony jako różnica współrzędnych czasowych punktów A' i C' na rysunku 3. Wyjątkiem są tu udary wykorzystywane do badania wytrzymałości izolacji kabli. Wówczas punkty pomocnicze do wyznaczenia czasu T_1 to 0,1 i 0,9 wartości szczytowej, a dla czasu T_2 przyjmuje się punkt o wartości 0,4 wartości szczytowej. Udar znormalizowanym zgodnym z zaleceniami IEC, jest udar o czasie czoła $T_1 = 1,2 \mu s$ z tolerancją $\pm 30\%$ i czasie do półszczytu $T_2 = 50 \mu s$ z tolerancją $\pm 20\%$, nazwany udarem o kształcie 1,2/50. Udar o takim kształcie nazywany jest udarem napięciowym normalnym [6].

Parametry czasu przyjęte dla udaru prądowego przedstawiono na rysunku 4. Dodatkowo dla udaru prądowego określa się czas trwania udaru T_c , który jest czasem trwania udaru powyżej 10% wartości szczytowej. Normalne prądy udarowe to udary o parametrach: 1/20 μs , 4/10 μs , 8/20 μs , 3/80 μs z tolerancją $\pm 10\%$ [7].

2. MODELE MATEMATYCZNE STOSOWANE W PRAKTYCE

2.1. Funkcja dwuwykładnicza

Uproszczenie i normalizacja parametrów udarów piorunowych pozwoliła na stworzenie znacznie prostszych i łatwiejszych do wykorzystania w praktyce analizowanych modeli matematycznych.

Można wyróżnić kilka modeli głównego wyładowania piorunowego. Najczęściej spotykane modele prezentowane w literaturze to model opisany funkcją dwuwykładniczą opisany zależnością (3) i model zobrazowany funkcją Heidlera opisany zależnością (4) [8]:

$$i_{(t)} = I \cdot \eta_1 \cdot [\exp(-\alpha \cdot t) - \exp(-\beta \cdot t)] \quad (3)$$

gdzie: I – wartość szczytowa prądu udarowego, t – czas, η_1 – współczynnik korekcyjny wartości szczytowej, α, β – odwrotność stałych czasowych czoła i grzbietu udaru.

Zaletą funkcji dwuwykładniczej jest prostota jej zapisu i fakt, że daje się łatwo całkować w całym przedziale. Wadą jest trudność jednoznacznego odwzorowania parametrów czasowych narastania i opadania zbocza udaru piorunowego. Przy tym modelu nienaturalnym jest to, że maksymalna stromość narastania czoła prądu udaru jest w chwili $t = 0$, co jest dużym uproszczeniem w porównaniu z warunkami naturalnymi. Dla uzyskania kształtu udaru o określonych parametrach w tabelicy 2 zestawione zostały współczynniki do zastosowania we wzorze (3).

Tabela 2. Wartości współczynników do wzoru (3) [8]

Parametr	200kA 10/350 μs	100kA 1/200 μs	50kA 0,25/100 μs	20kA 2/50 μs
Współczynnik korekcyjny η_1 (-)	1,051	1,010	1,005	1,082
Współczynnik czasu opadania $\alpha \cdot 10^{-4}$ (1/s)	0,2127	0,3517	0,6986	1,5292
Współczynnik czasu trwania czoła $\beta \cdot 10^{-6}$ (1/s)	0,2461	2,6700	10,84	1,1888
Czas wartości maksymalnej t_{peak} (μs)	19,48	2,49	0,68	3,71

Dla przykładu dla udaru prądowego o wartości szczytowej 200 kA, czasie narastania zbocza 10 μs i czasie do półszczytu 350 μs wartości współczynników przedstawia pierwsza kolumna. Wartości współczynników α i β podane w tabelicy 1 przed podstawieniem do zależności (3) należy przemnożyć odpowiednio razy 10^4 oraz 10^6 .

2.2. Funkcja Heidlera

Funkcja Heidlera jest zalecanym modelem do opisu matematycznego stosowanego przez normy dotyczące ochrony odgromowej [8]:

$$i_{(t)} = \frac{I}{\eta_2} \cdot \frac{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \quad (4)$$

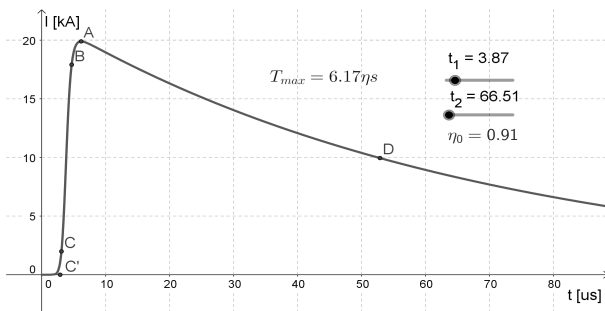
gdzie: I – wartość szczytowa prądu udarowego, t – czas, η_2 – współczynnik korekcyjny wartości szczytowej, τ_1, τ_2 – stałe czasowe czoła i grzbietu udaru, n – wykładnik potęgi.

Zaletą funkcji Heidlera jest większa dokładność odtworzenia kształtu udaru znormalizowanego prądu wyładowania piorunowego zarówno na czole jak i na grzbiecie udaru w porównaniu z zależnością (3) [7]. Wadą tego wzoru jest bardziej skomplikowana jego postać w porównaniu z zależnością opisującą udar funkcją dwuwykładniczą. Dla uzyskania udaru o określonych parametrach w tabelicy 3 zestawiono współczynniki do zastosowania we wzorze (4).

Tabela 3. Wartości współczynników we wzorze (4) [8]

Parametr	200kA 10/350 μs	100kA 1/200 μs	50kA 0,25/100 μs	20kA 2/50 μs
Współczynnik korekcyjny η_2 (-)	0,93	0,986	0,993	0,903
Współczynnik czasu trwania czoła τ_1 (μs)	19	1,82	0,454	3,867
Współczynnik czasu opadania τ_2 (μs)	485	285	143	66,507
Czas wartości maksymalnej t_{peak} (μs)	31,44	3,57	0,95	6,1687

Przedstawiony na rysunku 5 przebieg obrazuje udar 20 kA, 2/50 μ s dla parametrów z tabelicy 3. Na rysunku stałe czasowe przebiegu oznaczono jako t_1 , t_2 , a współczynnik korekcyjny wartości szczytowej η_0 .



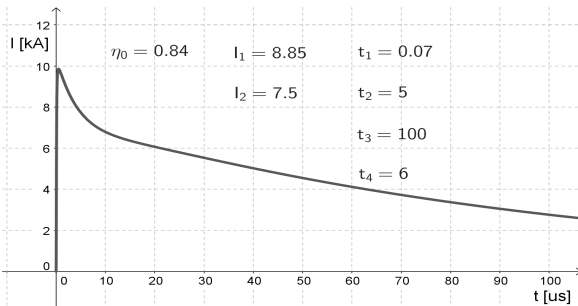
Rys. 5. Przebieg udaru prądowego 20 kA, 2/50 μ s

2.3. Wzór eksperymentalny

W literaturze można znaleźć również bardziej skomplikowane zależności do opisu prądu wyładowania. Na podstawie badań nad wyładowaniami prowokowanymi wystrzeliwanymi w kierunku chmur raketami, wykorzystując zgromadzone dane eksperymentalne opracowano wzór [8]:

$$i_{(t)} = \frac{I_1}{\eta} \cdot \frac{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^2} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) + I_2 \cdot \left[\exp\left(-\frac{t}{\tau_3}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_4}\right)\right] \quad (5)$$

gdzie: τ_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4 , – stałe czasowe przebiegu, t – czas,
 η – współczynnik korekcyjny, I_1 , I_2 – składowe prądu udaru.



Rys. 6. Przebieg udaru prądowego opisany wzorem (5)

Na rysunku 6 przedstawiono przebieg udaru prądowego wyznaczony na podstawie zależności (5) dla przyjętych

wartości parametrów przebiegu podanych na wykresie. Stałe czasowe przebiegu udaru prądowego oznaczono tu jako t_1 , t_2 , t_3 , t_4 , współczynnik korekcyjny η_0 , składowe prądu udaru I_1 , I_2 .

3. WNIOSKI KOŃCOWE

Przytoczone w opracowaniu modele matematyczne udaru piorunowego, znane i stosowane na przestrzeni lat, w różnym stopniu odwzorowują udary znormalizowane. Modele niestosowane obecnie w normach mogą być wykorzystywane w badaniach porównawczych. Stosowany obecnie model udaru piorunowego, wybrany przez Międzynarodową Komisję Elektryczną (IEC), to model matematyczny opisywany funkcją Heidler. Zakładając określony poziom ochrony odgromowej przedstawiony w normach, założono maksymalną spodziewaną wartość szczytową wyładowania piorunowego. Przy takim założeniu pogodzone się z pewnym ryzykiem związanym z nieskuteczną ochroną odgromową. Dla pierwszego poziomu ochrony prawdopodobieństwo wystąpienia prądu wyładowania piorunowego większego od spodziewanego wynosi 1,5%. Zwiększenie założenia co do wartości maksymalnej prądu spodziewanego wyładowania piorunowego teoretycznie poprawi efektywność ochrony, nie osiągnie się jednak nigdy 100% skuteczności.

4. LITERATURA

1. Markowska R.: Analiza zagrożenia piorunowego urządzeń w obiektach radiokomunikacyjnych, Rozprawa doktorska, Promotor Sowa A., Białystok 2006, s. 17-18.
2. Mosiński F.: Zastosowanie metod statystycznych dla inżynierów, PŁ, Łódź 2000.
3. Szpor S., Samuła J.: Ochrona odgromowa, tom 1, WNT, Warszawa 1983.
4. Flisowski Z.: Trendy rozwojowe ochrony odgromowej budowli, PAN, Warszawa 1986.
5. Skrzynecki E.: Przewodnik po normach, <http://www.sonel.pl>, s. 26.
6. Wira A., Zybert R.: Laboratorium z inżynierii wysokonapięciowej, WPL, Łódź 2003, s. 19-23.
7. Kałat W.: Modelowanie znormalizowanych udarów prądowych i napięciowych przy użyciu funkcji jednowykładniczej, Przegląd Elektrotechniczny, R. 85, nr 4/2009.
8. Aniserowicz K.: Analiza zagadnień kompatybilności elektromagnetycznej w rozległych obiektach narażonych na wyładowania atmosferyczne, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok 2005, s. 30-35.

THE SELECTED MATHEMATICALS DESCRIPTIONS OF LIGHTNING IMPULSE

The use of the simplified model of the lightning impulse and specification of its standardized parameters allows for standardization and the use of such a model in researches related to lightning protection. According to the adopted level of probability we can assume the maximum values of selected parameters of the lightning impulse. Generally these values are the subject to a statistical normal logarithm distribution. Standardized types and parameters for typical lightning impulses enabled the creation of much simpler and easier to use in further analysis of mathematical models. The most common models presented in literature are the model described with the double-exponential function and the model illustrated with Heidler function.

Keywords: Lightning impulse, standardized impulse, current of lightning impulse.