

## Metoda pomiaru parametrów cewki Rogowskiego

*W artykule przedstawiono metodę pomiaru parametrów cewki Rogowskiego wykorzystującą odpowiedź cewki na skok jednostkowy prądu w obwodzie pierwotnym. Znajomość tej odpowiedzi pozwala wyznaczyć czułość cewki oraz dokonać identyfikacji parametrycznej jej obwodu zastępczego. Dokonano analizy czynników ograniczających dokładność pomiaru za pomocą opisanej metody oraz przedstawiono praktyczny układ pomiarowy. Metoda jest alternatywna do tradycyjnej metody pomiaru czułości cewki Rogowskiego za pomocą źródła wzorcowego prądu sinusoidalnego o częstotliwości 50 Hz i miernika wartości skutecznej. W szczególności dobrze się nadaje do pomiaru cewek o małej czułości, gdzie metoda tradycyjna wymaga dużych wartości prądu pomiarowego.*

### 1. WSTĘP

---

Cewki Rogowskiego (CR) jako przetworniki pola magnetycznego znajdują coraz częściej zastosowanie w energetyce, służąc do pomiaru prądów fazowych. CR cechuje szerokie pasmo pomiarowe oraz teoretycznie idealna liniowość w bardzo dużym zakresie mierzonych prądów – powyżej 4 dekad – wynikająca z braku efektu nasycania rdzenia magnetycznego. W prawidłowo skonstruowanej CR napięcie na wyjściu jest w niewielkim stopniu zależne od pól magnetycznych niezwiązanych z mierzonym prądem. Poziom napięcia wyjściowego dla typowej cewki wynosi 1 mV dla prądu o natężeniu 1 A płynącego w obwodzie pierwotnym. Napięcie na wyjściu cewki jest proporcjonalne do pochodnej prądu w obwodzie pierwotnym. W energetyce cewki Rogowskiego współpracują z mikroprocesorowymi urządzeniami pomiarowymi – sterującymi i zabezpieczeniowymi. W urządzeniach tych do odtworzenia kształtu sygnału pomiarowego stosuje się całkowanie w dziedzinie cyfrowej.

Dla użytkownika najważniejszym parametrem CR jest jej czułość, zdefiniowana jako iloraz wartości RMS napięcia na wyjściu cewki do wartości RMS prądu sinusoidalnego o częstotliwości 50 Hz płynącego w obwodzie pierwotnym. Czułość cewki wraz

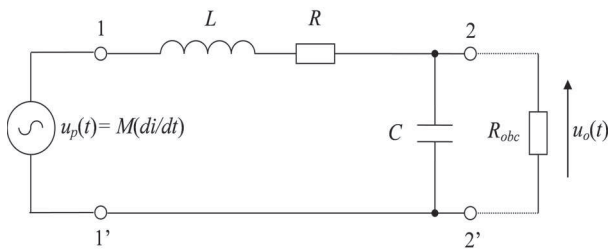
z wartościami elementów jej elektrycznego układu zastępczego pozwala w pełni określić zachowanie cewki w całym zakresie częstotliwości. Dla porównania pełna charakterystyka tradycyjnego rdzeniowego przekładnika prądowego wymaga podania wielu empirycznie wyznaczonych charakterystyk zależności prądu wtórnego od prądu pierwotnego.

Definicyjna metoda pomiaru czułości CR polega na pomiarze wartości skutecznej napięcia na wyjściu cewki przy znanej wartości prądu sinusoidalnego płynącego w obwodzie pierwotnym. Źródła prądu wzorcowego dostarczają prąd o wartości skutecznej zwykle do 10 A. Dla typowych cewek Rogowskiego napięcie na wyjściu przy takim prądzie jest rzędu 10 mV. Dodatkową trudnością w tej metodzie, poza niewielką wartością sygnału pomiarowego, jest konieczność odseparowania układu pomiarowego od pól magnetycznych pochodzących od znajdujących się w pobliżu cewki przewodów z prądem o częstotliwości 50 Hz oraz urządzeń zasilanych napięciem 50 Hz, takich jak silniki czy transformatory. Producenci CR zwykle nie podają wartości elementów równoważnego obwodu zastępczego cewki. Jedynym dodatkowym podawanym parametrem jest zakres częstotliwości, w którym cewka jest bardzo bliska idealnemu układowi różniczkującemu mierzony prąd.

Alternatywna metoda pomiaru parametrów CR wykorzystuje przebieg na wyjściu cewki w odpowiedzi na skok napięcia w obwodzie pierwotnym. Znajomość rezystancji cewki oraz jej odpowiedzi na skok jednostkowy pozwala wyznaczyć czułość cewki oraz wartości pozostałych elementów elektrycznego obwodu zastępczego. Cztery liczby – czułość oraz wartości trzech elementów obwodu zastępczego – w pełni charakteryzują CR w całym zakresie wartości skutecznych mierzonych prądów oraz w całym zakresie częstotliwości.

## 2. UKŁAD ZASTĘPCZY CR

Elektryczny układ zastępczy CR został przedstawiony na rys. 1.



Rys. 1. Układ zastępczy cewki Rogowskiego (opracowanie własne)

Zaciski 2-2' są zaciskami wyjściowymi cewki,  $L$  jest indukcyjnością własną cewki,  $C$  jest skupioną pojemnością reprezentującą rozłożoną pojemność międzyzwojową,  $R$  jest rezystancją cewki, a  $R_{obc}$  – zewnętrzną rezystancją dołączoną równolegle do zacisków wyjściowych cewki. Źródło o napięciu  $u_p$  reprezentuje siłę elektromotoryczną powstałą na skutek zmian strumienia indukcji magnetycznej przechodzącego przez uzwojenia cewki, wywołanego prądem płynącym w obwodzie pierwotnym cewki (prawo indukcji Faradaya).  $M$  jest indukcyjnością wzajemną cewki. Wartość  $M$  zależy od wymiarów geometrycznych uzwojenia wtórnego cewki. W przypadku, gdy cewka jest wykonana w postaci jednorodnego toroidu o średnicy  $d$  ( $d$  jest średnią arytmetyczną średnicy wewnętrznej i zewnętrznej toroidu) i  $N$  zwojach, każdy toroid o powierzchni  $A$ ,  $u_p$  wyraża się zależnością:

$$u_p(t) = -\frac{\mu_0 \cdot N \cdot A}{\pi \cdot d} \cdot \frac{di}{dt}, \quad M = -\frac{\mu_0 \cdot N \cdot A}{\pi \cdot d} \quad (1)$$

## 3. ODPOWIEDŹ CEWKI ROGOWSKIEGO NA SKOK PRĄDOWY

Transmitancja operatorowa układu między zaciskami 1-1' i 2-2' (rys. 1) jest równa

$$\frac{U_o(s)}{U_p(s)} = \frac{1}{1 + s \cdot R \cdot C + s^2 \cdot L \cdot C} \quad (2)$$

gdzie  $U_p(s)$  oraz  $U_o(s)$  są transformatami Laplace'a napięć  $u_p(t)$  i  $u_o(t)$ . W wypadku, gdy prąd w obwodzie pierwotnym jest skokiem jednostkowym

$$i_{skok}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ I_A, & t \geq 0 \end{cases}, \quad (3)$$

o transformacie

$$L(i_{skok}(t)) = \frac{I_A}{s}, \quad (4)$$

napięcie  $u_o(t)$  można wyznaczyć, korzystając z odwrotnej transformaty Laplace'a, uwzględniając, że operacji różniczkowania odpowiada mnożenie przez operator  $s$ :

$$u_o(t) = L^{-1} \left( \frac{M \cdot I_A}{1 + s \cdot R \cdot C + s^2 \cdot L \cdot C} \right) \quad (5)$$

Przy spełnionym zwykle w praktyce założeniu  $R < 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$  otrzymujemy

$$u_o(t) = -M \cdot I_A \cdot \frac{2 \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sin \left( \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left( \frac{R}{2 \cdot L} \right)^2} \cdot t \right)}{\sqrt{C} \cdot \sqrt{4 \cdot L - C \cdot R^2}} \quad (6)$$

Podstawiając do (6)

$$K = \frac{2 \cdot M \cdot I_A}{\sqrt{C} \cdot \sqrt{4 \cdot L - C \cdot R^2}}, \quad (7)$$

$$\tau = \frac{2 \cdot L}{R}, \quad (8)$$

$$\omega_w = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left( \frac{R}{2 \cdot L} \right)^2}, \quad (9)$$

otrzymujemy, że funkcja  $u_o(t)$  jest zanikającą wykładniczo sinusoidą o równaniu

$$u_o(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin s(\omega_w \cdot t) \quad (10)$$

Wartości parametrów  $K$ ,  $\tau$  oraz  $\omega_w$  wyznacza się na drodze aproksymacji danych pomiarowych funkcją postaci (10). Wartości  $L$  oraz  $C$  uzyskuje się następnie z zależności (8) i (9), przy czym za  $R$  przyjmuje się wartość rezystancji zmierzoną między zaciskami wyjściowymi cewki 2-2' (rys. 1) dla prądu stałego.

#### 4. SPOSÓB WYZNACZANIA CZUŁOŚCI CEWKI NA PODSTAWIE PARAMETRÓW ODPOWIEDZI NA SKOK JEDNOSTKOWY

Przedstawiony wyżej sposób pomiaru wartości parametrów obwodu zastępczego cewki Rogowskiego był prezentowany w [1]. Analiza odpowiedzi jednostkowej pozwala wyznaczyć również czułość cewki, a więc parametr najbardziej interesujący dla użytkownika.

Cewka Rogowskiego jest układem liniowym. Oznacza to, że dla prądu sinusoidalnego  $i(t)$  w obwodzie pierwotnym o postaci

$$i(t) = I_A \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (11)$$

napięcie  $u_o(t)$  na wyjściu cewki jest również sinusoidalne i, uwzględniając (1) oraz (2), jest postaci

$$u_o(t) = \left| M \cdot j \cdot \omega \cdot \left( \frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C - \omega^2 \cdot L \cdot C} \right) \right| \cdot I_A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (12)$$

gdzie  $\varphi$  jest przesunięciem fazy związanym z operacją różniczkowania cewki oraz transmitancją układu zastępczego między zaciskami 1-1' i 2-2' (rys. 1). Czułość  $S$  cewki wyraża się więc wzorem:

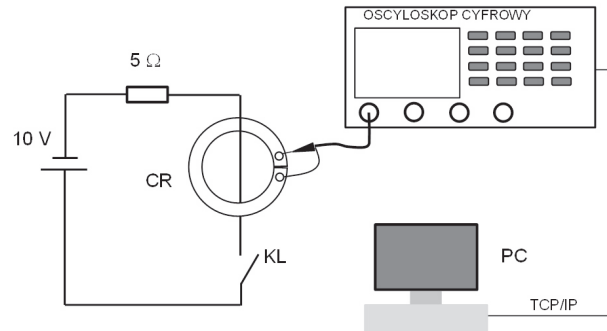
$$S = \left| \frac{u_{orms}}{i_{rms}} \right|_{\omega=2\pi \cdot 50[\text{rad/s}]} = \left| \frac{M \cdot j \cdot \omega}{1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C - \omega^2 \cdot L \cdot C} \right|_{\omega=2\pi \cdot 50[\text{rad/s}]} \quad (13)$$

Dla typowych wartości  $R$ ,  $L$  i  $C$  oraz  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 50$  [rad/s] zachodzi  $|1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C - \omega^2 \cdot L \cdot C| \cong 1$ . Uwzględniając to przybliżenie oraz podstawiając do (13)  $M$  wyznaczone z (7), otrzymuje się

$$S = \frac{\omega \cdot K \cdot \sqrt{C} \cdot \sqrt{4 \cdot L - C \cdot R^2}}{2 \cdot I_A} \Bigg|_{\omega=2\pi \cdot 50[\text{rad/s}]} \quad (14)$$

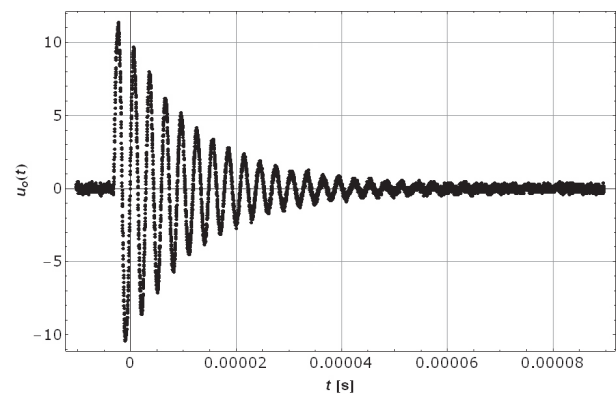
#### 5. UKŁAD POMIAROWY

Układ do pomiaru pełnego zestawu parametrów cewki Rogowskiego został przedstawiony na rys. 2.



Rys. 2. Układ pomiarowy (opracowanie własne)

W praktycznym układzie pomiarowym w przewodzie uzwojenia pierwotnego był wymuszony skok prądowy o amplitudzie 2 A. Dla typowych cewek Rogowskiego amplituda drgań – wielkość  $K$  we wzorze (10) – wynosi od 1 do 12 V. Dane pomiarowe były zbierane za pomocą oscyloskopu cyfrowego TDS3034B, a następnie były przesyłane za pomocą łącza Ethernet do komputera typu PC. Obróbka matematyczna danych pomiarowych była dokonywana za pomocą pakietu oprogramowania Mathematica®. Na rys. 3. przedstawiono przykładowy przebieg próbek napięcia na wyjściu cewki Rogowskiego wykonanej w technologii wielowarstwowych PCB.



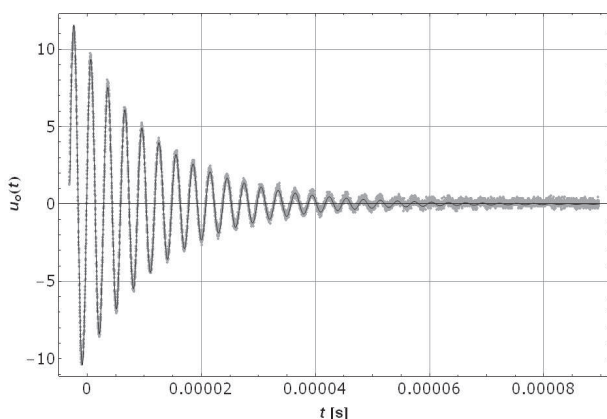
Rys. 3. Dane pomiarowe (opracowanie własne)

## 6. CZYNNIKI WPŁYWAJĄCE NA DOKŁADNOŚĆ POMIARU PARAMETRÓW CEWKI ROGOWSKIEGO

Opisywana metoda pomiaru parametrów cewki Rogowskiego wykorzystuje odpowiedź cewki na skok jednostkowy w postaci zbioru cyfrowo zapisanych próbek sygnału, z których każda jest parą postaci <czas, napięcie>. W dalszej analizie dokładności wyznaczenia parametrów cewki niepewności określenia czasu każdej próbki oraz niepewności określenia napięcia zostaną pominięte.

### 6.1. Oszacowanie dokładności wyznaczenia parametrów cewki ( $R$ , $L$ , $C$ )

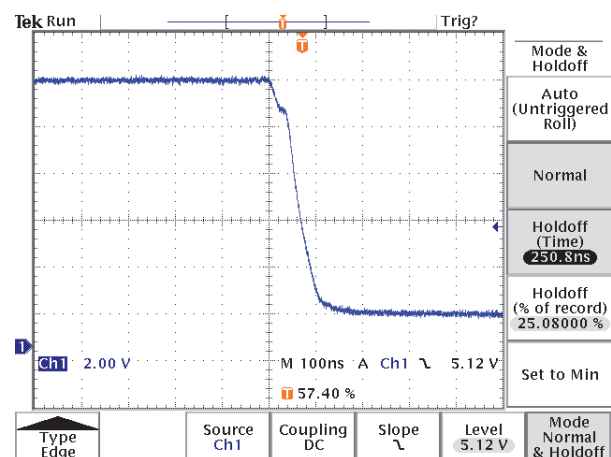
Rezystancja cewki,  $R$ , jest mierzona dla prądu stałego. Bez trudu można osiągnąć dokładność pomiaru tej rezystancji na poziomie 0,1%. Dokładność wyznaczenia  $L$  i  $C$  wynika przede wszystkim z dokładności aproksymacji danych pomiarowych funkcją (10). Liczba danych pomiarowych w przypadku, gdy użyto oscyloskopu cyfrowego typu TDS3034B, wynosi 10000. Dla tak dużej liczby danych w procesie aproksymacji następuje bardzo dobre odfiltrowanie szumów o wartości średniej równej 0 nałożonych na sygnał mierzony. Wartości  $L$  i  $C$  układu zastępczego zależą jedynie od stałych  $\tau$  i  $\omega_w$  (8) (9), natomiast nie zależą od  $K$ . Z tego powodu wzmocnienie toru układu pobierającego próbki cyfrowe (w tym wypadku oscyloskopu cyfrowego) nie ma wpływu na wyznaczone wartości  $L$  i  $C$ . Na rys. 4. przedstawiono przykładowe dane pomiarowe wraz z przebiegiem krzywej aproksymującej o parametrach wyznaczonych za pomocą oprogramowania Mathematica®.



Rys. 4. Dokładność aproksymacji danych pomiarowych (opracowanie własne)

### 6.2. Oszacowanie dokładności wyznaczenia czułości $S$ cewki Rogowskiego

Dokładność wyznaczenia czułości cewki  $S$ , jak to wynika z (14), zależy od dokładności wyznaczenia  $R$ ,  $L$ ,  $C$  oraz od dokładności wyznaczenia  $K$  i znajomości  $I_A$ . Możemy założyć, że amplituda skoku prądowego,  $I_A$ , jest znana z bardzo dużą dokładnością. Amplituda  $K$  zależy od czasu narastania skoku prądowego. Im wyższa jest częstotliwość drgań własnych cewki Rogowskiego,  $\omega_w$ , tym krótszy powinien być ten czas narastania. Wraz ze wzrostem czasu narastania skoku prądowego amplituda drgań,  $K$ , się zmniejsza. Symulacja odpowiedzi na skok prądowy, wykorzystująca model cewki (rys. 1), pozwala stwierdzić, że jeśli czas narastania jest krótszy niż  $0,02 \cdot (2\pi/\omega_w)$ , związany z nim błąd wyznaczenia amplitudy  $K$  jest mniejszy niż 0,1%. Na rys. 5. przedstawiono przebieg napięcia na rezystorze  $5 \Omega$  w momencie zamykania klucza  $KL$ . Przebieg ten odzwierciedla zachowanie czoła skoku prądowego używanego do mierzenia parametrów cewek Rogowskiego wykonanych za pomocą technologii wielowarstwowych PCB. Czas narastania zbocza wynosi ok. 100 ns.



Rys. 5. Napięcie na rezystorze ograniczającym prąd pomiarowy (opracowanie własne)

## 7. PODSUMOWANIE

Opisana metoda pomiaru parametrów cewki Rogowskiego charakteryzuje się szeregiem zalet w stosunku do tradycyjnej metody wykorzystującej źródło prądu sinusoidalnego o dużym natężeniu. Układ pomiarowy (rys. 2) nie zawiera elementów o dużej mocy. Minimalny czas trwania pobudzenia, jakim jest skok prądowy, powinien być kilkukrotnie dłuższy niż  $\tau$ . Dla olbrzymiej większości cewek Rogow-

skiego wystarczy impuls pomiarowy o czasie trwania poniżej kilkunastu milisekund. Do wytworzenia takiego impulsu można użyć źródła napięcia o niewielkiej mocy z odpowiednio dużym kondensatorem na wyjściu oraz rezystora małej mocy i prostego półprzewodnikowego klucza *KL*. Klucz prądowy *KL* zrealizowany za pomocą tranzystora bipolarnego lub typu MOSFET pozwala osiągnąć czas narastania zbocza prądowego krótszy niż 100 ns. Parametry cewki są wyznaczone z dużej ilości punktów pomiarowych, a więc następuje dobra filtracja szumów i zakłóceń nałożonych na sygnał pomiarowy. Ponadto poziom sygnału pomiarowego jest duży, zatem szu-

my toru pomiarowego nie odgrywają dużego znaczenia. Pewnym utrudnieniem jest konieczność dysponowania oprogramowaniem umożliwiającym dopasowanie funkcji parametrycznej do danych pomiarowych.

#### Literatura

1. Lisowiec A.: *Wpływ parametrów cewki Rogowskiego na wartości pomiarowe w stanach dynamicznych*. „Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa”, 2006, nr 8.

*Artykuł został zrecenzowany przez dwóch niezależnych recenzentów.*



*Pełnych radości, spokoju i nadziei Świąt Bożego Narodzenia  
oraz zdrowia, szczęścia, optymizmu, energii, wszelkiej pomyślności,  
sukcesów w życiu prywatnym i zawodowym w Nowym, 2014 Roku  
wszystkim P.T. Czytelnikom*

*życzy*

*Redakcja MiAG*