

Łukasz MUŚLEWSKI, Leszek KNOPIK

ZASTOSOWANIE METODY GŁÓWNYCH CZYNNIKÓW DO BADANIA WYMIAROWOŚCI ZBIORU KRYTERIÓW

Streszczenie

Analiza wyników badań eksploatacyjnych oraz literaturowy przegląd zagadnienia wykazały, że problematyka wyznaczenia optymalnej liczby kryteriów oceny jakości działania danego systemu transportowego jest istotnym i aktualnym zagadnieniem, mającym bezpośredni wpływ na wynik realizowanej oceny. Całość rozważań dokonano na podstawie analizy danych pozyskanych z badań zrealizowanych w rzeczywistym systemie autobusowego transportu miejskiego, świadczącego usługi transportowe w 500 tysięcznej aglomeracji miejskiej. Na podstawie zrealizowanych badań, wyznaczono zbiór kryteriów oceny systemu. Niniejsze kryteria poddano ocenie z punktu widzenia ich istotności na jakość działania obiektu badań, dokonując ich podziału na cztery grupy, w zależności od preferencji i wymogów kierowców, pasażerów oraz pracowników podsystemu sterowania i zapewnienia zdatności. W celu optymalizacji wymiarowości rozpatrywanego zbioru kryteriów, zastosowano metodę głównych czynników, która polega na porównaniu wyróżnionych zbiorów parami, i na tej podstawie ustaleniu korelacji między ich elementami. W wyniku zrealizowanych badań wnioskowano o liczności i istotności zbioru analizowanych kryteriów. Na tej podstawie wyróżniono zbiór kryteriów, które w dalszym etapie realizowanych prac, uwzględniono w procesie budowy modelu wynikowego oceny jakości działania systemu transportowego.

WSTĘP

W trakcie realizacji badań eksploatacyjnych, dotyczących jakości działania wybranego systemu transportowego stwierdzono, że istotnym problemem badawczym jest ustalenie wynikowego zbioru kryteriów ocenowych. Zdefiniowano, że: „Jakość systemu - to zbiór cech systemu wyrażonych za pomocą ich wartości liczbowych, w danej chwili t , wyznaczających stopień spełnienia stawianych wymagań” [4]. Liczność i istotność przyjętych kryteriów ocenowych ma bezpośredni wpływ na wartość jakości działania systemu transportowego. Dlatego też, zrealizowano badania ankietowe oraz zastosowano elementy logiki rozmytej jako narzędzia wspomagającego proces wyboru optymalnego zbioru kryteriów.

Danymi wejściowymi analizy, były wagi 16 kryteriów $K_1 \div K_{16}$ (bezpieczeństwo, efektywność, gotowość, ergonomiczność, ekologiczność, potencjał użytkowy, czynniki atmosferyczne, dostępność, estetyka, informacyjność, terminowość, czas realizacji usługi, czynniki zewnętrzne, uszkodzalność, niezawodność, ekonomiczność) oceny jakości działania systemu transportowego, określone w badaniach ankietowych przeprowadzonych na grupie 150 ekspertów podzielnych na trzy grupy (kierowcy, użytkownicy oraz pracownicy

utrzymania ruchu). Wagi kryteriów w badaniach zostały określone w skali 0 – 10 gdzie ocena 10 oznaczała kryterium najistotniejsze.

W celu wyznaczenia wynikowej wagi poszczególnych kryteriów, opracowano dla każdego z ekspertów tablicę porównań kryteriów parami (każde z każdym), zgodnie z metodą AHP [3].

W ten sposób otrzymano 150 tablic porównań, podzielonych na trzy grupy danych.

W dalszych obliczeniach nie uwzględniano porównań kryteriów samych ze sobą. Przy takim założeniu, utworzono macierze współczynników i wyrazów wolnych opisujące układ równań normalnych dla tablic porównań.

Do obliczeń jakości działania systemu transportowego, zastosowano wagi kryteriów określone dla metody AHP, ponieważ ich wartości dopełniają się do 1, co odzwierciedla względne stopnie istotności kryteriów w stosunku do siebie [6].

W celu analizy otrzymanych rezultatów dla poszczególnych grup wyników, obliczono dla każdego kryterium względny spadek wagi. Przyjęto, że optymalnym kryterium redukcji ilości kryteriów, jest rozpatrywanie tylko tych kryteriów, których waga jest większa niż połowa wagi kryterium najistotniejszego.

Na podstawie sumarycznej oceny istotności poszczególnych kryteriów, na jakość działania systemu transportowego można stwierdzić, że za najmniej istotne kryteria respondenci uznali kryteria: 5, 12, 9, 8. Natomiast analizując preferencje poszczególnych podgrup respondentów można wnioskować, że wymiarowość rozpatrywanego zbioru, można zredukować do siedmio wymiarowego - kryterialnego wektora jakości, zbudowanego z kryteriów: 1, 2, 3, 4, 11, 14, 15 [6].

Należy jednak mieć na uwadze, że w celu weryfikacji otrzymanych wyników, należy zastosować przynajmniej jedno dodatkowe narzędzie, na podstawie którego można potwierdzić poprawność sformułowanych wniosków. Dlatego też, w niniejszym opracowaniu zastosowano metodę głównych czynników, jako narzędzia wspomagającego proces badania wymiarowości zbioru kryteriów, oceny jakości działania wyróżnionego systemu autobusowej komunikacji miejskiej.

1. OBIEKT BADAŃ

Obiekt badań stanowi, system miejskiej komunikacji autobusowej, należący do klasy systemów socjotechnicznych typu *Człowiek – Obiekt Techniczny – Otoczenie* <C – OT – O>, których głównym zadaniem jest bezpieczne przemieszczanie ludzi w wyznaczonym zakresie ilościowym i terytorialnym, za pomocą środków transportu eksploatowanych w systemie. Badany system transportowy realizuje przewóz pasażerów na terenie miasta i terenach podmiejskich. W systemie tym poszczególne zadania przewozowe należy realizować terminowo, niezawodnie i bezpiecznie. Niniejszy system zidentyfikowano i wyszczególniono w nim dwa podstawowe podsystemy: logistyczny, w którego skład wchodzi podsystemy: decyzyjny, informacyjny, utrzymania ruchu (zapewnienia zdatności, diagnostyczny, zaopatrzenia w paliwo), oraz wykonawczy złożony z podsystemów elementarnych typu <C – OT> (kierowca – autobus) oraz otoczenie jako podsystem współdziałający, mający bezpośredni wpływ na funkcjonowanie systemu i jego podsystemów.

2. METODA GŁÓWNYCH CZYNNIKÓW

W badaniach ankietowych występuje zwykle duża liczba zmiennych. Jednak pytania w ankietach są powiązane ze sobą i wymiar ankiety bywa niepotrzebnie powiększony. Jednym z problemów jest zagadnienie jak dokonać optymalnej redukcji zbioru zmiennych bez znaczącej utraty informacji? Znane metody statystyki wielowymiarowej nie proponują idealnych procedur statystycznych służących do najlepszego wyboru podzbioru zmiennych.

Jedną z takich metod jest metoda głównych czynników. Jednak stosowanie metody głównych czynników, wymaga spełnienia pewnych założeń. Metodę realizuje się na zmiennych mierzalnych (ilościowych), ale dopuszcza się stosowanie tej metody w przypadku zmiennych typu porządkowego. Badane zmienne powinny pozostawać w liniowej zależności, a korelacja między cechami powinna być mierzona współczynnikiem Pearsona. Jeśli analizowane zmienne nie są powiązane, to stosowanie metody głównych czynników jest niecelowe.

W literaturze przedmiotu [7, 8] wykazano, że jeśli wszystkie współczynniki korelacji są mniejsze od 0,3, to stosowanie metody głównych czynników jest nieskuteczne. Im wyższe współczynniki korelacji, tym bardziej celowe jest stosowanie tej metody.

Na wstępie analizy statystycznej należy zastosować test Bartletta [1]. Test Bartletta odpowiada na pytanie: czy wszystkie współczynniki korelacji są równe zeru. Stosowanie metody głównych czynników wymaga próby o odpowiedniej liczebności. Autorzy opracowań [8, 2] sugerują, że jeśli korelacje są silne, to wystarcza próba statystyczna o liczebności 50. Do opisu powiązań między zmiennymi, założenie o normalności rozkładu nie jest konieczne. Jednak, gdy stosuje się testy statystyczne do określenia istotności składowych, to konieczne jest założenie o wielowymiarowej normalności rozkładu badanych cech [5].

3. ZASTOSOWANIE METODY GŁÓWNYCH CZYNNIKÓW

Analizowane w pracy zbiory danych są macierzami liczbowymi o wymiarach $n \times p$, gdzie n oznacza liczbę ankiet, p liczbę kryteriów. Dla danej macierzy $X(n \times p)$ wyznacza się macierz współczynników korelacji, której przykładową realizację dla zbioru wspólnego przedstawiono na rys 1. Macierz współczynników korelacji poddawana jest testowi Bartletta.

| | K ₁ | K ₂ | K ₃ | K ₄ | K ₅ | K ₆ | K ₇ | K ₈ | K ₉ | K ₁₀ | K ₁₁ | K ₁₂ | K ₁₃ | K ₁₄ | K ₁₅ | K ₁₆ |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| K ₁ | 1,00 | | | | | | | | | | | | | | | |
| K ₂ | 0,00 | 1,00 | | | | | | | | | | | | | | |
| K ₃ | -0,06 | 0,40 | 1,00 | | | | | | | | | | | | | |
| K ₄ | 0,25 | -0,23 | -0,19 | 1,00 | | | | | | | | | | | | |
| K ₅ | 0,03 | 0,07 | 0,07 | 0,21 | 1,00 | | | | | | | | | | | |
| K ₆ | 0,00 | 0,24 | 0,39 | -0,20 | 0,22 | 1,00 | | | | | | | | | | |
| K ₇ | 0,09 | 0,10 | 0,30 | 0,33 | 0,17 | 0,22 | 1,00 | | | | | | | | | |
| K ₈ | 0,21 | -0,17 | -0,44 | 0,37 | 0,23 | -0,24 | -0,01 | 1,00 | | | | | | | | |
| K ₉ | 0,01 | -0,02 | -0,03 | 0,42 | 0,32 | 0,08 | 0,15 | 0,39 | 1,00 | | | | | | | |
| K ₁₀ | -0,01 | -0,01 | -0,26 | 0,03 | 0,19 | -0,09 | -0,20 | 0,44 | 0,22 | 1,00 | | | | | | |
| K ₁₁ | 0,25 | -0,23 | -0,21 | 0,51 | 0,28 | -0,05 | 0,20 | 0,50 | 0,47 | 0,20 | 1,00 | | | | | |
| K ₁₂ | 0,14 | -0,09 | -0,41 | 0,44 | 0,24 | -0,26 | -0,07 | 0,72 | 0,39 | 0,42 | 0,53 | 1,00 | | | | |
| K ₁₃ | 0,15 | 0,08 | 0,17 | 0,57 | 0,18 | 0,07 | 0,56 | 0,11 | 0,43 | -0,15 | 0,44 | 0,21 | 1,00 | | | |
| K ₁₄ | -0,08 | 0,23 | 0,46 | -0,32 | 0,07 | 0,44 | 0,07 | -0,37 | -0,12 | -0,02 | -0,32 | -0,36 | 0,02 | 1,00 | | |
| K ₁₅ | 0,24 | 0,16 | 0,36 | 0,14 | -0,01 | 0,08 | 0,25 | -0,09 | 0,07 | -0,03 | 0,13 | -0,03 | 0,31 | 0,34 | 1,00 | |
| K ₁₆ | 0,06 | -0,03 | -0,23 | 0,38 | 0,14 | -0,10 | 0,03 | 0,39 | 0,17 | 0,06 | 0,29 | 0,39 | 0,20 | -0,16 | -0,12 | 1,00 |

Rys.1. Macierz współczynników korelacji dla zbioru wspólnego

Źródło: opracowanie własne

Analizę macierzy korelacji dokonano na podstawie następujących założeń:

| p | t-tab | r |
|-------|-------|-------|
| 0,05 | 1,96 | 0,272 |
| 0,01 | 2,56 | 0,347 |
| 0,001 | 3,29 | 0,429 |

- gdy współczynnik korelacji $r < 0,272$ – nieistotne,

- gdy współczynnik korelacji zawiera się w przedziale $0,272 < r < 0,374$ – istotne przy $p=0,05$,
- gdy współczynnik korelacji zawiera się w przedziale $0,374 < r < 0,429$ – istotne przy $p=0,01$,
- gdy współczynnik korelacji $r > 0,429$ – istotne przy $p=0,001$.

Macierz współczynników korelacji poddawana jest testowi Bartletta. Test ten rozstrzyga o celowości stosowania metody głównych czynników. Jeśli R oznacza macierz współczynników korelacji, to test Bartletta polega na weryfikacji hipotezy statystycznej postaci:

$$H_0 : R = I, \quad (1)$$

gdzie:

I jest macierzą jednostkową wymiaru $p \times p$.

Hipoteza H_0 oznacza, że wszystkie współczynniki korelacji zawarte w macierzy R są równe zeru. Statystyka testowa dla tej hipotezy ma postać:

$$U = -\left(n - 1 - \frac{2p + 5}{6}\right) \sum_{i=1}^p \ln \lambda_i \quad (2)$$

gdzie:

p – liczba zmiennych,

n – liczba badań,

λ_i – i -ta wartość własna macierzy R .

Zakłada się, że wartości własne są uporządkowane nierosnąco, to znaczy:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \quad (3)$$

Statystyka U ma przy założeniu prawdziwości hipotezy H_0 rozkład chi-kwadrat z $p(p-1)/2$ stopniami swobody. Wyniki zastosowania testu Bartletta do grup 1, 2, 3 i razem przedstawia tabela 1.

Tab.1. Wyniki testu Bartletta

| Test Bartletta | | Wartość statystyki U | df | p-value |
|----------------|-------|----------------------|-----|----------|
| Z1 | -6,85 | 293,29 | 120 | 0,000001 |
| Z2 | -4,49 | 192,39 | 120 | 0,000032 |
| Z3 | -5,29 | 226,56 | 120 | 0,000001 |
| $\sum Z_i$ | -5,99 | 256,69 | 120 | 0,000001 |

Źródło: [5]

Analiza wyników testowania hipotezy $H_0 : R = I$ ukazuje, że dla wszystkich analizowanych grup danych hipotezę zerową należy odrzucić, przy bardzo niskim p-value. Oznacza to, że stosowanie metody głównych czynników jest celowe.

Analiza głównych czynników pozwala na wyznaczenie przekształcenia liniowego postaci:

$$Z = A X, \quad (4)$$

gdzie:

A jest macierzą przekształcenia liniowego wymiaru $p \times p$,

X jest macierzą kolumnową postaci $X^T = [X_1, X_2, \dots, X_p]^T$,

Z jest macierzą kolumnową zawierającą zmienne zależne Z_1, Z_2, \dots, Z_p nazywane składowymi.

Metoda głównych czynników wyznacza pierwszy wiersz macierzy A tak, aby składowa Z_1 miała maksymalną wariancję przy ograniczeniu postaci:

$$\sum_{i=1}^p a_{1i}^2 = 1 \quad (5)$$

Następnie wyznacza się drugą składową Z_2 tak, aby wariancja zmiennej Z_2 przy odpowiednich ograniczeniach była maksymalna.

Jednym z podstawowych celów, stosowania metody głównych czynników, jest weryfikacja hipotezy postaci:

$$H_0 : \lambda_{k+1} = \lambda_{k+2} = \dots = \lambda_p, \quad (6)$$

wobec hipotezy alternatywnej: H_1 , że nie wszystkie $\lambda_{k+1}, \lambda_{k+2}, \dots, \lambda_p$ są równe.

Statystyka testowa dla hipotezy H_0 ma postać:

$$\chi^2 = -(n-k) \left[\sum_{j=1}^p \ln \lambda_j - q \ln \frac{1}{q} \sum_{i=k+1}^p \lambda_i \right], \quad (7)$$

gdzie:

χ^2 ma przy założeniu prawdziwości hipotezy H_0 rozkład χ^2 z $df = q(q+1)/2 - 1$, z $q=n-k$ stopniami swobody.

Hipotezę statystyczną opisaną zależnością (6), weryfikowano kolejno dla $k=0,1,2,\dots,p-2$.

Przykładowe wyniki weryfikacji tej hipotezy umieszczono dla w tabeli 2. Zawiera ona wartości własne λ_i , $i = 1, 2, \dots, p$ dla „zbioru 1”. Analiza danych zawartych w tabeli 2 ukazuje, że 10 największych wartości własnych różni się istotnie.

Tab. 2. Wyniki testowania dla „zbioru 1”

| Z1 | q | λ | $\ln(\lambda)$ | χ -obl | df | p-value | | χ -tab |
|----|----|-----------|----------------|-------------|-----|---------|---|-------------|
| 1 | 16 | 3,65 | 1,29 | 330,60 | 135 | 0,000 | X | 163,12 |
| 2 | 15 | 2,17 | 0,77 | 250,11 | 119 | 0,000 | X | 145,46 |
| 3 | 14 | 1,89 | 0,64 | 211,57 | 104 | 0,000 | X | 128,80 |
| 4 | 13 | 1,63 | 0,49 | 173,80 | 90 | 0,000 | X | 113,15 |
| 5 | 12 | 1,22 | 0,20 | 136,95 | 77 | 0,000 | X | 98,48 |
| 6 | 11 | 0,98 | -0,02 | 112,28 | 65 | 0,000 | X | 84,82 |
| 7 | 10 | 0,83 | -0,19 | 94,05 | 54 | 0,001 | X | 72,15 |
| 8 | 9 | 0,74 | -0,30 | 78,93 | 44 | 0,001 | X | 60,48 |
| 9 | 8 | 0,72 | -0,33 | 63,99 | 35 | 0,002 | X | 49,80 |
| 10 | 7 | 0,54 | -0,62 | 42,93 | 27 | 0,027 | X | 40,11 |
| 11 | 6 | 0,41 | -0,89 | 28,89 | 20 | 0,090 | | 31,41 |
| 12 | 5 | 0,35 | -1,05 | 20,40 | 14 | 0,118 | | 23,68 |
| 13 | 4 | 0,28 | -1,27 | 12,56 | 9 | 0,183 | | 16,92 |
| 14 | 3 | 0,23 | -1,47 | 6,77 | 5 | 0,238 | | 11,07 |
| 15 | 2 | 0,15 | -1,90 | 1,17 | 2 | 0,556 | | 5,99 |
| 16 | | 0,11 | -2,21 | | | | | |

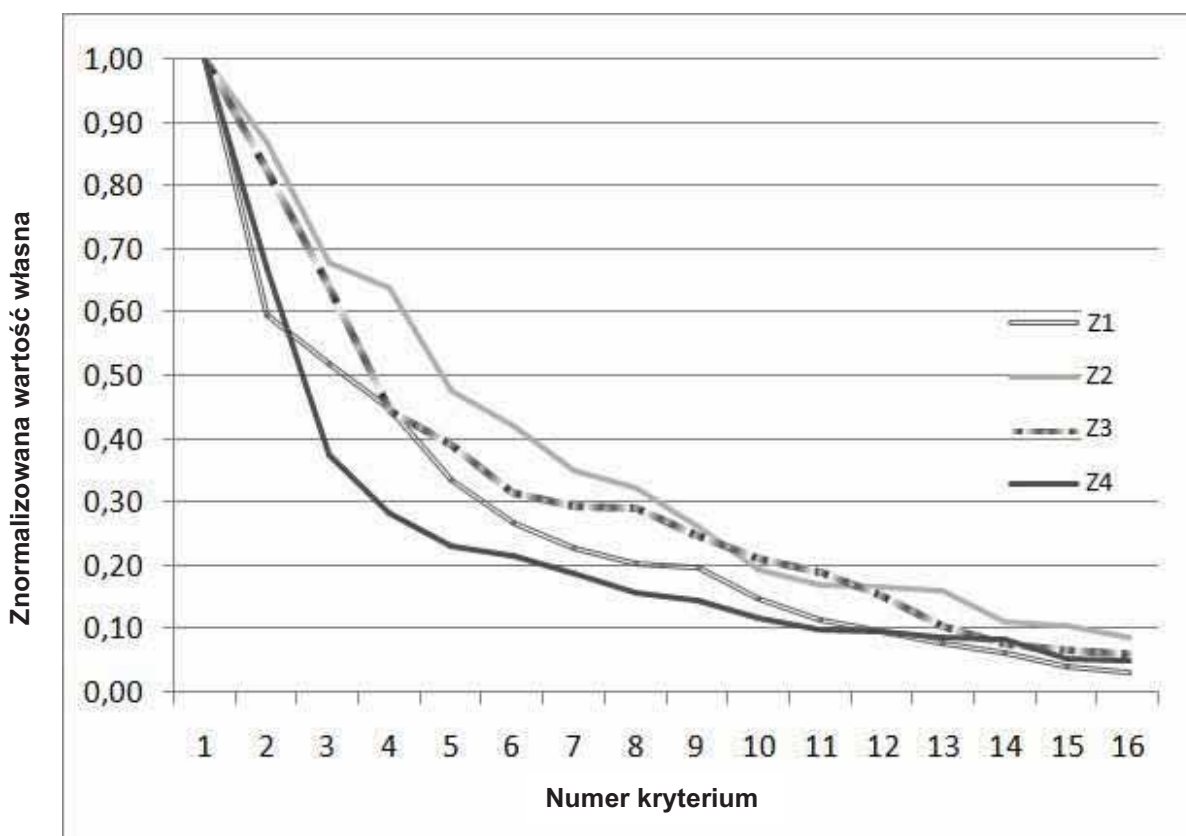
Źródło: opracowanie własne

Analizując dane dla zbioru 2, można wnioskować, że tylko 4 największe wartości własne różnią się istotnie. Oznacza to, że ten jest zbiorem o zbyt dużej liczbie kryteriów. Analiza

danych dla zbioru 3 wykazała, że 9 największych wartości własnych różni się istotnie między sobą. Natomiast zbiór czwarty, zawiera wartości własne λ_i , $i = 1, 2, \dots, p$ łącznie dla analizowanych zbiorów kryteriów. Ich analiza ukazała, że wszystkie wartości własne różnią się istotnie statystycznie, przy poziomie istotności $p < 0,033$.

Wartości własne otrzymane z poszczególnych testów uporządkowano nierosnąco. W prezentacji graficznej metody głównych czynników, często stosuje się wykres kolejnych wartości własnych, w zależności od numeru wartości własnej w ciągu uporządkowanym opisanym zależnością (3). Wykres taki nazywa się ospiskiem. Aby umieścić wszystkie ciągi na jednym wykresie, normalizuje się je, dzieląc każdą wartość własną przez pierwszą (maksymalną).

Wykresy ospisk dla czterech analizowanych zbiorów przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Wykresy ospiska dla analizowanych zbiorów danych

Źródło: Opracowanie własne

Analiza powyższego wykresu pozwala zaobserwować, że wraz ze wzrostem numeru wartości własnej poszczególne wykresy stabilizują się. Należy jednak podkreślić, że stopień stabilizacji jest różny, co wykazały zrealizowane testy statystyczne.

PODSUMOWANIE

Analizując otrzymane wyniki badań, na podstawie zastosowania metody głównych czynników można stwierdzić, że otrzymane dane dla zbiorów 1, 2, oraz 3 potwierdzają, iż poszczególne zbiory kryteriów są ponadwymiarowe. W związku z powyższym można stwierdzić, że uzyskane wyniki badań, po zastosowaniu elementów logiki rozmytej, w niniejszym opracowaniu potwierdziły hipotezę o słuszności redukcji przyjętego zbioru 16 kryteriów. Należy jednak zwrócić uwagę, że tylko w zbiorze 2, który zawiera zaledwie 4 wartości własne różne statystycznie, istnieją jednoznaczne podstawy do ograniczenia jego

wymiarowości, czyli zredukowania ilości przyjętych kryteriów. Natomiast analizując otrzymane wyniki dla zbioru wspólnego wynika, że wszystkie własności własne są różne statystycznie. Na tej podstawie można wnioskować, że rozpatrywany zbiór kryteriów nie powinien być redukowany.

Analiza wykresu osypiska, odzwierciedlającego wyniki badań statystycznych zrealizowanych dla poszczególnych zbiorów, ukazuje wyraźne zróżnicowanie szybkości stabilizacji krzywych osypiska dla analizowanych grup co potwierdza, że celowym jest dalsze badanie różnic między grupami i ich wymiarowością.

BIBLIOGRAFIA

1. Bartlett M. S., *A note on the multiplying factors for various chi square approximations*. Journal of the Royal Statistical Society, 16, series B, 1954.
2. Comrey A.L., *A First Course in Factor Analysis*. New York, Academic Press, 1973.
3. Muślewski Ł., *The implementation of the fuzzy logic elements in the area of the transport system operation quality assessment*. Maritime Industry, Ocean Engineering and Coastal Resources. Volume 1, Maritime Transportation. Taylor & Francis Group, Balkema – Proceedings and Monographs in Engineering, Water and Earth Sciences, Carlos Guedes Soares, Peter N. Koley (eds), London / Leiden / New York / Philadelphia / Singapore, 2007.
4. Muślewski Ł., *Evaluation Method of Transport Systems Operation Quality*. Polish Journal of Environmental Studies. Vol. 18, No. 2A, Hard Olsztyn, 2009.
5. Muślewski Ł., Knopik L., *Application of principal component analysis for optimization of a system operation assessment criteria set*. Journal of KONES Powertrain and Transport, vol. 19, No. 4, Warsaw, 2012.
6. Muślewski Ł., Pająk M., Ślęzak M., Polański J., *Analysis of significance of criteria for transportation system operation quality assessment*. Journal of KONES Powertrain and Transport, vol. 19, No. 4, Warsaw, 2012.
7. Tabachnik B.G., and Fidell L., *Computer – Assisted Research Design and Analysis*. Allyn & Bacon, Boston, 2001.
8. Tabachnik B.G., and Fidell L., *Using Multivariate Statistics*. Haper & Row, New York, 1996.

ANALYSIS OF MAIN COMPONENTS FOR DIMENSIONALITY OF CRITERIA SET

Abstract

The analysis of experimental tests and a literature review have revealed that the problems connected with determining the optimal number of criteria for of a given transportation system operation quality assessment is an issue of great importance as it has a direct influence on the result of the assessment. The whole study has been performed on the basis of an analysis of data obtained from tests carried out in a real busses transportation system providing services in an urban agglomeration of 500 thousand inhabitants. On the basis of the carried out tests, a set of criteria for assessment of the system, were developed. These criteria were evaluated from the point of view of their influence on the research object operation quality, being divided into four groups, depending on preferences and requirements of drivers, passengers, and workers of the subsystem of control and serviceability ensuring. In order to optimize dimensionality of the considered set of criteria, the method of analysis of main components, involving a comparison of identified pairs of sets in order to find correlation between their elements, was used. In result of the tests the number and significance of

these sets were established. On the basis of this, a set of criteria was identified. They were used in further analysis and taken into consideration while building a resultant model for a transport system operation quality assessment.

Autorzy:

Dr inż. Łukasz Muślewski – Uniwersytet Technologiczno – Przyrodniczy im. J.J. Śniadeckich w Bydgoszczy, Wydział Inżynierii Mechanicznej, e-mail: l.muslewski@wp.pl

Prof. ndzw. dr hab. Leszek Knopik - Uniwersytet Technologiczno – Przyrodniczy im. J.J. Śniadeckich w Bydgoszczy, Wydział Zarządzania, e-mail: knopikl@utp.edu.pl