

DRZEWY GRAFOWE W ANALIZACH DOSTĘPNOŚCI

GRAPH TREES IN ACCESS ANALYSES

Elżbieta Lewandowicz

Katedra Geodezji Szczegółowej, Wydział Geodezji Gospodarki Przestrzennej,
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

SŁOWA KLUCZOWE: geometria i topologia, grafy geometryczne, drzewa grafowe, analizy przestrzenne

STRESZCZENIE: Zbiory danych przestrzennych nie ograniczają się do grafiki mapy wektorowej. Stanowią zbiory prostych elementów geometrycznych i topologicznych. Są podstawą do określania złożonych obiektów. Złożony obiekt topologiczny można przedstawić w formie grafu, zapisać w postaci algebraicznej i przetwarzać w celach analitycznych. W działaniach tych wykorzystuje się teorię grafów. Prezentowane zastosowanie to ocena dostępu z wybranych działek ewidencyjnych do obiektów użyteczności publicznej. Rozpatrywane obiekty mapy ewidencyjnej określono za pomocą elementów topologicznych i zapisano jako graf. Przetwarzając zapis algebraiczny grafu utworzono podgrafy w formie drzew. Ocena ich stanowi rozwiązanie przyjętego zadania analitycznego.

1. WPROWADZENIE

Dane przestrzenne, zgodnie z normą ISO 19107 Geographic information, Spatial schema (ISO 19107), zawierają dane geometryczne i topologiczne. Dane geometryczne są wizualizowane w formie mapy. Dane topologiczne opisują relacje między obiektami geometrycznymi widocznymi na mapie (Gaździcki 1990, Bielecka 2006, Eckes 2006, Molenaar 1998).

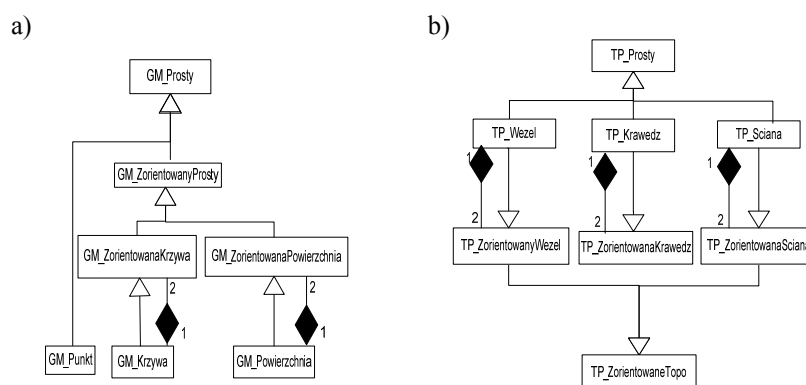
W systemach GIS dane topologiczne wykorzystuje się do analiz przestrzennych (Molenaar 1998, Chrobak 2000). Modele topologiczne otrzymane z danych geometrycznych można zapisać w formie algebraicznej i przetwarzać do wymaganych form analitycznych. (Molenaar 1998, Sullivan et al. 2003). Wynikiem tych działań mogą być modele w postaci grafu – drzewa (rozpinającego), które w zadaniach analitycznych określa się jako drzewo decyzyjne (Kulikowski 1968).

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie procesu przetwarzania danych topologicznych w procesie rozwiązywania zadania analitycznego. W przedstawionym zastosowaniu wykorzystano przekształcenia grafowe prowadzące do zbudowania grafów w formie drzew. One są wynikiem przeprowadzonej analizy.

2. DANE PRZESTRZENNE GEOMETRYCZNE I TOPOLOGICZNE

Obiekty geometryczne: punkty, krzywe (linie), powierzchnie, wizualizuje się na mapie wektorowej. Zapis wektorowy jest uogólnionym zapisem geometrii. Zamiast mówić o punktach, liniach i powierzchniach, mówi się o wektorach. Uszczegółowiony zapis

geometrii związany jest z określeniem linii (krzywej), jako dwóch wektorów opartych o te same punkty, czyli o tym samym kierunku i długości, ale o przeciwnych zwrotach. Analogicznie powierzchnię należy określać jako zorientowaną w dwóch przeciwnych kierunkach. Takie podejście jest prezentowane w normie ISO 19107. Rys. 1a) przedstawia wyżej wymienione obiekty geometryczne w jednym schemacie UML. Są to proste elementy geometryczne.



Rys. 1. Proste elementy a) geometryczne, b) topologiczne, (źródło ISO 19107)

Obok elementów (obiektów) geometrycznych prostych Norma ISO 19107 definiuje proste elementy (obiekty) topologiczne (Rys. 1). Każdy element geometryczny ma swój odpowiednik topologiczny, który odpowiada wnętrzu geometrycznego elementu prostego (Gaździcki 2006, Bielecka et al. 2007). Najprościej można odwzorować elementy geometryczne i topologiczne zgodnie z zasadą: punkt – węzeł, krzywa (linia) – krawędź, powierzchnia – ściana (powierzchnia topologiczna). Elementy topologiczne odpowiadają elementom grafu (ISO 19107). W zapisie wektorowym elementy geometryczne odpowiadają elementom digrafu: węzłom, krawędziom i powierzchniom skierowanym.

Geometria i topologia danych przestrzennych zapisana za pomocą prostych elementów stanowi bazę do określenia złożonych obiektów geometrycznych i topologicznych (kompleksów geometrycznych i topologicznych), które opisują określone obiekty geograficzne. Złożony obiekt topologiczny można przedstawić jako graf i zapisać w formie algebraicznej (ISO 19107, Lewandowicz 2004).

Złożone obiekty geometryczne i topologiczne są wzajemnie powiązane. Można je przetwarzać do nowych form, tworząc nowe, też wzajemnie powiązane, zbiory i podzbiory.

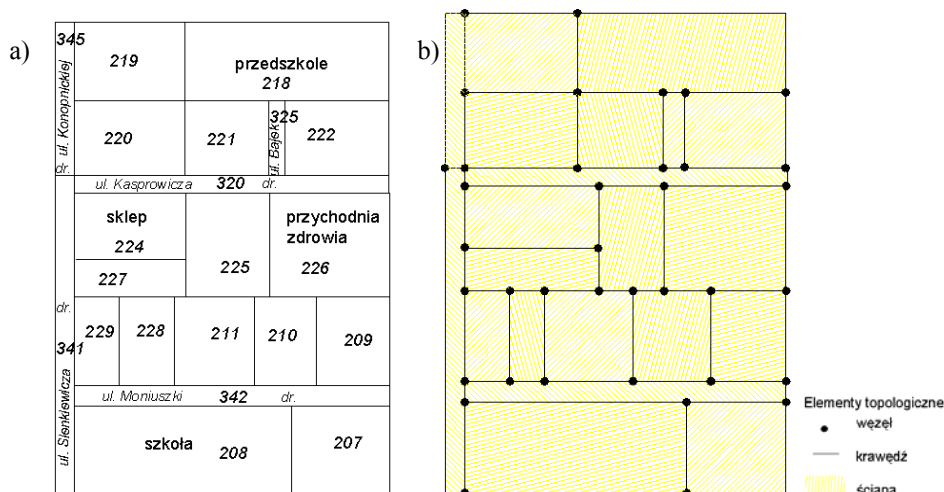
Przekształcanie złożonych obiektów przeprowadza się w określonym celu analitycznym. Wykonuje się je za pomocą operatorów geometrycznych i topologicznych. Przekształcenia geometryczne wiążą się ze zmianami ilościowymi, a topologiczne z zmianami jakościowymi danych przestrzennych. Przekształcenia topologiczne, to algebraiczne działania oparte o teorię grafów (Cormen et al. 2007). Efektem tych działań są nowe formy zapisu topologii za pomocą nowych zbiorów. Przedstawić je można za pomocą grafów.

W teorii grafów szczególnymi obiektami są drzewa. Drzewo (rozpinające) jest szczególnym podgrafem określonym w oparciu o graf bazowy. Budując drzewo należy wśród węzłów wyróżnić jeden, nadając mu status korzenia drzewa. Pień drzewa i liście są generowane w oparciu o algorytmy oparte na przeszukiwaniu grafu (Cormen et al. 2007). W drzewie uwzględnia się wszystkie węzły grafu ale tylko wybrane krawędzie. Wybór krawędzi związany jest z uzyskaniem struktury drzewa. W zadaniach analitycznych ocenia się stopień drzewa – liczbę poziomów, który określa się liczbą całkowitą. Praktyczne zastosowanie tych zagadnień zostanie przedstawione w dalszej części publikacji.

3. ZASTOSOWANIA

3.1. Kompleks działek ewidencyjnych jako złożony obiekt geometryczny i topologiczny

Z obiektów geograficznych świata rzeczywistego wybrano kompleks działek ewidencyjnych. Obiekt ten jest wizualizowany za pomocą złożonego obiektu geometrycznego (zbioru elementów geometrycznych prostych) opisanego atrybutami, widocznymi w formie tekstu na rysunku mapy (Rys. 2). Elementy geometryczne przekonwertowane do zbioru elementów topologicznych – węzłów, krawędzi i powierzchni topologicznych (ścian) stanowią złożony obiekt topologiczny, graf geometryczny planarny (Rys. 2)).



Rys. 2. Kompleks działek, jako obiekt geograficzny wizualizowany za pomocą elementów:

- a) geometrycznych w formie kartograficznej,
- b) topologicznych w formie grafu planarnego

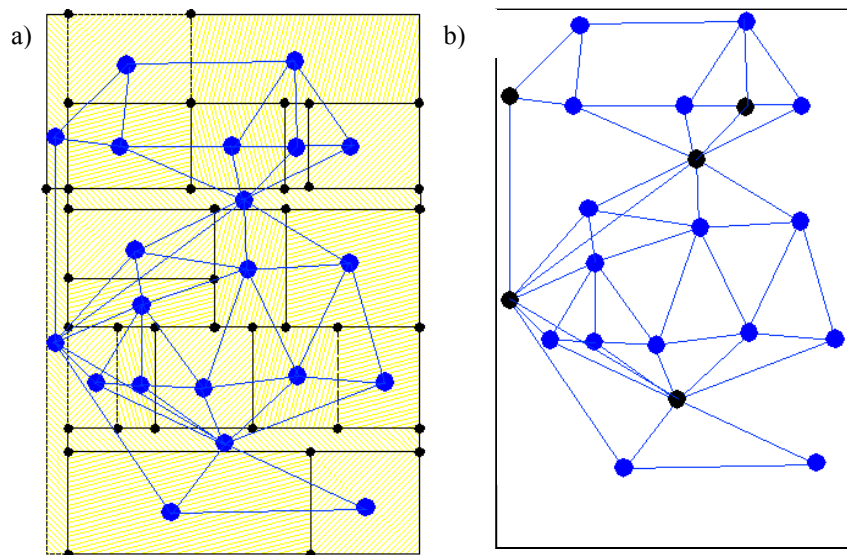
3.2. Sąsiedztwo działek w kompleksie

W literaturze przedmiotu (Wilson 200, Kulikowski 1986, Cormen et al., 2007, Findeisen et al., 1980) graf planarny zapisuje się za pomocą trzech macierzy: sąsiedztwa węzłów S_W , incydencji węzłów i krawędzi S_{W-K} oraz powiązań powierzchni topologicznych (ścian) z krawędziami S_{P-K} . Macierze te są opisane szczegółowo w podręcznikach z teorii grafów (Kulikowski 1968, Wilson 2000, Cormen et al., 2007) oraz wcześniejszych publikacjach autorki (Lewandowicz 2004, 2007). Przekształcając wymienione macierze otrzymuje się nowe formy algebraiczne zapisu topologii.

W tym przypadku wykonując działanie:

$$S_o = S_{W-K} (S_{P-K})^T \text{Diag}(S_{P-K} (S_{P-K})^T) \quad (1)$$

otrzyma się macierz S_o , która zawiera relacje sąsiedztwa między powierzchniami topologicznymi. Macierz tą można przedstawić za pomocą nowego grafu, w którym węzły opisują powierzchnie topologiczne. Stanowi on nowy złożony obiekt topologiczny, który pokazano na (Rys. 4) na tle powierzchni topologicznych obrazujących działki ewidencyjne.



Rys. 3. Przetworzone topologiczne formy zapisu kompleksu działek, za pomocą grafu dualnego zapisanego w S_o , a) obrazujący relacje sąsiedztwa powierzchni topologicznych, b) wyróżnienie w grafie węzłów - sieci drogowej

3.3. Dostępność do działek ewidencyjnych z sieci drogowej

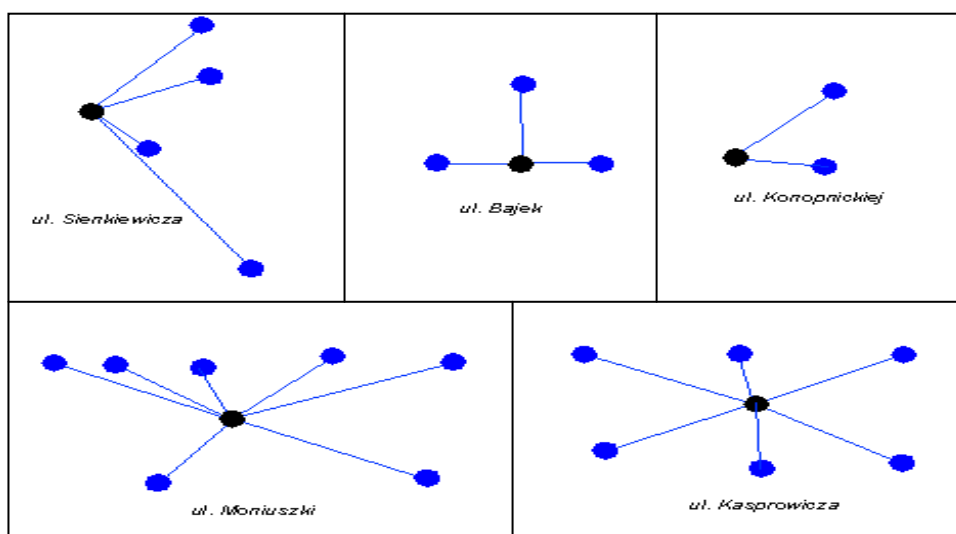
Tradycyjnie, analizy tego typu opierają się o układ sieci drogowej zobrazowanej osiami dróg. W przedstawionym przykładzie brak takich danych. Można je uzupełnić, ale

spróbujemy wykorzystać przetworzone dane topologiczne zapisane w macierzy S_0 i wizualizowanej grafem, Rys. 3b.

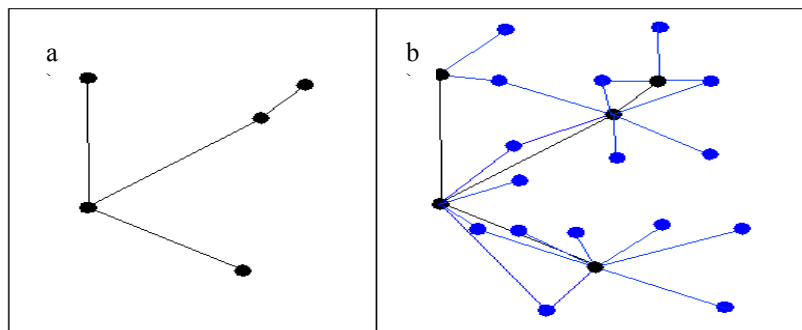
Wzbogaćmy zapis identyfikatorów węzłów grafu, a tym samym kolumn i wierszy macierzy S_0 wartościami atrybutów działek związanych ze sposobem zagospodarowania. Takie przypisanie pozwoli z macierzy S_0 wyodrębnić podmacierze wizualizowane podgrafami tematycznymi. Podgraf, opisany macierzą $S_{dr} \subset S_0$, przedstawia sieć drogową (Rys. 5 a). Zauważmy, że brakuje w nim połączenia między ulicami J. Kasprówicza i M. Konopnickiej. Układ działek przynależnych do pasa drogowego wymusił takie rozwiązanie. W rozwiązaniach praktycznych można modyfikować otrzymany model uwzględniając podobne przypadki.

Dostępność do działek ewidencyjnych z pasów sieci drogowej przedstawiają podgrafy (Rys. 4) opisane macierzami będącymi podzbiorem $\{S_{dr320-dz}, S_{dr325-dz}, S_{dr341-dz}, S_{dr342-dz}, S_{dr345-dz}\} \subset S_0$. Suma tych sześciu podgrafów przedstawia graf dostępności z sieci drogowej do działek ewidencyjnych (Rys. 5 b). W postaci algebraicznej wynik tych przetworzeń zapisano w macierzy S_{dr-dz} .

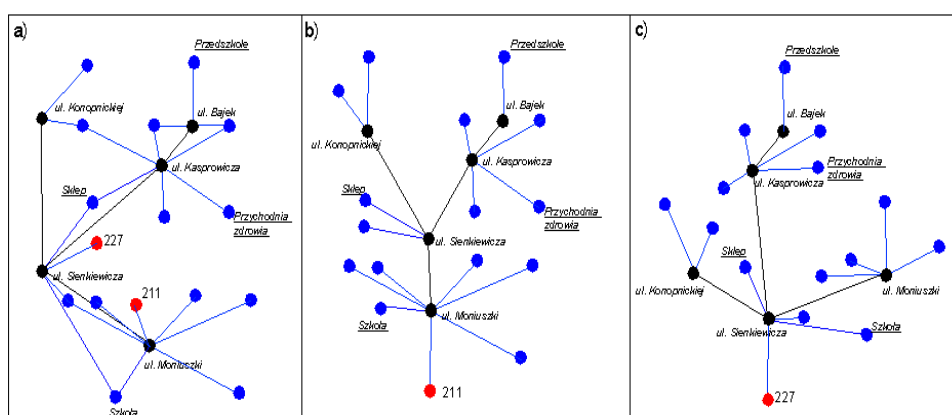
Macierz S_{dr-dz} pozwala na wygenerowanie informacji oceniającej lokalizację wybranych działek o numerach ewidencyjnych 221, 227 w kompleksie. Wyniki w postaci drzew S_{drz211} , S_{drz227} (Rys. 6 b), c)) pozwalają ją określić. Korzeniami w drzewach są wybrane działki, pień drzew tworzą węzły identyfikujące sieć drogową, a liście to działki budowlane. Lokalizacja działki w kompleksie jest tym bardziej centralna, im mniejszy stopień drzewa. Działka o numerze 211 jest korzeniem w drzewie o czterech poziomach, a działka 227 o trzech. Wyniki wskazują, że działka 227 ma położenie bardziej centralne w kompleksie.



Rys. 4. Podgrafy grafu S_0 obrazujące dostępność do działek ewidencyjnych z pasów drogowych



Rys. 5. Podgrafy grafu S_0 obrazujące a) sieć drogową, b) dostępność z sieci drogowej do przylegających działek S_{dr-dz}



Rys. 6. Graf S_{dr-dz} z wyróżnionymi węzłami (a) oraz podgrafy w formie drzew obrazujące dostępność z wybranych działek: b) 211, c) 227; do obiektów sąsiednich z wyróżnieniem obiektów użyteczności publicznej

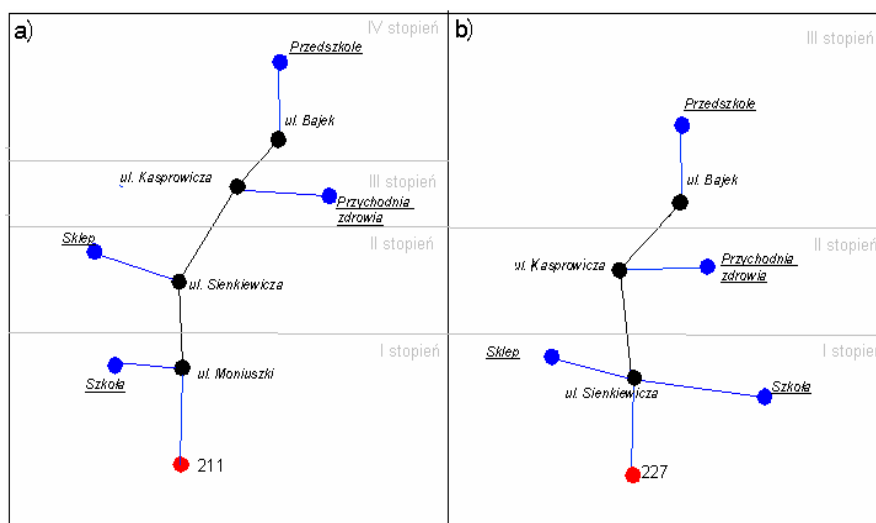
3.4. Analiza dostępności do obiektów użyteczności publicznej

Kolejnym zadaniem do rozwiązania będzie ocena dostępności z dwóch działek o numerach 211 i 227 do obiektów użyteczności publicznej (przedszkola, szkoły, przychodni zdrowia, sklepu).

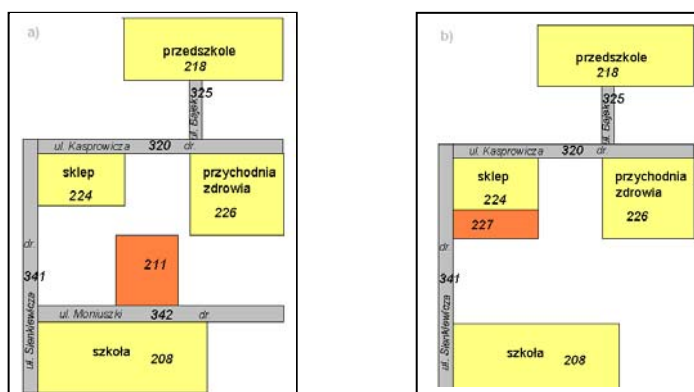
Z uzyskanych wcześniej drzew (Rys. 6) utworzono nowe podgrafy - drzewa (Rys. 7). Stanowią one rozwiązanie zadania - zawierają informację o dostępności wybranych działek do obiektów użyteczności publicznej. Istotne są stopnie drzew. Wynika z nich, że działka 227 ma lepszą dostępność do obiektów użyteczności publicznej (niższy stopień drzewa). Należy zauważyć, że otrzymany wynik opiera się tylko na danych topologicznych, bez danych geometrycznych. Uzupełniony danymi atrybutowymi (Rys. 7) stanowi rozwiązanie zadania, za pomocą danych opisowych.

3.5. Wizualizacja wyników analizy za pomocą elementów geometrycznych

Otrzymany wynik analizy - drzewa są nowymi złożonymi obiektami topologicznymi. Można wizualizować je za pomocą złożonych obiektów geometrycznych. Ta możliwość istnieje dzięki zachowaniu identyfikatorów elementów topologicznych w procesie przetwarzania. Identyfikatory elementów topologicznych powiązane są z odpowiadającymi im elementami geometrycznymi. Dzięki temu możliwa jest wizualizacja wyników (Rys. 8).



Rys. 7. Grafy obrazujące dostępność działek a) 211, b) 227 do obiektów użyteczności publicznej z opisem drogi do tych obiektów



Rys. 8. Wizualizacja wyników analizy topologicznej w formie geometrycznej

4. WNIOSKI

Na podstawie zaprezentowanych zastosowań danych przestrzennych można wyciągnąć następujące wnioski:

- dane geometryczne opisujące przestrzeń geograficzną są cennym źródłem informacji, pozwalającym na uzyskanie związków i relacji między obiektami geograficznymi, potrzebnych do analiz przestrzennych,
- Norma ISO 19107 porządkuje nazewnictwo danych przestrzennych i określa formy ich zapisu w postaci elementów geometrycznych i topologicznych,
- wizualizacją złożonych obiektów topologicznych są grafy,
- złożone obiekty topologiczne zapisane w formie grafu są modelami matematycznymi przyjaznymi do przekształceń algebraicznych,
- jedną przestrzeń geograficzną, traktowaną jako złożony obiekt geometryczny, można opisać za pomocą różnych złożonych obiektów topologicznych w formie grafów, podgrafów, drzew,
- dane topologiczne w formie drzewa można wykorzystać w procesach analitycznych,
- identyfikacja elementów topologicznych z elementami geometrycznymi pozwala na wizualizację kartograficzną nowych zbiorów topologicznych otrzymanych w efekcie przetwarzania.

5. LITERATURA

Bielecka E., 2006: System informacji geograficznej. Wydawnictwo PJWSTK, Warszawa, s. 37-44

Bielecka E., et al., 2007: E-Przewodnik do Polskich Norm w dziedzinie informacji geograficznej. <http://e-przewodnik.gugik.gov.pl/>

Chrobak T., 2000: Modelowanie danych przestrzennych przy użyciu struktury FDS Molenaar. *Materiały II Ogólnopolskiego Seminarium „Modelowanie danych przestrzennych”*, Warszawa, s. 17-28

Cormen T. H., Leiserson Ch. E., Rivest R. L., Stein C., 2007: Wprowadzenie do algorytmów. WNW, Warszawa

Eckes K., 2006: Modelowanie rzeczywistości geograficznej w systemach informacji przestrzennej. *Roczniki Geomatyki*. Warszawa, Tom IV, Zeszyt 2, s. 43-73

Esri, 2003: ArcGIS: Working With Geodatabase Topology, An ESRI White Paper

Findeisen W., Gutowski W., Kulikowski J., L., i inn., 1980: Teoria grafów i jej zastosowania w technice i informatyce. Biblioteka Naukowa Inżyniera PWN, Warszawa, s. 15-95, 185-212, 254-306

Gaździcki J., 1990: Systemy Informacji Przestrzennej, Państwowe Przedsiębiorstwo Wydawnictw Kartograficznych, Warszawa

Gaździcki J., 2006: Internetowy leksykon geomatyczny. <http://www.ptip.org.pl/>

ISO 19107: Geographic information spatial schema <<http://www.isotc211.org/>>

Kulikowski J. L., 1986: Zarys teorii grafów. Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Lewandowicz E., 2004: Grafy jako narzędzie do definiowania relacji przestrzennych pomiędzy danymi geograficznymi. Roczniki Geomatyki, Tom II, Zeszyt 2, Warszawa, s. 160-171

Lewandowicz E., 2007: Przestrzeń geograficzna jako przestrzeń topologiczna. Seminarium „Modelowanie informacji geograficznej według norm europejskich i potrzeb infrastruktury informacji przestrzennej”. Warszawa, Tom 3 str. 27-37

Lewandowicz E. 2007; Modele topologiczne danych przestrzennych. Roczniki Geomatyki, Warszawa, Tom V , Zeszyt 5, str. 43-53

Molenaar M., 1998: An introduction to the theory of spatial object modeling for GIS. Taylor & Francis, London, s. 31-49

Sullivan D. O., Unwin D. J., 2003: Geographic Information Analysis. Jon Wiley & Sons, INC

Wilson R., 2000: Wprowadzenie do teorii grafów. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, s. 20-95

GRAPH TREES IN ACCESS ANALYSES

KEY WORDS: geometry and topology, geometric graphs, graph trees, spatial analysis

SUMMARY: Spatial data sets are not only graphic vector maps. They are sets of simple geometric and topological elements. These elements are bases on which to build complex objects. A complex topological object may be presented by a geometric graph, described in an algebraic form and processed in analytical tools. Those processes employ the theory of graphs. This publication presents analysis of access from chosen land plots to public objects. The considered objects taken from land maps are defined by means of topological elements and described as graphs. By transforming the algebraic notation of the graph, sub-graph trees were created. The analysis of those trees is the solution of the analytical task under consideration

Dr inż. hab. Elżbieta Lewandowicz
e-mail: lella@uwm.edu.pl
tel. +89 5234467
fax +89 5234878