

# Wyznaczanie nacisków w strefie kontaktu szyny z kołem z zastosowaniem Metody Elementu Skończonego

Łukasz Bohdal, Katarzyna Gotowała, Radosław Patyk

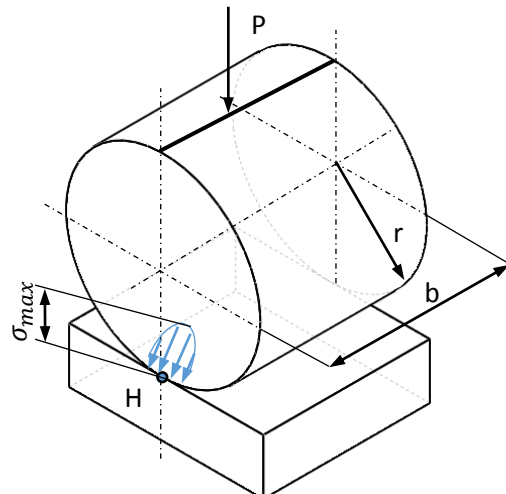
W pracy przedstawiono metodykę wyznaczania nacisków kontaktowych dla układu szyna – koło. Rozwiązanie postawionego problemu stanowi wiedzę podstawową niezbędną do prawidłowego projektowania części. Dotychczasowe rozwiązania problemu na drodze analitycznej (z zastosowaniem teorii Hertza) były rozwiązaniami przybliżonym ze względu na daleko idące uproszczenia. W proponowanym rozwiązaniu numerycznym z zastosowaniem Metody Elementu Skończonego znacząco zmniejszono ilość założeń i uproszczeń w porównaniu do rozwiązania analitycznego powodując, że uzyskane wyniki w znacząco lepszym stopniu modelują rzeczywiste zachowanie się obiektu badanego. Opracowany ogólny model kontaktu szyny z kołem można modyfikować uzyskując przypadki szczególne.

**Słowa kluczowe:** naciski kontaktowe, Metoda Elementu Skończonego, zjawisko kontaktu

## Wstęp

Aktualnie od projektanta wymaga się świadomego konstruowania maszyn i urządzeń, a w efekcie ich optymalizacji lub polioptymalizacji pod względem wybranych kryteriów [2÷12]. Takie podejście wymaga pełnej wiedzy z zakresu skutków stosowania poszczególnych technologii wytwarzania oraz warunków eksploatacji poszczególnych części. Podczas projektowania rozpatruje się ekstremalne sytuacje eksploatacyjne i dla takich warunków przeprowadza się odpowiednie obliczenia inżynierskie. Najtrudniejsze do rozwiązania są zagadnienia związane ze zjawiskiem kontaktu ciał. W przypadku dociskania do siebie ciał występują naprężenia stykowe zwane naciskami kontaktowymi. Wyznaczenie wartości i rozkładu nacisków kontaktowych jest niezbędne do prawidłowego projektowania części kontaktujących się ze sobą i stanowią element warunku wytrzymałościowego ( $\sigma_{max} \leq k_{dH}$ ), gdzie:  $\sigma_{max}$  jest największym naprężeniem ściskającym występującym w środkowym punkcie H na powierzchni styku oraz  $k_{dH}$  jest wartością naprężeń dopuszczalnych na docisk powierzchniowy dla poszczególnych gatunków materiałów (rys. 1). Znane są analityczne rozwiązania Hertza dla przypadków ogólnych np. kontaktu kuli z kulą lub kontaktu walca z płaszczyzną, należy jednak pamiętać, że rozwiązania te są ważne tylko przy przyjęciu następujących założeń: - materiały stykających się ciał spełniają prawo Hooke'a i są izotropowe, - podczas dociskania ciał występują tylko naprężenia normalne oraz - powierzchnia styku ciał jest ciągła oraz odpowiednio mała w stosunku do ich

wymiarów. Jednocześnie należy zaznaczyć, że w takich przypadkach w warstwie wierzchniej kontaktujących się obiektów powstaje specyficzny stan naprężeń, tzn. maksymalne naprężenie styczne pojawiają się nie na powierzchni styku, a na pewnej głębokości od niej (w tzw. punkcie Bielajewa).



**Rys. 1.** Rozkład nacisków kontaktowych dla przypadku kontaktu walca z płaszczyzną

Wartość maksymalnych naprężeń ściskających działających na styku walca z płaszczyzną określa się na podstawie rozwiązania Hertza według wzoru:

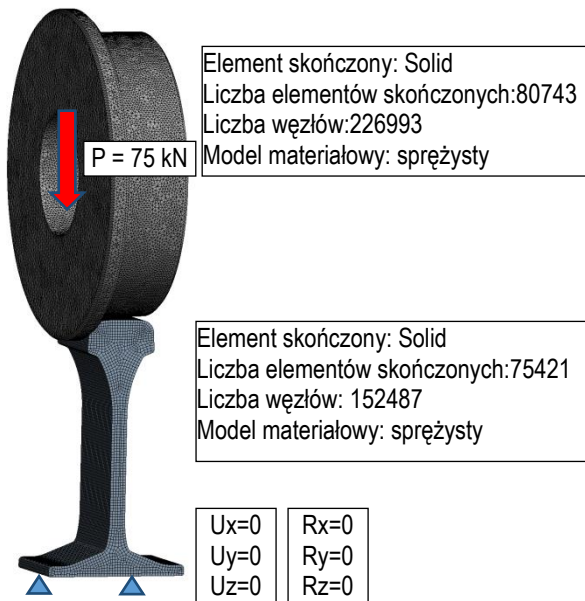
$$p_{max} = -\sigma_{y_{max}} = \left( \frac{PE}{2\pi(1-\vartheta^2)rb} \right)^{1/2}, \text{ gdzie:}$$

b - długość walca [m], r - promień walca [m], P - obciążenie [N],  $\vartheta$  - współczynnik Poissona.

Znane są również inne rozwiązania analityczne i eksperymentalne służące do określania nacisków w strefie kontaktu dla wybranych przypadków powierzchniowych obróbek plastycznych np. rozwiązanie analityczne Bussinesqa lub też mnogość rozwiązań uzyskanych na drodze eksperymentalnej np. Hegenscheidt, Kudrjavcev i inne. Z analizy literatury wynika, że wielu badaczy problem wyznaczania wartości i rozkładu nacisków w strefie kontaktu zidentyfikowało i próbowało rozwiązać stosując różne metody. Jednakże porównanie



Ciągły model geometryczny zdyskretyzowano elementami skończonymi typu Solid o liniowej funkcji kształtu. Model dyskretny obiektu badań przedstawiono na rysunku 5. Na model dyskretny nałożono warunki brzegowo-początkowe: stopkę szyny unieruchomiono (odebrano translacyjne i rotacyjne stopnie swobody), zaś na oś koła nałożono siłę skupioną odpowiadającą ciężarowi wózka transportowego wraz z ładunkiem przypadającym na jedno koło o wartości: 75 kN.

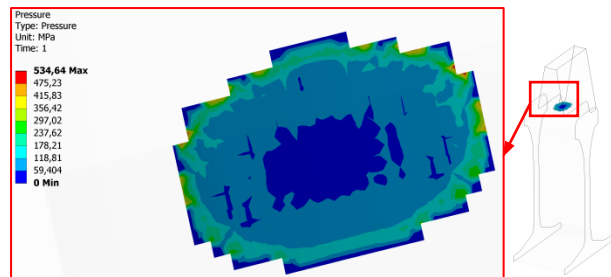


Rys. 5. Model dyskretny dla kontaktu szyny z kołem wózka transportowego

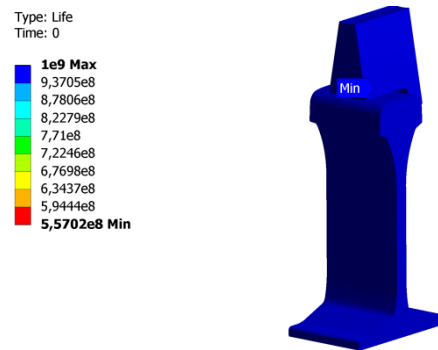
Do rozwiązania opracowanego równania ruchu zastosowano metodę całkowania niejawnego według algorytmu Newmarka. Po przeprowadzeniu obliczeń otrzymano rozwiązanie w postaci wyznaczonego stanu naprężeń zredukowanych (rys. 6), nacisków w strefie kontaktu (rys. 7) oraz trwałości (rys. 8). Na rysunku 9 przedstawiono krzywą Wöhlera opisującą zmianę liczby cykli (trwałość) w zależności od wartości obciążenia obiektu.



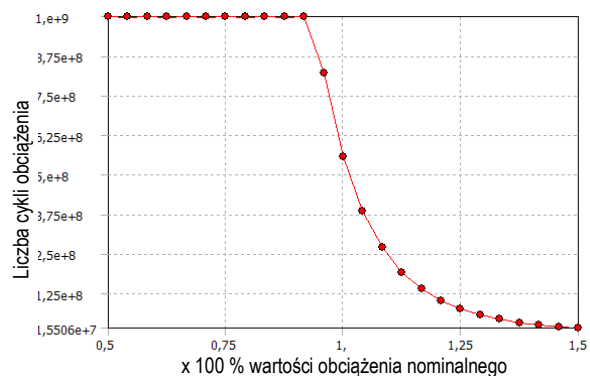
Rys. 6. Stan naprężeń zredukowanych dla przypadku kontaktu koła z szyną



Rys. 7. Stan nacisków w strefie kontaktu koła z szyną



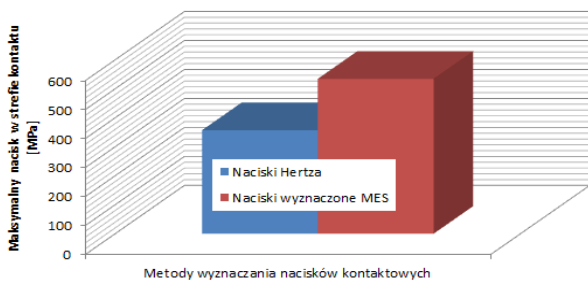
Rys. 8. Trwałość (liczba cykli obciążenia) – odporność na zużycie zmęczeniowe postaciovie



Rys. 9. Zmiana liczby cykli obciążenia w zależności od wartości obciążenia nominalnego

### 3. Zestawienie wyników

Po przeprowadzeniu obliczeń numerycznych oraz obliczeń analitycznych wykorzystując wzory Herta dla danego przypadku wyznaczono maksymalne naciski kontaktowe i zestawiono je w formie wykresu (rys. 10). Na podstawie przeprowadzonych analiz opracowano wnioski.



**Rys. 10.** Zestawienie wyników obliczeń nacisków kontaktowych dla rozwiązania Hertza oraz z zastosowaniem Metody Elementu Skończonego

## Wnioski

Po porównaniu wyników obliczeń nacisków kontaktowych analitycznych oraz z zastosowaniem Metody Elementu Skończonego w skojarzeniu szyna-koło opracowano następujące wnioski:

- wyznaczanie nacisków kontaktowych ze wzorów Hertza jest niezwykle proste, jednakże możliwe tylko dla prostych przypadków geometrycznych, w sytuacji gdy powierzchnie kontaktujące są krzywoliniowe wyznaczenie nacisków jest bardzo trudne,

- wyznaczanie nacisków kontaktowych za pomocą Metody Elementu Skończonego umożliwia wyznaczenie nie tylko wartości maksymalnych nacisków (jak dla rozwiązania Hertza), ale cały rozkład wraz z obszarem kontaktu,

- dla analizowanego przypadku maksymalne wartości nacisków kontaktowych są większe dla numerycznej metody ich wyznaczania, zatem przyjęcie wartości zanizonych (rozwiązanie Hertza) może prowadzić do niewłaściwego zaprojektowania kół wózków transportowych.

## Bibliografia

- Bohdal Ł., Gotowała K., Using of high speed blanking process in the aspect of car elements forming. *Autobusy – TEST* 2016, nr 8.
- Bohdal Ł., Kukielka L., Kukielka K., Kułakowska A., Maląg L., Patyk R.: *Three dimensional finite element simulation of sheet metal blanking process*, *Applied Mechanics and Materials*, 2014, Vol. 474, s. 430-435.
- Gotowała, K., Patyk, R.: *Zastosowanie nowoczesnych metod modelowania i symulacji w projektowaniu maszyn i urządzeń*, 2016, *Autobusy*, R. 17, nr 8, s. 275-280
- [http://drogizelazne.org/obrazy/UIC60\\_1.jpg](http://drogizelazne.org/obrazy/UIC60_1.jpg)
- Kukielka L., Kułakowska A., Patyk R.: *Numerical analysis of embossing process of regular inequalities with triangular outline on cylindrical semi product*, 2010, *Journal of Systemics*, s. 3.
- Kukielka L., Szczesniak M., Patyk R., Kułakowska A., Kukielka K., Patyk S., Gotowała K., Kozak D.: *Analysis of the states of deformation and stress in the surface layer of the product after the burnishing cold rolling operation*, 2016, *Materials Science Forum*, Vol. 862, s. 278-287.
- Kułakowska, A., Patyk R., Bohdal Ł.: *Application of burnishing process in creating environmental product*, 2014, *Rocznik Ochrona Środowiska* 16 s. 323-335.

- Maląg L., Kukielka L., Kukielka K., Kułakowska A., Bohdal Ł., Patyk R.: *Problems determining of the mechanical properties of metallic materials from the tensile test in the aspect of numerical calculations of the technological processes*, *Applied Mechanics and Materials*, 2014, Vol. 474, s. 454-459.
- Patyk R., Kukielka L., Kukielka K., Kułakowska A., Maląg L., Bohdal Ł.: *Numerical study of the influence of surface regular asperities prepared in previous treatment by burnishing*, *Applied Mechanics and Materials*, 2014, Vol. 474, s. 448-453.
- Patyk R., Kukielka L.: *Prognozowanie wytrzymałości zmęczeniowej zęba kultywatora z wykorzystaniem metod numerycznych*, 2009, *Inżynieria Rolnicza* 13, s. 181-187.
- Patyk R., Patyk S., Kukielka L.: *Determination of the principal burnishing force roller roughness surface with regular periodical outlines asperities using numerical methods*, 2015, *Mechanik*, s. 270-280.
- Patyk R., Patyk S., Kukielka L.: *The numerical determination of contact zone tool and work-pieces in burnishing rolling process*, *Computer Methods in Materials Science*, 2009, Vol. 9, No. 1, s. 61-65
- Patyk R.: *New method of technological surface layer shaping of machine parts during duplex burnishing rolling process*, *Steel Research International*, 2012, s. 115-118.
- Patyk S., Patyk R., Kukielka L.: 2010, *Eksperymentalne i numeryczne metody określania parametrów siłowych w procesie nagniatania tocznego powierzchni chropowatej*, *Pomiary Automatyka Kontrola* 56, 2010, s. 620-623
- Patyk, R., Kukielka L., Kukielka K., Kułakowska A., Szczepaniak K.: *Analiza ubytku właściwości użytkowych noży pielnika aktywnego*, 2011, *Inżynieria Rolnicza* 15, s. 223-229.

## Autorzy:

**Łukasz Bohdal** – Politechnika Koszalińska, Wydział Mechaniczny, ul. Raclawicka 15-17, 75 620 Koszalin, Polska,  
**Katarzyna Gotowała** – Politechnika Koszalińska, Wydział Mechaniczny, ul. Raclawicka 15-17, 75 620 Koszalin, Polska,  
**Radosław Patyk** – Politechnika Koszalińska, Wydział Mechaniczny, ul. Raclawicka 15-17, 75 620 Koszalin, Polska,

## Determining the pressure in the contact area of the rail with the wheel using the Finite Element Method

The paper presents a methodology for the determination of contact pressure for the rail-wheel system. The solution to the problem posed is the basic knowledge necessary for proper part design. Previous solutions to the problem in the analytical way (using Hertz's theory) were approximate because of far-reaching simplifications. The proposed numerical solution using the Finite Element Method significantly reduced the number of assumptions and simplifications compared to the analytical solution, resulting in significantly better results. The model of the actual behavior of the test object is modeled. The overall model of the wheel-to-wheel contact can be modified to obtain specific cases.

**Key words:** contact pressure, finite element method, contact phenomenon.