

OCENA PRZYDATNOŚCI HIPOTEZ WYŁĘŻENIOWYCH DO PRZEWIDYWANIA TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ ELEMENTÓW KONSTRUKCJI

Walenty OSIPIUK*, Krzysztof ŁUKASZEWICZ*

*Katedra Budowy i Eksploatacji Maszyn, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45C, 15-351 Białystok

osipiuk@pb.edu.pl, k.lukaszewicz@pb.edu.pl

Streszczenie: Celem pracy jest analiza wyników badań trwałości zmęczeniowej przeprowadzonych na maszynie wytrzymałościowej INSTRON 8502 z wykorzystaniem próbek walcowych gładkich. Próby zmęczeniowe wykonano w proporcjonalnym, złożonym stanie obciążenia (kombinacja jednoosiowego rozciągania i skręcania) w cyklu obciążeń sinusoidalnych odzerowo-tętających. Testy przeprowadzono w obszarze ograniczonej trwałości zmęczeniowej. W pracy dokonano oceny przydatności hipotez Hubera, Tresci oraz Sdobyreva, do określenia trwałości zmęczeniowej do momentu inicjacji pęknięcia.

1. WPROWADZENIE

Zachowanie się elementów konstrukcji pracujących w warunkach jednoosiowego stanu naprężenia, w większości przypadków, można określić bez przeprowadzania czasochłonnych i kosztownych badań. Jednak duża grupa elementów maszyn pracuje w warunkach złożonego, cyklicznego stanu obciążenia. Wówczas ściśle i ilościowe ujęcie złożonych zjawisk towarzyszących procesowi zmęczenia nie do końca jest możliwe. Badania trwałości w takich warunkach są często bardzo złożone, a niekiedy nawet niewykonalne z technicznego punktu widzenia. Dlatego też, z reguły, rezygnuje się z bezwzględnej oceny wytrzymałości materiału i korzysta z oceny porównawczej. Wielu badaczy wskazuje, że pękanie materiału podczas obciążeń cyklicznie zmiennych łączy się prawie zawsze z odkształceniami plastycznymi (Kocańda i Kocańda, 1998; Kocańda, 1985; Mughrabi, 2009; Risbet i Feaugas, 2008; Zhang i Jiang 2007). Inicjację pęknięć uzasadnia się jako wynik gromadzenia dipoli dyslokacyjnych wzdłuż pasm poślizgów. Inicjacja następuje wtedy, gdy gęstość tych poślizgów w objętości o określonej wielkości osiągnie wartość krytyczną charakterystyczną dla danego materiału (Chan, 2010; Cheong i inni, (2007); Higashida i inni, 2008; Tanaka i inni, 1983; Seweryn i Mróz, 1996; Schijve, 2001). Na podstawie przeglądu wyników badań zmęczenia w złożonych stanach obciążeń (Karolczuk, 2008; Kocańda i Kocańda, 1998; Kim i inni, 2002; McClaffin i Fatemi, 2004; Shamsaei i Fatemi, 2009; Sonsino, 2001) nasuwa się twierdzenie, że wytrzymałość materiału nie jest funkcją wyłącznie naprężeń normalnych lub stycznych lecz złożoną ich kombinacją. Jest sens aby dążyć do sformułowania opisów bardziej ogólnych, syntetycznych, które umożliwiłyby prognozowanie trwałości zmęczeniowej w różnych warunkach, również przy obciążeniu nieproporcjonalnym. Takie podejście jest reprezentowane przez wielu autorów (Atzori i inni, 2006, Karolczuk, 2008; Łagoda, 2001; Morel i Pallin-Luc, 2002; Rusinko i Rusinko, 2009; Sonsino, 2001). Wydaje się, że sięganie do procesów elementarnych jest nieodzowne w tworzeniu nowych modeli syntetycznych. Modele wykorzystujące procesy elementarne są,

naszym zdaniem, interesująco przedstawione w pracach autorów (Łukaszewicz i Osipiuk, 2004, 2006, 2008, 2010). Budowanie modeli uogólnionych oraz korzystanie z nich wymaga zastosowania skomplikowanych procedur matematycznych i jest pracochłonne. Dlatego też w wielu zastosowaniach inżynierskich ma sens podejście prostsze, polegające na wykorzystaniu klasycznych hipotez wytrzymałościowych opracowanych dla obciążeń statycznych. Dotyczy to głównie obliczeń odnoszących się do określania granicy zmęczenia. W tym przypadku możliwość obliczeń zmęczeniowych na ogólnie przyjętych zasadach dla obliczeń statycznych została potwierdzona doświadczalnie (Buch, 1988; Kocańda i Kur, 1981). Bardzo często można zaobserwować korzystanie z hipotezy Hubera (HMH) lub Tresci – w przypadku materiałów w stanie elastoplastycznym (Kim i inni, 2002; Mazanek, 2005; McClaffin i Fatemi, 2004; Shamsaei i Fatemi, 2009; Sonsino, 2001).

W przypadku płaskiego stanu naprężenia, podczas jednoczesnego działania leżących w jednej płaszczyźnie naprężenia normalnego σ oraz stycznego τ , sprowadza się to do wykorzystania eliptycznego warunku plastyczności w postaci:

$$\left(\frac{\sigma}{R_e}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{R_{es}}\right)^2 = 1, \quad (1)$$

gdzie: R_e , R_{es} - odpowiednio, granice plastyczności przy rozciąganiu oraz skręcaniu.

Wykorzystanie zapisu (1) do obliczeń zmęczeniowych uzasadnia się tym, że zmiany zmęczeniowe pojawiają się jako lokalne, odkształcenia plastyczne (Kocańda i Szala, 1999). Na tej podstawie zastępuje się naprężenia σ oraz τ granicznymi amplitudami – σ_a , τ_a , a odpowiadające im granice plastyczności R_e , R_{es} granicami zmęczenia. Prowadzi to do powstania zależności (np. dla przypadku cyklicznego rozciągania ze skręcaniem) w postaci:

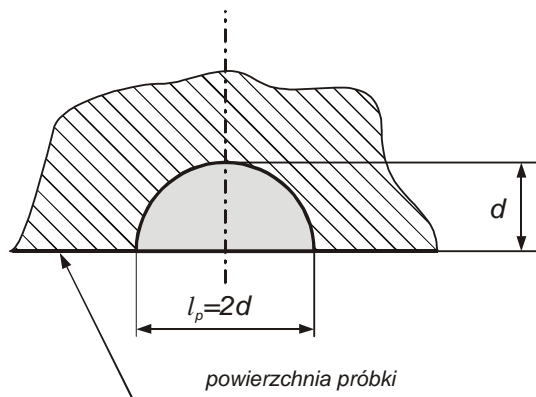
$$\left(\frac{\sigma_a}{Z_{rc}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{Z_{so}}\right)^2 = 1, \quad (2)$$

$$\begin{cases} p_p \cdot R_m = \sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} \\ \eta = \frac{\sigma_a}{\tau_a} \end{cases} \quad (4)$$

Przy różnych poziomach wyężenia p_p punkty przecięcia linii stałego stosunku η z poszczególnymi przebiegami naprężenia $\tau_a(\sigma_a)$ wyznaczają wartości naprężeń składowych τ_a i σ_a . Uzyskane na tej drodze naprężenia służyły jako parametry obciążenia przy badaniach eksperymentalnych.

Biorąc pod uwagę, że proces zmęczenia najczęściej dzieli się na fazę inicjacji oraz fazę propagacji pęknięcia (Chan, 2010; Kocańda i Kocańda, 1998; Nasr i inni, 2010; Sonsino, 2001), wskazane było przyjęcie takiej metody badań, która pozwalałaby na powtarzalne i jednoznaczne rozróżnianie tych faz. Ponadto pożądana była możliwość obserwacji i rejestracji parametrów jak, np. długość i kształt pęknięcia, bez konieczności przerywania cyklu obciążania próbki. Z wymienionych względów, w pracy, jako kryterium przejścia z fazy inicjacji do fazy rozwoju przyjęto pęknięcie o długości umożliwiającej jego jednoznaczną identyfikację przy wykorzystaniu metody obserwacji mikroskopem optycznym z urządzeniem stroboskopowym.

Na podstawie danych literaturowych (Karolczuk, 2008; Kocańda, 1985; Richard i inni, 2008; Santus i Taylor, 2009; Werner, 2000), jak również własnych obserwacji przełomów zmęczeniowych przyjmowano, że front propagującego mikropęknięcia w miarę jego powiększania się na powierzchni elementu będzie przyjmował kształt od półkolistego do półeliptycznego. Przy takim założeniu, głębokość mikropęknięcia d , rozumiana jako parametr uszkodzenia, będzie równa połowie wymiaru l_p pęknięcia widocznego na powierzchni próbki (Rys. 4).



Rys. 4. Schemat ilustrujący sposób określania wartości parametru d

Obserwacji i pomiarów długości pęknięcia widocznego na powierzchni próbki dokonywano począwszy od momentu umożliwiającego jego jednoznaczną identyfikację. Przyjęta optyczna technika obserwacji pozwalała na uchwycenie mikropęknięć o wielkości $l_p = \text{ok. } 0,2 \text{ mm}$ (Rys. 4).

Za liczbę cykli inicjacyjnych konsekwentnie przyjmowano liczbę cykli obciążeń, po której mikropęknięcie osiągało głębokość $d = 0,2 \text{ mm}$. Jako wynik przyjmowano średnią arytmetyczną, z co najmniej dwóch przeprowadzo-

nych pomiarów. W celu stwierdzenia czy wybrane mikropęknięcie będzie dominującym próbę zmęczeniową prowadzono do momentu osiągnięcia przez pęknięcie długości ok. 1mm. Uznawano, że w tym momencie kończy się pierwsze stadium pęknięcia, a rozpoczyna drugie, gdzie rozwój pęknięcia jest kontrolowany procesami zachodzącymi w jego wierzchołku.

3. OBLICZENIA TEORETYCZNE

Trwałość zmęczeniową w odniesieniu do momentu inicjacji pęknięcia wyrażano wartością naprężenia zredukowanego określanego na podstawie hipotez Hubera (σ_{red}^H), Tresca (σ_{red}^T) oraz Sdobyreva (σ_{red}^S).

Kryterium Sdobyreva zapisano w często wykorzystywanej postaci (Malinin i Rzyško, 1981; Plewa, 2005):

$$\sigma_{red}^S(\chi) = \chi \cdot \sigma_i + (1 - \chi)\sigma_1, \quad (5)$$

gdzie: χ – stała wyznaczana doświadczalnie, σ_1 – maksymalne naprężenie główne.

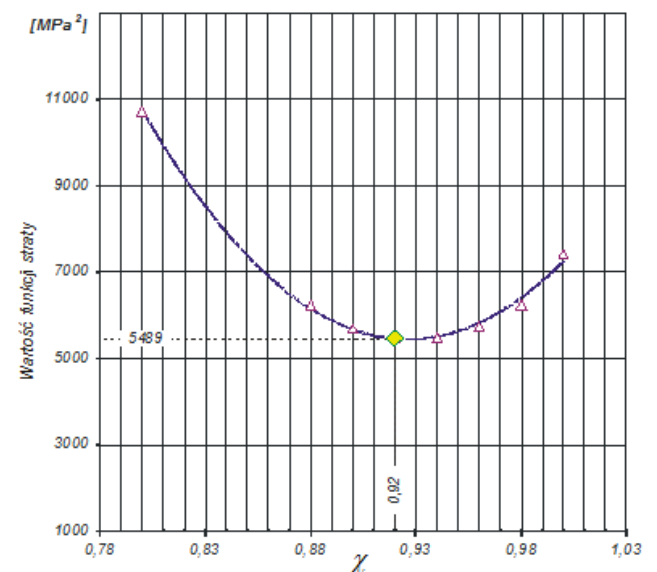
Należy zaznaczyć, że zapis hipotezy wyężenia w postaci (5) jest zapisem ogólnym wytrzymałości materiału na rozciąganie i uwzględnia różne mechanizmy pęknięcia materiałów – idealnie kruche ($\chi = 0$) uwarunkowane wartością maksymalnych naprężeń normalnych oraz pęknięcie plastyczne ($\chi = 1$) pod wpływem maksymalnych naprężeń stycznych w ujęciu energetycznym wyrażone hipotezą Hubera – Misesa - Hencky'ego

Maksymalne naprężenie główne σ_1 dla cyklu odzerowo-tętniącego wyznaczano na podstawie następującej zależności:

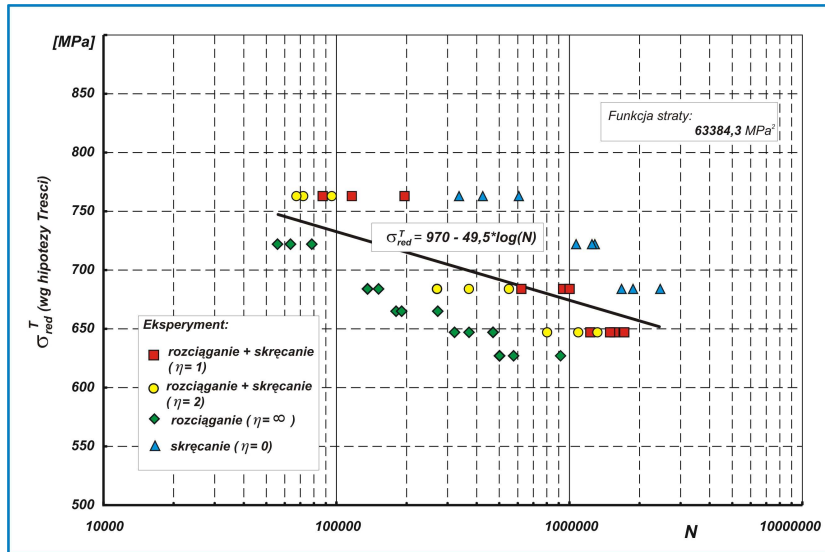
$$\sigma_1 = \sigma_a + \sqrt{\sigma_a^2 + 4 \cdot \tau_a^2}, \quad (6)$$

natomiast intensywność naprężeń σ_i , określano wg hipotezy Hubera, tj.:

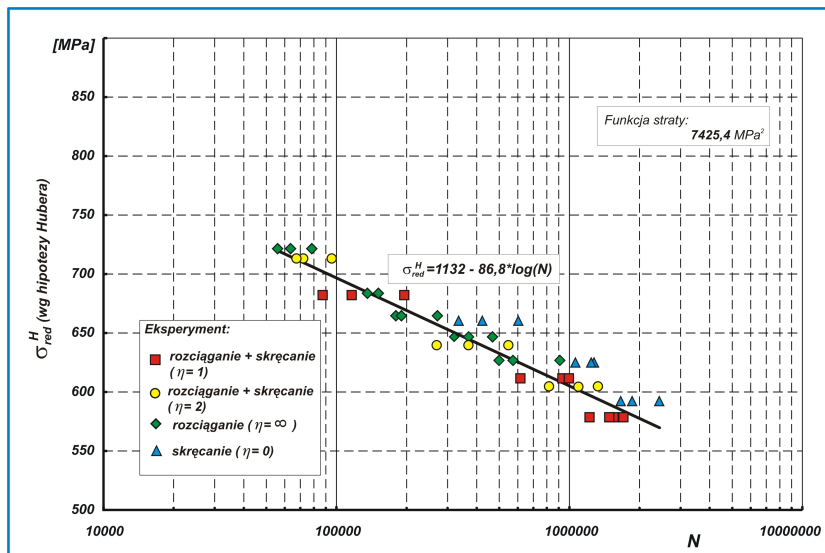
$$\sigma_i = \sqrt{4(\sigma_a^2 + 3 \cdot \tau_a^2)}, \quad (7)$$



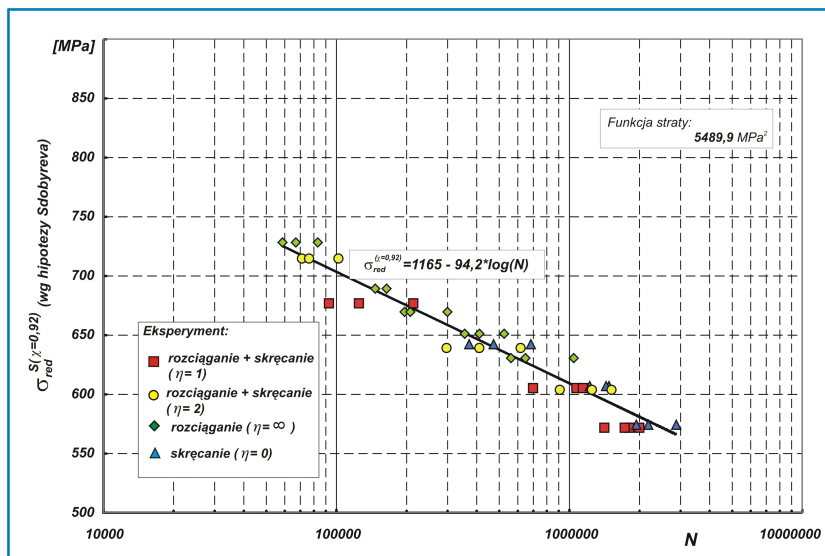
Rys. 5. Wizualizacja graficzna wyznaczania wartości stałej χ



Rys. 6. Zależność liczby cykli obciążeń do inicjacji pęknięcia od wartości naprężeń zredukowanych wg hipotezy Tresci



Rys. 7. Zależność liczby cykli obciążeń do inicjacji pęknięcia od wartości naprężeń zredukowanych wg hipotezy Hubera



Rys. 8. Zależność liczby cykli obciążeń do inicjacji pęknięcia od wartości naprężeń zredukowanych wg hipotezy Sdobyreva

Doboru optymalnej wartości współczynnika χ dokonywano na podstawie wartości tzw. funkcji straty (suma kwadratów odchyleń reszt), przy wykorzystaniu metod numerycznych. Na Rys. 5 przedstawiono, w sposób graficzny, wyznaczenie optymalnej wartości stałej χ .

Analizując wykres przedstawiony na Rys. 5 można zaobserwować, iż począwszy od punktu $\chi=1$ (odpowiadającemu hipotezie Hubera) wartość funkcji straty maleje do osiągnięcia minimum w punkcie $\chi=0,92$.

Na podstawie obliczonych wartości naprężeń zredukowanych σ_{red} i zaobserwowanej liczby cykli N do momentu inicjacji pęknięcia sporządzono i oceniono statystycznie wykresy (Rys. 6 – wg hipotezy Tresci), (Rys. 7 – wg hipotezy Hubera) oraz (Rys. 8 – wg hipotezy Sdobyreva) w półlogarytmicznym układzie $\sigma_{red} - \log N$.

4. PODSUMOWANIE

Na podstawie porównania rozrzutów danych eksperymentalnych można stwierdzić, że konfrontacja zarówno hipotezy Tresci (Rys. 6) jak i hipotezy Hubera (Rys. 7) wypadło mniej korzystnie, niż hipoteza określona zależnością Sdobyreva (Rys. 8). Oszacowanie z wykorzystaniem hipotezy Hubera i Sdobyreva jest wyraźnie lepsze niż oszacowanie z hipotezy Tresci.

Przy przyjęciu funkcji logarytmicznej do aproksymacji wyników doświadczalnych, w przypadku hipotezy Tresci otrzymano wartość determinacji równą 26,79%; oraz sumę kwadratów odchyleń reszt (funkcję straty) o wartości 63384,3MPa². Natomiast w przypadku hipotezy Hubera wartość determinacji osiągnęła wartość równą 88,4%. Suma kwadratów odchyleń reszt w tym przypadku wyniosła 7425,4MPa². W obu przypadkach niewystarczająco uwzględniona jest rola obciążenia skręcającego.

Modyfikacje empiryczne, takie jak hipoteza Sdobyreva pozwalają na trafniejsze prognozowanie trwałości (wartość sumy kwadratów odchyleń reszt wyniosła 5489,9MPa²). Kryterium te jednak wymaga określenia współczynnika zmiennej losowej χ .

Aby w pełni określić przydatność hipotezy Sdobyreva do określenia trwałości zmęczeniowej elementów należałoby wykonać także badania dla innych materiałów i rodzajów obciążeń.

LITERATURA

1. **Atzori B., Berto F., Lazzarin P., Quaresimin M.** (2006), Multi-axial fatigue behaviour of a severely notched carbon steel, *International Journal of Fatigue*, 28, 485–493.
2. **Buch A.** (1988), Fatigue strength calculation, *Material Science Surveys*, USA, No. 6.
3. **Chan K. S.** (2010), Roles of microstructure in fatigue crack initiation, *International Journal of Fatigue*, 32, 1428–1447.
4. **Cheong K-S., Smillie M. J., Knowles D. M.** (2007), Predicting fatigue crack initiation through image-based micromechanical modeling, *Acta Materialia* 55, 1757–1768.
5. **Dietrich M. (red.)** (1999), *Podstawy konstrukcji maszyn*, Tom 1, WNT, Warszawa.
6. **Higashida K., Tanaka M., Hartmaier A., Hoshino Y.** (2008), Analyzing crack-tip dislocations and their shielding effect on fracture toughness, *Materials Science and Engineering*, A 483–484, 13–18.
7. **Karolczuk A.** (2008), Non-local area approach to fatigue life evaluation under combined reversed bending and torsion, *International Journal of Fatigue*, 30, 1985–1996.
8. **Karolczuk A., Łagoda T.** (2002), Wyznaczanie położeń płaszczyzn krytycznych według gęstości energii odkształceń z uwzględnieniem gradientów naprężeń, *XIX Symp. Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji*, Bydgoszcz-Pieczyska, Wyd. Uczelniane ATR w Bydgoszczy, Bydgoszcz.
9. **Kim K.S., Chen X., Han C., Lee H.W.** (2002), Estimation methods for fatigue properties of steels under axial and torsional loading, *International Journal of Fatigue*, 24, 783–793.
10. **Kocańda A., Kocańda S.** (1998), *Niskocyklowa wytrzymałość zmęczeniowa metali*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa.
11. **Kocańda S.** (1985), *Zmęczeniowe pękanie metali*. WNT, Warszawa.
12. **Kocańda S., Kur J.** (1981), Strefa plastyczna wokół zmęczeniowego pęknięcia w stali o małej zawartości węgla, *Biuletyn WAT*, No. 12.
13. **Kocańda S., Szala J.** (1999), *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*. Wyd. Naukowe PWN, Warszawa.
14. **Łukaszewicz K., Osipiuk W.** (2006), Zmęczenie materiału w warunkach stałych odkształceń odzerowo tętniących. *XXII Sympozjum mechaniki eksperymentalnej ciała stałego imienia prof. Jacka Stupnickiego*, Oficyna Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 321–326.
15. **Łukaszewicz K., Osipiuk W.** (2008), Strain hardening under non-proportional loading in polycrystalline aluminum alloys, *Engineering Transactions*, 56, 4, 311–324.
16. **Łukaszewicz K., Osipiuk W.** (2010), Weryfikacja doświadczalna kryterium trwałości zmęczeniowej elementów w warunkach złożonego stanu obciążenia, *Aparatura Badawcza i Diagnostyczna*, tom XV, Nr 1, 45-52.
17. **Luszniewicz A., Słaby T.** (2003), *Statystyka z pakietem komputerowym STATISTICA PL. Teoria i zastosowania*. Wyd. C.H. BECK, Warszawa.
18. **Macha E.** (1989), *Generalization of fatigue fracture criteria for multiaxial sinusoidal loadings in the change of candom loadings*, *Biaxial and Multiaxial Fatigue*, Mech. Engineer. Publications, London.
19. **Malinin N. N., Rżysko J.** (1981), *Mechanika materiałów*, PWN, Warszawa.
20. **Mazanek E. (red.)** (2005), *Przykłady obliczeń z podstaw konstrukcji maszyn*, tom 1, WNT, Warszawa.
21. **McClafflin D., Fatemi A.** (2004), Torsional deformation and fatigue of hardened steel including mean stress and strain gradient effect, *International Journal of Fatigue*, 26, 773–784.
22. **Morel F., Pallin-Luc T.** (2002), A non-local theory applied to high-cycle multiaxial fatigue, *Fatigue Fracture*, Eng. Mater. Struct. 25, 649-665.
23. **Mughrabi H.** (2009), Cyclic slip irreversibilities and the evolution of fatigue damage, *Metallurgical And Materials Transactions*, Vol. 40A, 1257-1279.
24. **Nasr A., Nadot Y., Bouraoui Ch., Fathallah R., Jouiad M.** (2010), Fatigue initiation in C35 steel: Influence of loading and defect, *International Journal of Fatigue*, 32, 780–787.
25. **Osipiuk W., Łukaszewicz K.** (2004), Inicjacja pęknięcia zmęczeniowego w warunkach występowania przeciężeń. *XXI Sympozjum Mechaniki Eksperymentalnej Ciała Stałego*, Jachranka 2004, Warszawa, 367 – 372.
26. **Plewa M.** (2005), Analiza powierzchni zniszczenia przy pełzaniu stali OH2M w złożonym stanie naprężeń, *XXII Sympozjon PKM*, Gdynia-Jurata 2005, Wyd. Fundacji Akademii Morskiej, Gdynia.
27. **Richard H.A., Sander M., Fulland M., Kullmer G.** (2008), Development of fatigue crack growth in real structures, *Engineering Fracture Mechanics*, 75, 331–340.

28. **Risbet M., Feaugas X.** (2008), Some comments about fatigue crack initiation in relation to cyclic slip irreversibility, *Engineering Fracture Mechanics*, 75, 3511–3519.
29. **Rusinko A., Rusinko K.** (2009), Synthetic theory of irreversible deformation in the context of fundamental bases of plasticity, *Mechanics of Materials*, 41, 106–120.
30. **Santus C., Taylor D.** (2009), Physically short crack propagation in metals during high cycle fatigue, *International Journal of Fatigue*, 31, 1356–1365.
31. **Schijve J.** (2001), *Fatigue of structures and materials*, New York; 2001.
32. **Seweryn A., Mróz Z.** (1996), Damage accumulation and fracture criterion for complex state loading. *Arch. Budowy Maszyn*. XLIII, 2-3, 269-283.
33. **Shamsaei N., Fatemi A.** (2009), Deformation and fatigue behaviors of case-hardened steels in torsion: Experiments and predictions, *International Journal of Fatigue*, 31, 1386–1396.
34. **Sonsino C. M.** (2001), Influence of load and deformation-controlled multiaxial tests on fatigue life to crack initiation, *International Journal of Fatigue*, 23, 159-167.
35. **Tanaka K., Hojo M., Nakai Y.** (1983), Fatigue crack initiation and early propagation in 3% silicon iron. *ASTM STP-811*, 207-232.
36. **Werner K.** (2000), *Analiza rozwoju pótleptycznych pęknięć zmęczeniowych* Monografie, Nr 70, Wyd. Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa.
37. **Zhang J., Jiang Y.** (2007), An experimental study of the formation of typical dislocation patterns in polycrystalline copper under cyclic shear, *Acta Materialia*, 55, 1831–1842.

THE ESTIMATION STRENGTH OF MATERIALS HYPOTHESES APPLICABILITY TO THE FATIGUE LIFE PREDICTION OF CONSTRUCTION ELEMENTS

Summary: An aim of the work is the analysis of fatigue life experiments results on the INSTRON 8502 machine. For testing applied hour-glass shaped specimens under proportional biaxial cycling loads state (combination tension - torsion). In the paper estimations the usefulness hypotheses Huber, Tresca and Sdobyrev, to define of the fatigue life were worked.

Opracowano w ramach pracy statutowej S/WM/4/2010 realizowanej w Politechnice Białostockiej.