

Meandry procedur obliczeniowych płaskich stropów żelbetowych na przebiecie

Dr hab. inż. Tadeusz Urban, prof. PŁ, dr inż. Michał Goldyn, Politechnika Łódzka

1. Wprowadzenie

Minęło już ponad 60 lat od wprowadzenia pierwszej polskiej normy PN-56/B-03260 [9] dotyczącej zasad obliczania i projektowania konstrukcji żelbetowych. Nie ma w niej bezpośredniego odniesienia do problematyki przebiecia, ale zostały podane zasady konstrukcyjne, jak się przed nim zabezpieczyć (rys. 1). Te reguły pozwoliły na bezpieczne stosowanie tzw. stropów grzybkowych przez kilkadziesiąt lat, a zawdzięczamy je dwom inżynierom: amerykańskiemu C. Turnerowi (patent – 1905 r. – rysunek 2) i szwajcarskiemu R. Maillartowi (pierwsza realizacja – 1910 r.). Na rysunku 3 pokazano przykład głowicy podporowej stropu z lat 30. ubiegłego wieku.

W polskich przepisach normowych procedura obliczeniowa przebiecia pojawia się po raz pierwszy w 1976 r. i w zasadzie do ostatniej edycji PN-B-03264 z 2002 r. [10] nie ulegała zasadniczym zmianom. Przepisy te wzorowane były na zasadach amerykańskiej normy ACI-318 [1]. Obwód kontrolny ustalono w odległości $d/2$ od krawędzi słupa (rys. 4). Przyjęcie obwodu kontrolnego w odległości $d/2$ było konsekwencją założenia nachylenia rysy ukośnej pod kątem 45° (rys. 4b).

W przypadku przekroczenia obliczeniowych naprężeń krytycznych strefę przypodporową można było wzmocnić zbrojeniem poprzecznym – strzemionami lub zbrojeniem odgiętym. Obowiązywały jednak pewne ograniczenia, które w przypadku ostatniej polskiej normy PN-B-03264:2002 [10] przedstawiały się następująco:

$$N_{Sd} - (g + q)A \leq N_{Rd,max} = 1,4f_{ctd}u_p d, \quad (1)$$

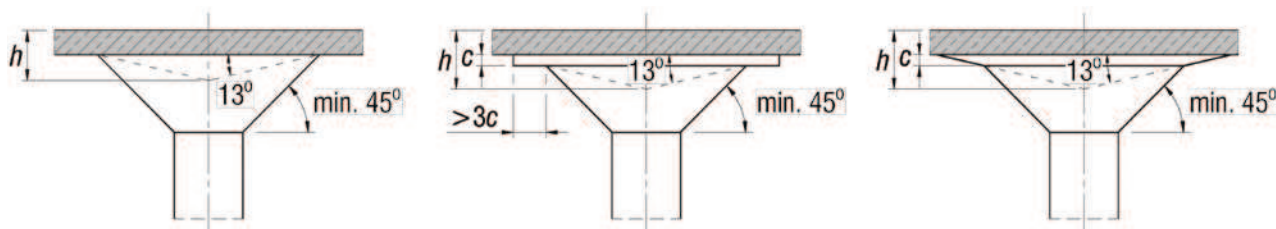
$$N_{Sd} - (g + q)A \leq N_{Rd,max} = \sum A_{sw1}f_{ywd} + \sum A_{sw2}f_{ywd} \sin \alpha, \quad (2)$$

gdzie:

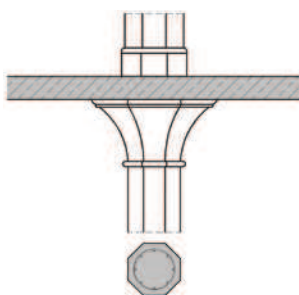
$\sum A_{sw1}f_{ywd}$ – sumaryczna nośność strzemion prostopadłych do płaszczyzny płyty,

$\sum A_{sw2}f_{ywd} \sin \alpha$ – sumaryczna nośność prętów odgiętych i strzemion ukośnych.

Z pierwszego wzoru wynika, że nośność na przebiecie zbrojeniem poprzecznym można zwiększyć tylko o 40% w stosunku do płyty bez takiego zbrojenia. Z drugiego wzoru wynika, że 100% siły przebijającej musi przejść zbrojenie poprzeczne. Z warunków konstrukcyjnych rozmieszczenia zbrojenia



Rys. 1. Zasady konstrukcyjne zabezpieczenia płyty na przebiecie według PN-56/B-03260 [9]



Rys. 2. Jeden z rysunków patentu C. Turnera z 1905 r.

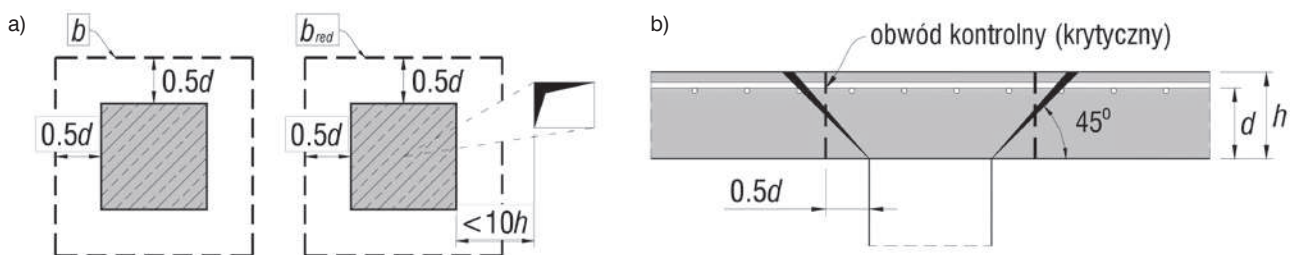


Rys. 3. Przykład strefy podporowej stropu płaskiego z lat 30. ubiegłego stulecia w fabryce celulozy we Włocławku

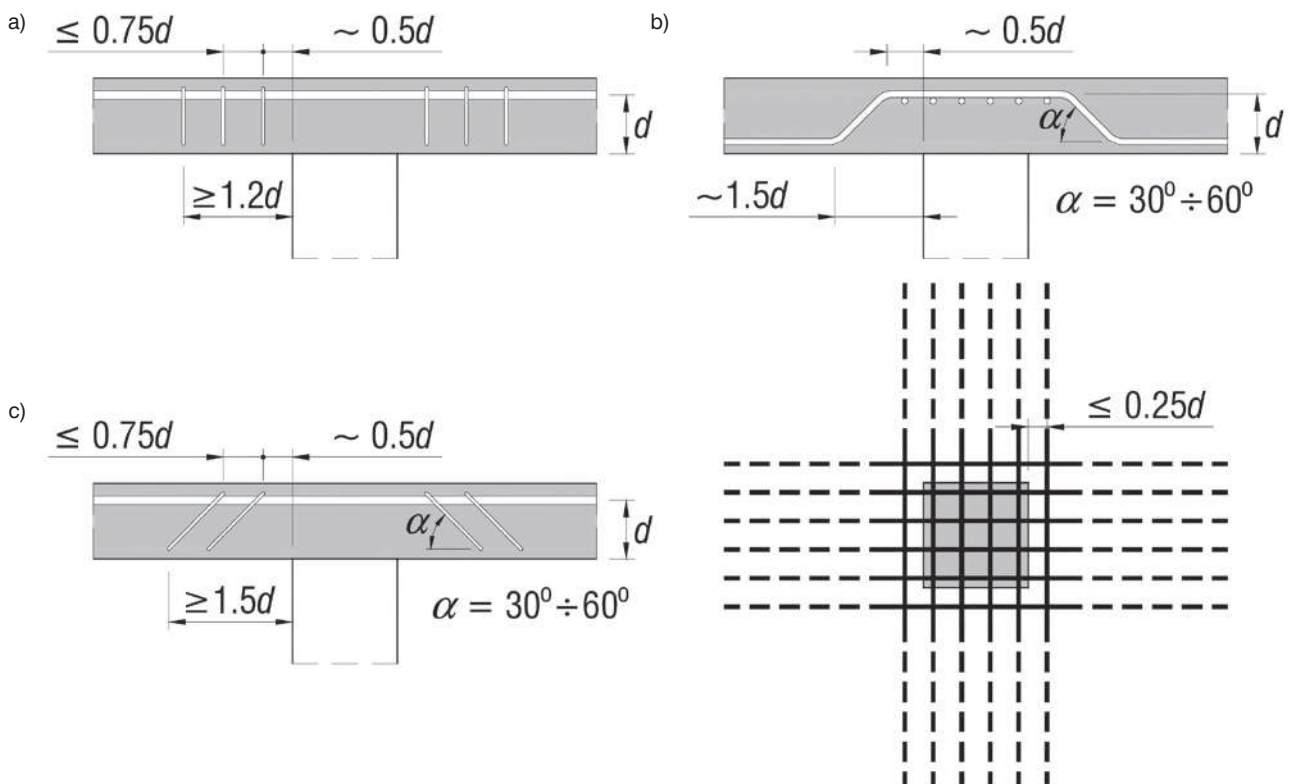
poprzecznego (rys. 5) wynikało, że musiało być ono sytuowane w bezpośrednim sąsiedztwie podpory.

2. Zmiany wprowadzone przez Eurokod 2 [11]

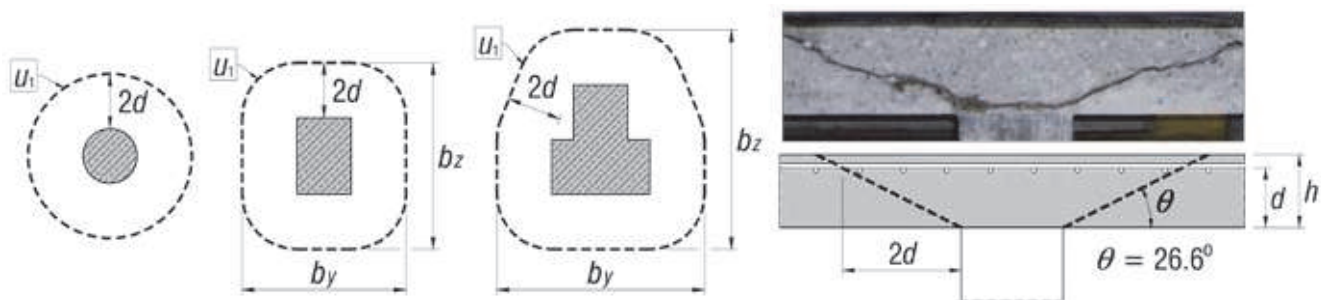
Eurokod 2 [11] wprowadził istotne zmiany w zasadach obliczeniowych i konstrukcyjnych płyt oraz fundamentów na przebiecie. Przede wszystkim zmieniono położenie obwodu kontrolnego, odsuwając go na odległość $2d$ od podpory. Uzasadnieniem tego zabiegu było obserwowane w badaniach eksperymentalnych położenie wylotu rysy ukośnej (rys. 6). Dla stropów o smukłościach występujących w budownictwie ogólnym kąt nachylenia rysy ukośnej wynosi zwykle około 30° .



Rys. 4. Zasady przyjmowania obwodów kontrolnych w przepisach polskich i amerykańskich



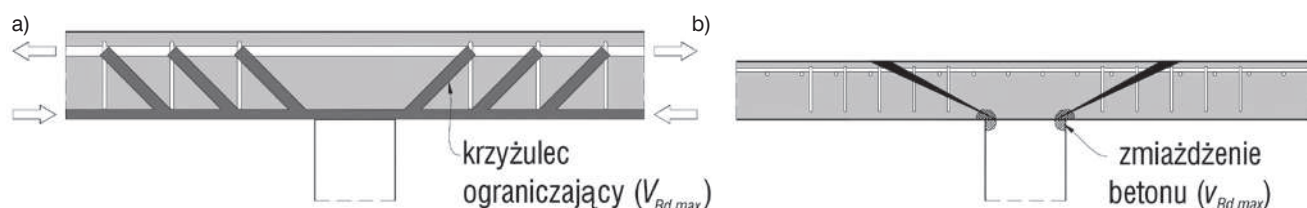
Rys. 5. Warunki konstrukcyjne zbrojenia poprzecznego według PN-B-03264:2002 [10]: a) strzemionami pionowymi, b) strzemionami pochylonymi, c) prętami odgiętymi



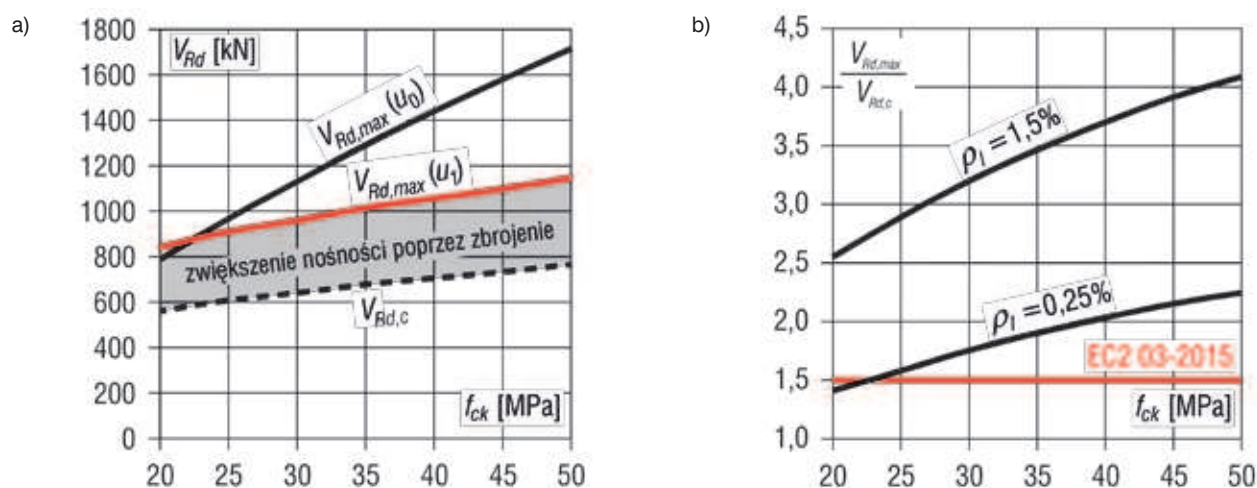
Rys. 6. Zasady przyjmowania obwodów kontrolnych słupów wewnętrznych według Eurokodu 2 [11]

W przypadku fundamentów i płyt fundamentowych smukłość elementów jest znacznie mniejsza, co spowodowało konieczność wprowadzenia zmiennego kąta nachylenia rąsy niszczącej ($0 \leq \theta \leq 26,6^\circ$). Z góry trudno przewidzieć kąt nachylenia krytycznej rąsy ukośnej i konieczne jest podejście iteracyjne, opisane w [14], lub skorzystanie z nomogramów [8].

Należy również wspomnieć, że przed wprowadzeniem Eurokodu 2 norma brytyjska BS 8110 z 1997 r. [2] obwody kontrolne lokalizowała w odległości $1,5d$ od krawędzi słupa bez zaokrąglonych narożników. Podobnie w normie niemieckiej DIN 1045-1 z 2001 r. [3] również przyjęto obwody kontrolne w odległości $1,5d$, ale z zaokrąglonymi narożnikami. W obu



Rys. 7. Strefy związane z maksymalną nośnością na ścinanie elementów: a) belkowych, b) płytowych



Rys. 8. Możliwości wzmocnienia strefy przysłupowej za pomocą zbrojenia poprzecznego według Eurokodu 2 [11]

tych przypadkach kąt nachylenia rysy ukośnej wynosił około $33,7^\circ$. Istotnym problemem jest możliwość wzmocnienia strefy przysłupowej na przebiecie za pomocą zbrojenia poprzecznego. W przypadku normy brytyjskiej nośność strefy ze zbrojeniem poprzecznym była ograniczona warunkiem:

$$V_{max} = 2V_c \leq u_c d \times \min \left\{ 0,8 \sqrt{f_{c,cube}}, 5 \text{ MPa} \right\}, \quad (3)$$

co oznaczało możliwość zwiększenia nośności do 100% w stosunku do płyty bez zbrojenia poprzecznego. W przypadku normy niemieckiej ograniczenie było bardziej restrykcyjne. Nośność można było zwiększyć jedynie o 50%, przy zastosowaniu strzemion lub prętów odgiętych, pod warunkiem, że grubość płyty była większa od 200 mm.

Przepisy Eurokodu 2 [11] ograniczają nośność stref podporowych ze zbrojeniem poprzecznym warunkiem:

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_0 d} \leq v_{Rd,max}, \quad (4)$$

w którym u_0 dla słupa wewnętrznego oznacza długość najkrótszego obwodu kontrolnego (zazwyczaj równą długości obwodu słupa), a maksymalne naprężenia na tym obwodzie ogranicza wzór:

$$v_{Rd,max} = 0,5 v_1 f_{cd}. \quad (5)$$

Maksymalne naprężenia na obwodzie u_0 nawiązują do analogicznego warunku dla belek żelbetowych, jakim jest nośność krzyżulca ściskanego w modelu kratownicowym. O ile w przypadku belek żelbetowych pojęcie nośności ukośnego krzyżulca ściskanego jest jak najbardziej trafne, o tyle w przypadku płyt płaskich należałoby raczej rozważyć nośność strefy na styku płyty i słupa, o kształcie nawiązującym do torusa – rysunek 7. To właśnie w tej strefie o bardzo ograniczonym zasięgu należy oczekiwać zmiążdżenia betonu w przypadku, gdy zastosowano zbrojenie poprzeczne o dużej intensywności.

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z v_1 f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta}, \text{ można zapisać w postaci:}$$

$$v_{Rd,max} \approx \frac{v_1 f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta}, \quad (6)$$

przyjmując $\theta = 45^\circ$, otrzymano wzór (5). Popołniono błąd, gdyż dla przebiecia należało przyjąć $\theta = 26,6^\circ$. Z tego względu w 2011 roku do Eurokodu 2 wprowadzono poprawkę, przyjmując właściwy kąt i zmodyfikowano wzór do postaci:

$$v_{Rd,max} = 0,4 v_1 f_{cd}. \quad (7)$$

Na rysunku 8a pokazano analizę możliwości wzmocnienia nośności stref przysłupowych na przebiecie za pomocą zbrojenia poprzecznego w świetle przepisów Eurokodu 2 [11] przed i po wprowadzeniu poprawki [12] z 2015 r. Rozważano

nośność płyty w sąsiedztwie słupa o boku 400 × 400 mm, przy wysokości użytecznej płyty $d = 160$ mm i różnej wytrzymałości zastosowanego betonu. Dla wysokich klas wytrzymałości betonu możliwe było znaczne zwiększenie nośności na przebicie. Jest to szczególnie widoczne w przypadku płyt charakteryzujących się wysokim stopniem zbrojenia podłużnego ρ_l . W skrajnych przypadkach możliwe było zwiększenie nośności o ponad 300% – rysunek 8b. Dotychczasowe zapisy Eurokodu 2 [11] nie odzwierciedlały jednak w żaden sposób wyników obserwacji czynionych w trakcie badań eksperymentalnych.

Stąd niektóre kraje wprowadziły w swych postanowieniach krajowych dodatkowe ograniczenia w tym zakresie. Na przykład w austriackich przepisach pojawiło się dodatkowe ograniczenie:

$$V_{Rd,max} \leq 1,65 v_{Rd,c} u_1 d. \quad (8)$$

Podobnie postąpili Niemcy, wprowadzając dodatkowe wzory między innymi:

$$V_{Rd,max} \leq 11 \sqrt{\frac{d}{u_0}} v_{Rd,c} u_0 d. \quad (9)$$

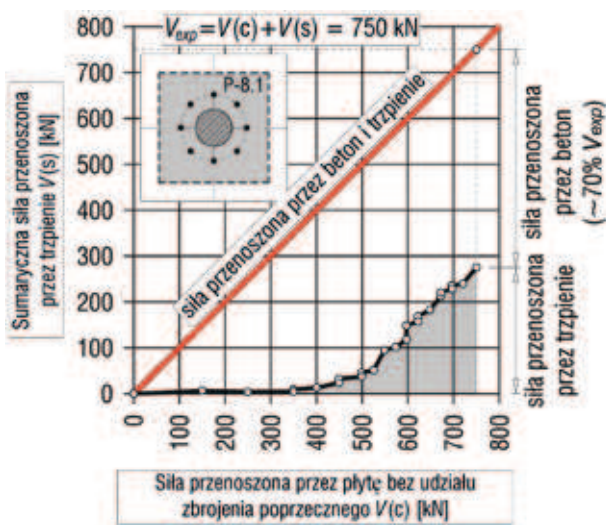
Dopiero w marcu 2015 r. pojawiła się poprawka [12] dodatkowo ograniczająca drastycznie możliwości wzmacniania płyt na przebicie zbrojeniem poprzecznym:

$$v_{Rd,cs} \leq k_{max} v_{Rd,c}, \quad (10)$$

z rekomendacją przyjmowania w postanowieniach krajowych $k_{max} = 1,5$ (rysunki 8a i b – linie oznaczone kolorem czerwonym).

Eurokod 2 w nośności na przebicie płyt zbrojonych poprzecznie strzemionami i zbrojeniem odgiętym uwzględnia również udział betonu:

$$v_{Rd,cs} = 0,75 v_{Rd,c} + 1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd,ef} \frac{1}{u_1 d} \sin \alpha, \quad (11)$$



Rys. 9. Interakcja betonu i zbrojenia poprzecznego według [15]

jednocześnie uzależniając wartość naprężeń w zbrojeniu poprzecznym od wysokości użytecznej płyty d :

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25d \leq f_{ywd}. \quad (12)$$

Uzasadnieniem takiego podejścia były obserwacje doświadczalne, których przykład pokazano na rysunku 9.

Do momentu powstania rysy ukośnej udział zbrojenia poprzecznego jest równy zero. W badaniach przedstawionych w [15] inicjacja ukośnego zarysowania była obserwowana przy sile wynoszącej około 70% siły niszczącej. Przy płytach o wysokości użytecznej poniżej 200 mm naprężenia w zbrojeniu poprzecznym nie osiągały jednocześnie granicy plastyczności we wszystkich strzemionach. Uwzględnienie wzoru (12) do ustalenia średnich naprężeń w zbrojeniu poprzecznym oraz udziału betonu w stanie granicznym nośności na poziomie około 70% V_{Rc} daje dobrą zgodność wyników teoretycznych z doświadczeniem.

3. Przebicie według europejskich aprobat technicznych (ETA)

Jeżeli jako zbrojenie na ścinanie stosuje się wyroby firmowe, to wartość $V_{Rd,cs}$ należy określić na podstawie badań, zgodnie z odpowiednią europejską aprobatą techniczną. W praktyce wykonawczej znalazły zastosowanie różne wyroby firmowe, a przede wszystkim trzpienie dwugłówkowe. Stosowanie ich jako zbrojenia poprzecznego na ścianie jest stosunkowo proste w aplikacji i jednocześnie bardzo skuteczne, zwłaszcza w odniesieniu do cienkich płyt żelbetowych. Minimalna grubość płyty wymagana przy ich stosowaniu wynosi 180 mm. W przypadku strzemion i prętów odgiętych Eurokod 2 wymaga grubości co najmniej 200 mm. Należy również wspomnieć, że amerykańska norma ACI 318-14 w swych przepisach uwzględnia trzpienie dwugłówkowe jako zbrojenie poprzeczne na przebicie, które umożliwia zwiększenie nośności do 75% w stosunku do płyt bez zbrojenia poprzecznego.

Niemiecki Instytut Techniki Budowlanej (Deutsches Institut für Bautechnik), jednostka notyfikowana dla wyrobów budowlanych i systemów budownictwa wydała w ostatnim czasie kilka europejskich aprobat technicznych (ETA) związanych z systemem zbrojenia na ścinanie przy przebiciu za pomocą trzpieni dwugłówkowych [4–7]. Dokumenty te są własnością poszczególnych firm i upoważniają je do stosowania swych wyrobów we wszystkich krajach członkowskich Unii Europejskiej. Procedury obliczeniowe zawarte w tych aprobatkach nawiązują do postanowień ogólnych Eurokodu 2 dotyczących przebicia, ale również wprowadzają dodatkowe szczególne wymagania znacznie różniące je od podstawowej normy Eurokod 2.

Zgodnie z ETA trzpienie dwugłówkowe powinny spełniać następujące wymagania materiałowe:

- granica plastyczności $f_{yk} \geq 500$ MPa,
- wydłużenie przy maksymalnym obciążeniu $e_{uk} \geq 2,5$ %,
- stosunek $k = (f_t / f_y)_k \geq 1,05$.

Oznacza to, że stal trzpieni powinna spełniać wymagania klasy A według Eurokodu 2 [11]. Trzpienie można wykonywać



Rys. 10. Trzpienie stalowe dwugłówkowe połączone płaskownikiem montażowym lub prętami ze stali zbrojeniowej lub gładkiej o przekroju kołowym

ze stali żebrowanej lub ze stali gładkiej. Trzpienie na obu końcach zaopatrzone są w głowice, których średnica stanowi trzykrotność średnicy trzonu. Pojedyncze trzpienie łączące są elementy składające się z co najmniej dwóch trzpieni (rys. 10). Są one połączone płaskownikiem lub prętami montażowymi ze stali zbrojeniowej z odgiętymi końcami (S235JR wg EN 10025-2).

Zgodnie z ETA w płytach płaskich wyróżniono dwa obszary sytuowania zbrojenia poprzecznego (rys. 11). Obszar C rozciąga się od krawędzi słupa lub pola obciążenia do $1,125d$ wokół niego. W każdym, wychodzącym radialnie ze słupa rzędzie elementów, w strefie C muszą znajdować się co najmniej dwa trzpienie. W strefie o zasięgu od krawędzi słupa do $1,0d$ rozstaw obwodowy trzpieni nie może przekraczać $1,7d$. Maksymalny odstęp trzpieni w kierunku radialnym nie może przekroczyć $0,75d$. Odległość pomiędzy krawędzią podpory a pierwszym trzpieniem powinna wynosić od $0,35$ do $0,5d$.

Poza strefą C znajduje się strefa D, której zasięg określa obwód u_{out} . Zewnętrzna granica strefy D znajduje się w odległości $1,5d$ od zewnętrznego obwodu kontrolnego u_{out} (rys. 11). Maksymalny rozstaw obwodowy trzpieni w strefie D wynosi $3,5d$. Liczba elementów zbrojeniowych na przebiegu w strefie D może być z tego powodu większa niż w strefie C. W takich przypadkach dodatkowe elementy zbrojeniowe należy rozmieszczać równomiernie pomiędzy trzpieniami wynikającymi z obliczeń.

Należy rozróżnić wymiarowanie zbrojenia w strefie C (graniczącej z podporą) i strefie D (usytuowanej w odległości $1,125d$ od podpory lub pola obciążeń). Trzpienie dwugłówkowe w strefie C należy wymiarować zgodnie z poniższym wzorem:

$$\beta V_{Ed} \leq V_{Rd,sy} = m_C n_C \frac{d_A^2 \pi f_{yk}}{4 \gamma_s \eta}, \quad (13)$$

gdzie:

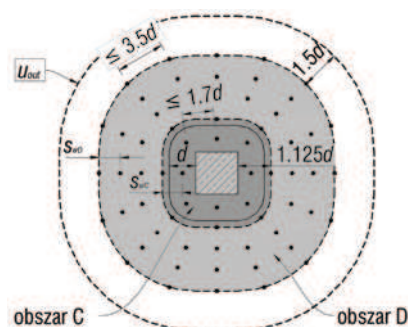
m_C – liczba elementów zbrojeniowych (rzędów) w strefie C,
 n_C – liczba trzpieni w każdym elemencie zbrojeniowym (rzędzie) w strefie C,

d_A – średnica trzonu trzpienia dwugłówkowego,

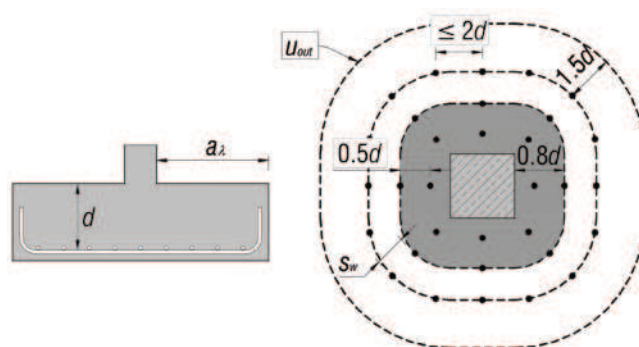
f_{yk} – charakterystyczna granica plastyczności trzpienia,

γ_s – współczynnik częściowy stali ($\gamma_s = 1,15$),

η – współczynnik uwzględniający wpływ wysokości użytecznej przekroju, wartości pośrednie należy interpolować:



Rys. 11. Strefy zbrojenia poprzecznego na przebiegu według ETA w stropach płaskich



Rys. 12. Maksymalne dopuszczalne odległości trzpieni w fundamentach sztywnych i podatnych

$$\eta = \begin{cases} 1,0 & \text{dla } d \leq 200 \text{ mm} \\ 1,6 & \text{dla } d \geq 800 \text{ mm} \end{cases}$$

Dodatkowo należy pamiętać, że w przypadku płyt o wysokości użytecznej $d > 500$ mm i jednocześnie średnicach słupów $c < 500$ mm oraz znacznej sile przebiegającej $V_{Ed} > 0,85V_{Rd,max}$ w strefie C należy umieszczać trzy rzędy trzpieni (trzy obwody trzpieni). Wymiarowanie trzpieni w strefie D polega na spełnieniu warunków konstrukcyjnych dotyczących rozmieszczenia trzpieni. Naprężenia graniczne $v_{Rd,max}$ na obwodzie kontrolnym u_i są ustalane jako wielokrotność naprężeń $v_{Rd,c}$ (dotyczących płyty niezbrojonej poprzecznie) zgodnie ze wzorem:

$$v_{Rd,max} = 1,96 v_{Rd,c}. \quad (14)$$

Dla fundamentów ETA formułuje nieco odmienne zasady. Pierwszy obwód zbrojenia poprzecznego musi być usytuowany w odległości $0,3d$, a drugi w maksymalnej odległości $0,8d$ od krawędzi słupa. Jeśli poza strefą $0,8d$ wymagane są dalsze obwody zbrojenia, wówczas radialny rozstaw trzpieni dla fundamentów sztywnych ($a_i \leq 2,0$, a_i według rysunku 12) ogranicza się do $0,5d$. Dla fundamentów podatnych ($a_i > 2,0$) odstęp radialny poza strefą $0,8d$ można zwiększyć do wartości $0,75d$. Trzpienie w kierunku obwodowym należy rozmieszczać równomiernie, a maksymalny ich rozstaw nie może przekraczać $2,0d$.

Wymaganą liczbę trzpieni w fundamentach i płytach fundamentowych określa się ze wzoru:

$$V_{Ed,red} \leq V_{Rd,s} = f_{yd} \times A_{sw,0,8d} \quad (15)$$

gdzie:

f_{yd} – obliczeniowa granica plastyczności trzpieni,
 $A_{sw,0,8d}$ – sumaryczne pole przekroju zbrojenia na przebiecie znajdującego się w odległości pomiędzy $0,3d$ i $0,8d$ od pola obciążenia,

A_{crit} – obszar wewnątrz obwodu krytycznego u_{crit} w miarodajnym odstępnie a od krawędzi słupa lub powierzchni obciążenia,
 A – powierzchnia stopy fundamentowej, a przy płytach fundamentowych powierzchnia ograniczona linią zerowania się momentów radialnych.

Jeśli poza obszarem $0,8d$ wymagane jest dalsze zbrojenie poprzeczne, to można wymagany przekrój tego zbrojenia wyznaczyć przy założeniu 33% wartości obliczeniowej siły ścinającej, biorąc pod uwagę korzystne działanie odporu podłoża gruntowego.

Maksymalne naprężenia $v_{Rd,max}$ na obwodzie krytycznym u_{crit} określone są jako wielokrotność $v_{Rd,c}$ zgodnie ze wzorem:

$$v_{Rd,max} = 1,5 v_{Rd,c} \quad (16)$$

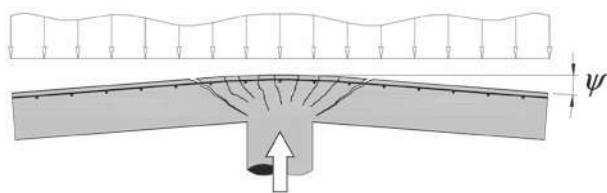
Bardziej szczegółowe informacje na temat procedur ETA dla przebiecia przedstawiono w pracy [16].

4. Przebiecie według Model Code 2010

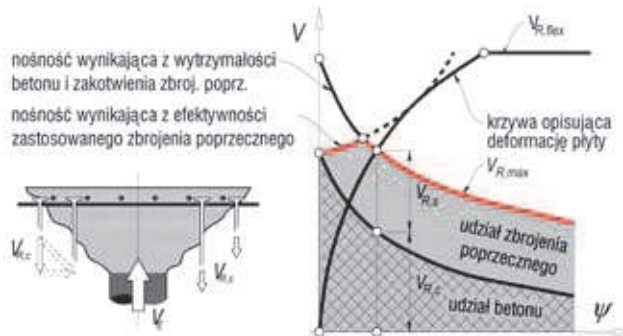
Problematyka przebiecia według Model Code 2010 [13] została szczegółowo przedstawiona w cyklu artykułów [17–20]. Zgodnie z procedurą obliczeniową Model Code nośność płyty na przebiecie (V_{Rd}) stanowi sumę udziału betonu $V_{Rd,c}$ i zbrojenia poprzecznego $V_{Rd,s}$, jeśli takie zostało zastosowane. Ponadto dla płyt ze zbrojeniem poprzecznym należy sprawdzić możliwość zmiężdżenia krzyżulca ściskanego w pobliżu słupa ($V_{Rd,max}$). Maksymalna siła poprzeczna jaka może być przeniesiona przez element rozpatrywana jest jako funkcja kąta obrotu płyty względem podpory (ψ – rysunek 13). Wzrostowi obrotu towarzyszy zwiększenie nośności na zginanie (krzywa obciążenie – obrót na rysunku 14), przy jednoczesnym spadku nośności na przebiecie. Ponadto na rysunku 14 zaprezentowano kryteria zniszczenia płyty: bez zbrojenia poprzecznego (linia czarna) oraz wewnątrz obszaru zbrojonego poprzecznie (linia czerwona).

W Model Code 2010 [13] powrócono do przyjmowanego we wcześniejszych przepisach normowych założenia, iż rysa ukośna nachylona jest pod kątem $\theta = 45^\circ$ w stosunku do płaszczyzny wyznaczonej przez zbrojenie podłużne. Podstawowy obwód kontrolny b_1 położony jest w odległości $0,5d_v$ od krawędzi podpory. Zasady kształtowania obwodów kontrolnych wg Model Code 2010 [13] pokazano na rysunku 15.

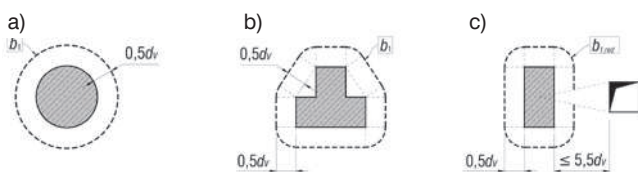
Nośność na przebiecie płyty niezbrojonej poprzecznie określa się ze wzoru:



Rys. 13. Kąt obrotu płyty – ψ



Rys. 14. Zależność obciążenie – obrót (linia czarna) i kryterium zniszczenia płyty, stanowiące punkt przecięcia z krzywą opisującą nośność (oznaczoną kolorem czerwonym)



Rys. 15. Zasady kształtowania obwodów kontrolnych wg Model Code 2010 [13] a) słup okrągły b) słup w kształcie wielokąta c) słup w pobliżu otworu

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d_v = \min \left(\frac{l}{1,5 + 0,9 k_{dg} \times \psi \times d}; 0,6 \right) \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d_v \quad (17)$$

gdzie:

k_{ψ} – współczynnik empiryczny zależny od granicznego kąta obrotu ψ oraz maksymalnej średnicy ziaren kruszywa d_g ,
 k_{dg} – współczynnik zależny od stosowanego kruszywa: $k_{dg} = 32 / (16 + d_g) \geq 0,75$; w przypadku stosowania betonu lekkiego lub o wysokiej wytrzymałości należy uwzględnić możliwość pęknięcia ziaren kruszywa, ograniczającego korzystny wpływ sił tarcia w obrębie rys – wówczas przyjmować należy $k_{dg} = 2$,
 f_{ck} – charakterystyczna wytrzymałość betonu na ściskanie,
 ψ – graniczny kąt obrotu płyty.

W Model Code 2010 [13] zaproponowano cztery metody określania granicznego kąta obrotu płyty ψ , pokazanego na rysunku 13 – (ang. *Levels of Approximation – LoA*). Pierwsze dwie metody można stosować w przypadku analizy układów konstrukcyjnych o równomiernej siatce podpór, gdy stosunek rozpiętości płyty stropowej w osiach podpór w dwóch ortogonalnych kierunkach l_x oraz l_y zawiera się w przedziale 0,5–2,0. Trzecia metoda przeznaczona jest do analizy konstrukcji o nieregularnej siatce podpór. Można ją stosować również w opracowaniach

o charakterze eksperckim, jednak wymaga znacznie większego nakładu pracy w stosunku do obliczeń prowadzonych według I i II stopnia przybliżenia kąta obrotu ψ . Porównanie wspomnianych metod obliczeń zainteresowany czytelnik może znaleźć w artykule [17]. Graniczny kąt obrotu płyty ψ określa się zgodnie z następującym wyrażeniem:

$$\psi = \chi \frac{r_s}{d} \frac{f_{yd}}{E_s} \eta \quad (18)$$

gdzie:

r_s – odległość miejsca zerowania momentów radialnych od osi podpory,

f_{yd} – obliczeniowa granica plastyczności zbrojenia podłużnego płyty,

E_s – moduł sprężystości podłużnej stali zbrojeniowej,

d – średnia wysokość użyteczna płyty,

χ – współczynnik zwiększający, równy 1,5 lub 1,2 odpowiednio w przypadku stosowania reguł I. i II. lub III. poziomu przybliżenia (LoA) wartości kąta obrotu ψ ,

η – współczynnik wyrażający stopień wykorzystania nośności zbrojenia podłużnego płyty z uwagi na zginanie, równy: 1,0 – w przypadku stosowania I. LoA, lub $(m_{Ed}/m_{Rd})^{1,5}$ – w przypadku stosowania II. lub III. LoA; (gdzie: m_{Ed} – moment zginający na jednostkę długości pasma podporowego, m_{Rd} – graniczna nośność płyty na zginanie).

W przypadku, gdy wartość oddziaływania V_{Ed} przewyższa nośność $V_{Rd,c}$, wówczas należy zastosować zbrojenie na przebicie. Model Code 2010 [13] pozwala na stosowanie zbrojenia w formie zamkniętych strzemion, prętów odgiętych jak również trzpieni dwugłówkowych (w odróżnieniu do Eurokodu 2 [11]). Określając nośność V_{Rd} , uwzględnia się zarówno udział zbrojenia $V_{Rd,s}$ jak i betonu $V_{Rd,c}$:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (19)$$

Nośność zbrojenia na przebicie definiuje się następująco:

$$V_{Rd,s} = k_e \sum A_{sw} \sigma_{swd} \leq V_{Rd,max} \quad (20)$$

gdzie:

k_e – współczynnik redukcyjny, uwzględniający wpływ nierównomiernego rozkładu naprężeń stycznych na długości obwodu kontrolnego b_1 ,

$\sum A_{sw}$ – sumaryczne pole przekroju poprzecznego zbrojenia na przebicie, które przecina powierzchnię potencjalnego stożka przebicia i jest zlokalizowane w strefie odległej o 0,35–1,0d od krawędzi podpory,

σ_{swd} – efektywne naprężenia w zbrojeniu poprzecznym, zależne od obrotu płyty ψ ; do obliczeń należy przyjmować wartości nie większe niż obliczeniowa granica plastyczności stali zbrojeniowej f_{ywd} ,

$V_{Rd,max}$ – maksymalna nośność na przebicie, zależna od efektywności zastosowanego zbrojenia poprzecznego, wyrażającej zdolność do ograniczania rozwarcia rysy ukośnej oraz krępowania betonu krzyżulców ściskanych.

Niezależnie od uzyskanych rezultatów Model Code 2010 [13] wymaga, by zbrojenie poprzeczne o sumarycznym przekroju $\sum A_{sw}$ zdolne było przenieść minimum 50% oddziaływania zewnętrznego V_{Ed} :

$$\sum A_{sw} \geq \frac{0,5V_{Ed}}{k_e f_{ywd}} \quad (21)$$

Reguła ta w sposób wyraźny nawiązuje do postanowień normy amerykańskiej ACI 318 [1], w której wymaga się, by co najmniej 50% siły przebijającej zostało przejęte przez zbrojenie poprzeczne.

5. Podsumowanie

Analizując zmiany przepisów dotyczących przebicia na przestrzeni lat, można stwierdzić, iż historia zatacza koło. Spostrzeżenie to dotyczy zasad kształtowania obwodów kontrolnych, obieranych początkowo w odległości 0,5d od krawędzi słupa, odsuniętych następnie zgodnie z postanowieniami Eurokodu 2 [11] do 2d, by na koniec wrócić do 0,5d, zgodnie z zapisami Model Code 2010 [13]. Tym samym powrócono do koncepcji, zgodnie z którą kąt nachylenia krytycznej rysy ukośnej równy jest 45°. Należy przy tym zauważyć, iż każda kolejna zmiana sposobu analizy przebicia płyt płaskich wiązała się ze zwiększeniem stopnia złożoności obliczeń. Pierwsze utrudnienie dotyczyło konieczności analizy wielu różnych obwodów kontrolnych w przypadku obliczania fundamentów zgodnie z Eurokodem 2 [11]. Podejście to wynikało z obserwacji czynionych w trakcie badań, jednak sama procedura obliczeniowa jest uciążliwa z praktycznego punktu widzenia, jeżeli nie stosuje się programów komputerowych bądź też np. nomogramów. Zdaniem autorów zmiany, jakie może przynieść wprowadzenie reguł Model Code 2010 [13], jeszcze bardziej skomplikują analizę przebicia płyt płaskich. Korzystanie z reguł III i IV stopnia przybliżenia wartości kąta obrotu płyty ψ (wymagane w przypadku analizy konstrukcji o nieregularnej siatce podpór lub też wykonywaniu opracowań o charakterze eksperckim) będzie bowiem wymagało żmudnej i czasochłonnej analizy rozkładu sił wewnętrznych w płytach stropowych.

Nie powinien dziwić fakt znacznej popularności trzpieni dwugłówkowych, których stosowanie jest obecnie uwarunkowane zapisami europejskich aprobat technicznych. Ta forma zbrojenia na przebicie, oprócz zdecydowanej prostoty stosowania ma jeszcze jedną zaletę – każdy z producentów trzpieni dwugłówkowych oferuje jednocześnie bezpłatne oprogramowanie, umożliwiające ominięcie wykonywania dość żmudnych, a niekiedy i skomplikowanych obliczeń.

Propozycje metod obliczeniowych powinny możliwie najlepiej opisywać rzeczywiste zachowanie elementów, jednak szczególnie nacisk powinien zostać położony na łatwość ich zastosowania z punktu widzenia praktyki inżynierskiej. Nie powinien zatem dziwić opór środowiska przed wszelkimi zmianami. Jak bowiem pokazano w niniejszym artykule, z reguły prowadziły one do stopniowego zwiększania złożoności obliczeń.

BIBLIOGRAFIA

[1] ACI 318-02, Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 2002
 [2] BS 8110 Structural use of concrete. Part 1. Code of practice for design and construction. British Standard Institution, March 1997
 [3] DIN 1045-1 Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Juli 2001, Beton Kalender 2002
 [4] ETA-12/0454: HALFEN HDB shear rail: Double-headed studs as punching reinforcement. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, December 2012
 [5] ETA-13/0076: Punching reinforcement Schöck Bole: Double-headed studs as punching reinforcement for flat slabs and footings. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, March 2013
 [6] ETA-13/0136: JORDAHL punching reinforcement JDA: Double-headed studs as punching reinforcement for flat slabs and footings. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, March 2013
 [7] ETA-13/0151: PEIKKO PSB punching reinforcement: Double-headed studs as punching reinforcement. Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik, March 2013
 [8] Knauff M., Golubińska A., Knyzik P., Tablice i wzory do projektowania konstrukcji żelbetonowych z przykładami obliczeń, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2013, str. 445
 [9] PN-56/B-03260 Konstrukcje żelbetowe. Obliczenia statyczne i projektowanie, Warszawa, 1956
 [10] PN-B-03264:2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone – Obliczenia statyczne i projektowanie, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa, 2002
 [11] PN-EN 1992-1-1 Eurokod 2 – Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa, 2008

[12] PN-EN 1992-1-1:2008/A1. Eurokod 2 Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków – Zmiana do normy Europejskiej EN 1992-1-1:2004/A1:2014. PKN, Warszawa, 2015
 [13] Pre-norma konstrukcji betonowych: fib Model Code 2010. T. 2/ kierownictwo zespołu aut. Joost Walraven; tł. pol. i koordynacja naukowa Andrzej Ajdukiewicz, Kraków, Stowarzyszenie Producentów Cementu, 2014, str. 363
 [14] Urban, T., Komentarz do zasad obliczania fundamentów na przebiecie według PN-EN 1992-1-1:2008/NA: 2010, Inżynieria i Budownictwo 3/2011, str. 123-126
 [15] Urban T. S., Przebiecie w żelbecie. Wybrane zagadnienia, Politechnika Łódzka, Zeszyty Naukowe Nr 959, Łódź 2005, str. 348
 [16] Urban T., Wymiarowanie płyt żelbetonowych i fundamentów na przebiecie według europejskich aprobat technicznych, Inżynieria i Budownictwo 4/2014, str. 196-202
 [17] Urban T., Gołdyn M., Krawczyk Ł., Przebiecie według Model Code 2010, Inżynieria i Budownictwo 11/2014, str. 608-611
 [18] Urban T., Gołdyn M., Krawczyk Ł., Przykład obliczania płyty na przebiecie w strefie słupa krawędziowego według Model Code 2010 i Eurokodu 2, Inżynieria i Budownictwo 8/2016, str. 441-447
 [19] Urban T., Gołdyn M., Krawczyk Ł., Przykład obliczania płyty na przebiecie w strefie słupa narożnego według Model Code 2010 i PN-EN 1992-1-1, Inżynieria i Budownictwo 12/2016, str. 649-655
 [20] Urban T., Gołdyn M., Krawczyk Ł., Przykład obliczania płyty na przebiecie w strefie słupa wewnętrznego według Model Code 2010 i PN-EN 1992-1-1, Inżynieria i Budownictwo 4/2015, str. 182-186

ZAMÓWIENIE PRENUMERATY Przeglądu Budowlanego na rok 2018

Wybieram: (proszę zakreślić)	ZWYKŁA	ULGOWA (dla indywidualnych członków PZITB, PIIB i studentów)
ROCZNA	<input type="checkbox"/> 252,00 zł*	<input type="checkbox"/> 126,00 zł*
ELEKTRONICZNA	<input type="checkbox"/> 75,00 zł*	

Zamówienia można składać **osobiście** lub **pocztą** – ul. Świętokrzyska 14 A, 00-050 Warszawa, **telefonicznie** 22 826-67-00 lub **e-mailem** reklama@przegladbudowlany.pl *
 Ceny brutto (zawierają 5% VAT)

1. Imię i nazwisko/nazwa firmy

Prenumeratory otrzymają zamówione egzemplarze po dokonaniu wpłaty na konto:

2. Nr telefonu kontaktowego

3. NIP (firmy)

PZITB ZARZĄD GŁÓWNY WYDAWNICTWO „PRZEGLĄD BUDOWLANY”
ul. Świętokrzyska 14 A, 00-050 Warszawa
Bank Millennium SA
90 1160 2202 0000 0000 5515 6488

4. Adres wysyłkowy

Upoważniamy Państwa do wystawienia faktury VAT bez podpisu odbiorcy.

5. Okres prenumeraty

Podpis

6. Opłata w kwocie (zł)

została przekazana w dniu

Członkowie PZITB i PIIB prenumeratę na rok 2018 mogą zamówić promocyjnie przez Okręgowe Izby Inżynierów Budownictwa.