

Tomasz Stoeck

Wykorzystanie wielomianów interpolacyjnych do opisu charakterystyk zewnętrznych silnika zasilanego różnymi rodzajami paliw

Wprowadzenie

Jednym z najistotniejszych urządzeń wpływających na działalność i otoczenie człowieka jest silnik spalinowy, który niezmiennie stanowi podstawowe źródło napędu w transporcie drogowym. Jego wykorzystanie w sposób jak najbardziej efektywny, przy jednoczesnym ograniczeniu szkodliwego oddziaływania na środowisko naturalne, wymaga ciągłych i wszechstronnych badań. Do oceny właściwości silnika w całym zakresie wykonywanej pracy służą charakterystyki, czyli zależności parametrów roboczych od innego wskaźnika lub czynnika wpływającego na pracę jednostki napędowej [1]. Podstawę do ich sporządzania stanowią pomiary wielkości mierzonych na

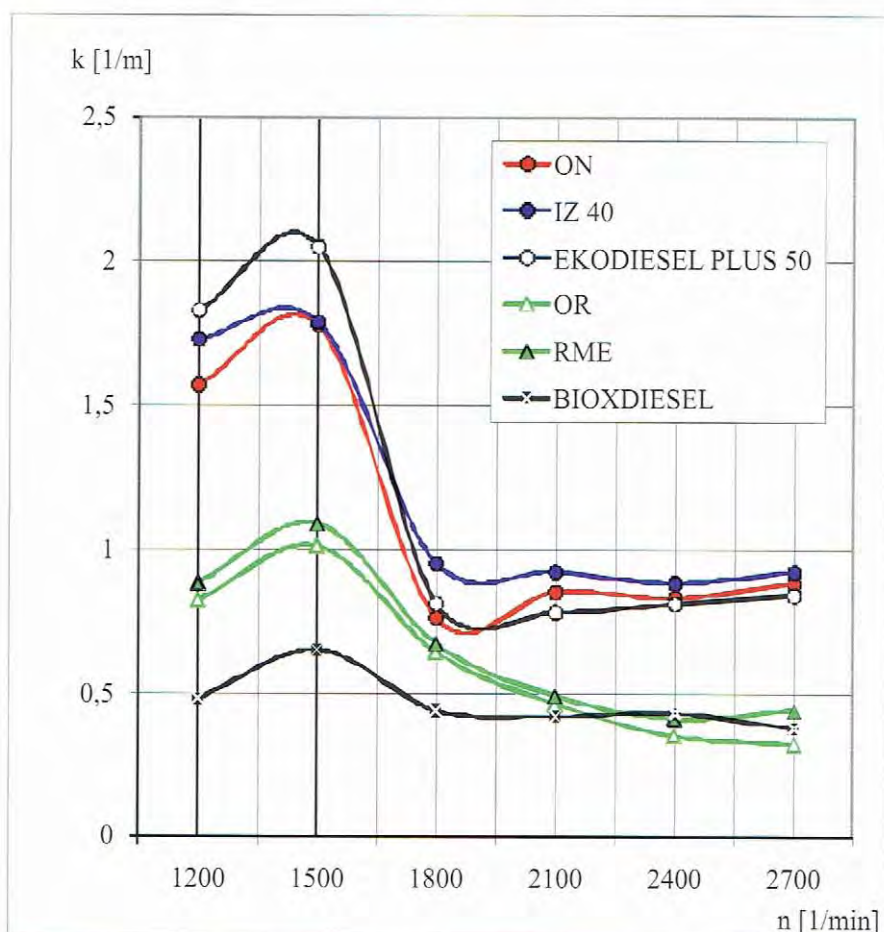
stanowisku hamownianym. Wyniki badań bardzo często prezentuje się w postaci charakterystyk pełnej mocy, nazywanych również zewnętrznymi, które przedstawiają graficzną zależność mocy użytecznej, momentu obrotowego i jednostkowego zużycia paliwa w funkcji prędkości obrotowej (przy największym dawkowaniu paliwa oraz optymalnej regulacji urządzeń zasilających) [1, 5]. Pomimo ich teoretycznego charakteru dają one przejrzysty obraz prowadzonych badań, a dodatkowo pozwalają na przedstawienie innych parametrów pracy silnika w zależności od prędkości obrotowej.

Warunkiem uzyskania prawidłowego przebiegu charakterystyki zewnętrznej jest wyznaczenie minimum sześciu

punktów pomiarowych [3]. Zaleca się również ich zagęszczenie w okolicach ekstremów i innych istotnych miejscach krzywych. Niestety wiąże się to ze zwiększeniem czasochłonności procesu badawczego, jak również ze wzrostem kosztów eksploatacyjnych. W tym celu opracowano procedurę obliczeniową wspomagającą poszczególne etapy eksperymentu, a która w zależności od potrzeb pozwala na oszacowanie pozostałych danych w prowadzonej serii badań. Mając na uwadze zachowanie minimalnej ilości punktów pomiarowych, skorzystano z metody opartej na wzorze interpolacyjnym Lagrange'a.

Metodyka pomiarów

Badania przeprowadzono na wolnossącym, czterosurowym silniku typu 359 o zapłonie samoczynnym. Wykorzystano do tego celu stanowisko wyposażone w hamulec hydrauliczny HWZ-3 wraz z systemem sterującym, wagową miernicę elektroniczną i dymomierz absorpcyjny MDO2. W poszczególnych cyklach pomiarowych jednostkę zasilano paliwami o odmiennych właściwościach fizykochemicznych: olejem napędowym letnim (ON), olejem napędowym zimowym (IZ 40), niskosiarkowym olejem napędowym (EKO-DIESEL PLUS 50), olejem rzepakowym (OR), estrem metylowym oleju rzepakowego (RME) oraz mieszaniną paliw (BIOXDIESEL o składzie: 70% ON, 25% RME i 5% odwodnionego etanolu). Wyniki pomiarów pozwoliły wyznaczyć szereg charakterystyk zewnętrznych silnika dla nastaw fabrycznych [4]. W niniejszym artykule skoncentrowano się na przedstawieniu krzywych współczynnika absorpcji promieniowania podczerwonego „k”, których przebieg opisano matematycznie za pomocą proponowanej metodyki obliczeń. Procedurę można jednak analogicznie wykorzystać dla pozostałych charakterystyk zewnętrznych danego silnika, a przy nieznacznej modyfikacji również dla innych stanowisk hamownianych w badaniach o podobnym profilu.



Rys. 1. Zbiorcza charakterystyka współczynnika absorpcji badanych paliw [4]

Metodyka obliczeń

Chcąc przedstawić opis matematyczny charakterystyk zewnętrznych uzyskanych w badaniach stanowiskowych, posłużono się jedną z podstawowych metod numerycznych zwanych interpolacją. Zagadnienie to sprowadza się do znalezienia funkcji $y = f(x)$, która w ściśle określonych punktach $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ przyjmuje dane wartości $y_0 = f(x_0), y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \dots, y_n = f(x_n)$. Z uwagi na niewielką ilość punktów pomiarowych zastosowano wzór interpolacyjny Lagrange'a [2]:

$$W_n(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_0-x_1)\dots(x_0-x_n)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)\dots(x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\dots(x_1-x_n)} + \dots + y_n \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1)\dots(x_n-x_{n-1})} \quad (1)$$

gdzie:

$W_n(x)$ – wielomian interpolacyjny Lagrange'a n-tego stopnia,

$x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ – punkty pomiarowe,

$y_0 = f(x_0), y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), \dots, y_n = f(x_n)$ – wartości funkcji w tych punktach.

Odczytów dokonywano w sześciu punktach pomiarowych przy następujących prędkościach obrotowych wału korbowego silnika: 1200, 1500, 1800, 2100, 2400, 2700 obr/min. Dla uproszczenia metodyki obliczeń jako jednostkę przyjęto [obr/s], w związku z czym otrzymano: $x_0 = 20, x_1 = 25, x_2 = 30, x_3 = 35, x_4 = 40, x_5 = 45$. Ogólne równanie funkcji opisującej krzywe współczynnika absorpcji można przedstawić następująco:

$$D(x) = \sum_{k=0}^5 f(x_k) \cdot d_k(x) \quad (2)$$

gdzie:

$$d_k(x) = \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\dots(x-x_5)}{(x_k-x_0)\dots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\dots(x_k-x_5)} \quad (3)$$

Przyjmując, że „k” przyjmuje wartości: 0, 1, 2, 3, 4, 5 oraz podstawiając poszczególne punkty pomiarowe uzyskano:

$$d_0(x) = \frac{(x-25)(x-30)(x-35)(x-40)(x-45)}{(-5)(-10)(-15)(-20)(-25)} = \frac{-W_0(x)}{375000} \quad (3.1)$$

$$d_1(x) = \frac{(x-20)(x-30)(x-35)(x-40)(x-45)}{(5)(-5)(-10)(-15)(-20)} = \frac{W_1(x)}{75000} \quad (3.2)$$

$$d_2(x) = \frac{(x-20)(x-25)(x-35)(x-40)(x-45)}{(10)(5)(-5)(-10)(-15)} = \frac{-W_2(x)}{37500} \quad (3.3)$$

$$d_3(x) = \frac{(x-20)(x-25)(x-30)(x-40)(x-45)}{(15)(10)(5)(-5)(-10)} = \frac{W_3(x)}{37500} \quad (3.4)$$

$$d_4(x) = \frac{(x-20)(x-25)(x-30)(x-35)(x-45)}{(20)(15)(10)(5)(-5)} = \frac{W_4(x)}{75000} \quad (3.5)$$

$$d_5(x) = \frac{(x-20)(x-25)(x-30)(x-35)(x-40)}{(25)(20)(15)(10)(5)} = \frac{W_5(x)}{375000} \quad (3.6)$$

Po sprowadzeniu powyższych zależności do wspólnego mianownika i podstawieniu do ogólnego równania funkcji (2) otrzymano:

$$D(x) = f(x_0) \cdot d_0(x) + f(x_1) \cdot d_1(x) + f(x_2) \cdot d_2(x) + f(x_3) \cdot d_3(x) + f(x_4) \cdot d_4(x) + \dots + f(x_5) \cdot d_5(x) \quad (4)$$

Jako przykład obliczeniowy wybrano krzywą uzyskaną przy zasilaniu silnika olejem napędowym letnim (ON). Dla przyjętych punktów pomiarowych wartości wynoszą odpowiednio: $f(x_0) = 1,57; f(x_1) = 1,78; f(x_2) = 0,76; f(x_3) = 0,85; f(x_4) = 0,83; f(x_5) = 0,88$. W związku z tym funkcja opisująca wybraną krzywą będzie miała postać:

$$D(x) = (1/375000)[-1,75 \cdot W_0(x) + 8,9 \cdot W_1(x) - 7,6 \cdot W_2(x) + 8,5 \cdot W_3(x) - \dots - 4,15 \cdot W_4(x) + 0,88 \cdot W_5(x)] \quad (5)$$

W celu przedstawienia wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a wyznaczono jego poszczególne składowe:

$$W_0(x) = x^5 - 175x^4 + 12125x^3 - 415625x^2 + 7046250x - 47250000 \quad (5.1)$$

$$W_1(x) = x^5 - 170x^4 + 11375x^3 - 373750x^2 + 6015000x - 37800000 \quad (5.2)$$

$$W_2(x) = x^5 - 165x^4 + 10675x^3 - 337875x^2 + 5222500x - 31500000 \quad (5.3)$$

$$W_3(x) = x^5 - 160x^4 + 10025x^3 - 307250x^2 + 4605000x - 27000000 \quad (5.4)$$

$$W_4(x) = x^5 - 155x^4 + 9425x^3 - 281125x^2 + 4113750x - 23625000 \quad (5.5)$$

$$W_5(x) = x^5 - 150x^4 + 8875x^3 - 258750x^2 + 3715000x - 21000000 \quad (5.6)$$

Końcową postać wielomianu interpolacyjnego opisującego krzywą współczynnika absorpcji dla silnika zasilanego olejem napędowym letnim (ON) można przedstawić następująco:

$$D_{ON}(x) = (1/375000)[4,96x^5 - 833x^4 + 54980x^3 - 1778650x^2 + 28119525x - \dots - 172773750] \quad (6)$$

Podsumowanie

W tabeli 1 zestawiono wielomiany interpolacyjne charakterystyk zewnętrznych zadymienia spalin dla wszystkich paliw wykorzystanych w badaniach. Ponieważ prowadzono je dla tych samych punktów pomiarowych, postać

Tab. 1.

Wielomiany interpolacyjne zbiorczej charakterystyki zewnętrznej współczynnika absorpcji dla każdego z badanych paliw

Paliwo	Postać wielomianu
ON	$D(x) = (1/375000)[4,96x^5 - 833x^4 + 54980x^3 - 1778650x^2 + 28119525x - 172773750] \quad (6)$ <p>gdzie: $f(x_0) = 1,57; f(x_1) = 1,78; f(x_2) = 0,76; f(x_3) = 0,85; f(x_4) = 0,83; f(x_5) = 0,88$</p>
IZ 40	$D(x) = (1/375000)[3,44x^5 - 579,25x^4 + 38342,5x^3 - 1244018,75x^2 + 19713787,5x - 121087500] \quad (7)$ <p>gdzie: $f(x_0) = 1,73; f(x_1) = 1,79; f(x_2) = 0,95; f(x_3) = 0,92; f(x_4) = 0,88; f(x_5) = 0,92$</p>
EKODIESEL PLUS 50	$D(x) = (1/375000)[4,91x^5 - 832x^4 + 55416,25x^3 - 1808900x^2 + 28835775x - 178391250] \quad (8)$ <p>gdzie: $f(x_0) = 1,83; f(x_1) = 2,05; f(x_2) = 0,81; f(x_3) = 0,78; f(x_4) = 0,81; f(x_5) = 0,84$</p>
OR	$D(x) = (1/375000)[x^5 - 171,75x^4 + 11642,5x^3 - 388406,25x^2 + 6346562,5x - 40121250] \quad (9)$ <p>gdzie: $f(x_0) = 0,82; f(x_1) = 1,01; f(x_2) = 0,64; f(x_3) = 0,46; f(x_4) = 0,35; f(x_5) = 0,32$</p>
RME	$D(x) = (1/375000)[1,16x^5 - 199,25x^4 + 13507,5x^3 - 450493,75x^2 + 7356212,5x - 46488750] \quad (10)$ <p>gdzie: $f(x_0) = 0,88; f(x_1) = 1,09; f(x_2) = 0,67; f(x_3) = 0,49; f(x_4) = 0,41; f(x_5) = 0,44$</p>
BIOXDIESEL	$D(x) = (1/375000)[0,75x^5 - 129,75x^4 + 8823,75x^3 - 294206,25x^2 + 4794937,5x - 30266250] \quad (11)$ <p>gdzie: $f(x_0) = 0,48; f(x_1) = 0,64; f(x_2) = 0,44; f(x_3) = 0,42; f(x_4) = 0,43; f(x_5) = 0,38$</p>

składowych (5.1), (5.2), (5.3), (5.4), (5.5) i (5.6) pozostaje niezmienną, a wyznaczenie końcowych funkcji sprowadza się jedynie do zastąpienia oraz wymnożenia stosownych współczynników kierunkowych. Przedstawiona metoda obliczeń była wykorzystana do opisu dowolnej charakterystyki zewnętrznej silnika 359, a w zależności od

potrzeb można ją zmodyfikować pod analogiczne badania prowadzone na innych stanowiskach.

Zastosowanie wielomianów interpolacyjnych pozwoliło na uproszczenie procedury badawczej do wymaganych sześciu punktów pomiarowych, gdyż szacowanie wartości dla innych prędkości obrotowych można prowadzić w sposób analityczny. Należy

jednocześnie podkreślić, że wykorzystanie metody opartej na wzorze interpolacyjnym Lagrange'a jest efektywne dla niewielkiej liczby węzłów. Zwiększanie ilości punktów pomiarowych prowadzi bowiem do szybkiego wzrostu złożoności wykonywanych obliczeń i nie gwarantuje zmniejszenia błędów interpolacji.

Bibliografia

1. Mysłowski J., Dobrzycki J.: *Konstrukcja i eksploatacja silników spalinowych pojazdów rolniczych (zagadnienia wybrane)*. Wydawnictwo Akademii Rolniczej w Szczecinie, Szczecin 1993.
2. Praca zbiorowa: *Metody numeryczne*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1992.
3. *Przewodnik do ćwiczeń laboratoryjnych z silników*. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, Szczecin 1989.
4. Stoeck T.: *Aspekt ekonomiczny i ekologiczny stosowania paliw rzepekowych do zasilania silnika z zapłonem samoczynnym*. Autobusy – Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe 2006, nr1-2.
5. Wajand J.: *Silniki o zapłonie samoczynnym*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1980.

Autor:

dr inż. Tomasz Stoeck, Katedra Eksploatacji Pojazdów Samochodowych, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, tstoeck@wp.pl

