Piotr KISIELEWSKI, Łukasz SOBOTA

ZASTOSOWANIE TEORII MASOWEJ OBSŁUGI DO MODELOWANIA SYSTEMÓW TRANSPORTOWYCH

W artykule przedstawiono zastosowanie teorii masowej obsługi do analizy i modelowania wybranych systemów transportowych.

WSTĘP

Teoria masowej obsługi jest dziedziną nauki opartą na rachunku prawdopodobieństwa i statystyce matematycznej. Jest jedną z gałęzi badań operacyjnych [1], lecz ze względu na wykorzystywany aparat matematyczny uznać ją można również za część teorii procesów stochastycznych [2]. Wykorzystanie jej może posłużyć do analizy i modelowania rzeczywistych systemów transportowych [4] . Celem teorii masowej obsługi jest opracowanie metod, które służą do wyznaczenia wartości wskaźników charakteryzujących proces obsługi pozwalających dokonać oceny jakości systemu kolejkowego, jak również wyboru optymalnej organizacji i struktury systemu. Dla zarządzającego systemem najważniejszym będzie wykorzystanie systemu w sposób efektywny, natomiast dla użytkownika wypracowanie wskazania do decyzji o użytkowaniu lub nie systemu.

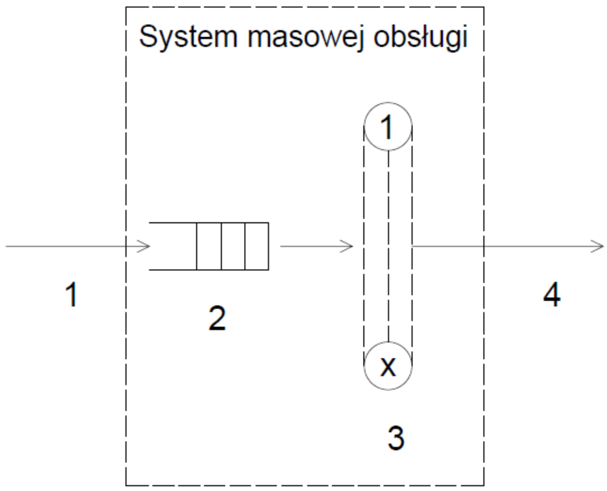
Teoria kolejek jest silnie związana z techniką, co wynika z jej ciągłego zapotrzebowania praktycznego. Znajduje zastosowanie w różnych gałęziach gospodarki, w tym transporcie i komunikacji [3]. W poniższym artykule przedstawiono zastosowanie teorii masowej obsługi do modelowania i analizy rzeczywistych systemów stacji paliw i myjni samochodowej.

1. TEORETYCZNE PODSTAWY SYSTEMÓW MASOWEJ OBSŁUGI

Podstawowe pojęcia związane z teorią kolejek to:

– Zgłoszenie - jest to żądanie spełnienia określonej czynności przez system, gdzie zgłoszenie to jest identyfikowane z jego nośnikiem. Tak więc, zamiast używania sformułowania: klient stoi w kolejce lub oczekuje na obsługę zastosujemy: zgłoszenie jest w kolejce albo oczekuje na obsługę.
– Obsługa - jest to spełnienie określonej potrzeby zgłoszonej do systemu. Natomiast środki które umożliwiają realizację zgłoszeń nazywamy stanowiskami obsługi, urządzeniami obsługującymi lub kanałami. Zbiór takich samych urządzeń obsługujących nazywamy systemem obsługi.
– Strumień zdarzeń - ciąg zdarzeń losowych związanych z procesem przybywania zgłoszeń do systemu bądź też samym procesem obsługi.
– Strumień wejściowy - ciąg zgłoszeń wymagających obsługi pojawiający się na wejściu systemu. W przypadku wolnych kanałów obsługi, zgłoszenia pojawiające się w systemie kierowane są prosto do obsługi, natomiast w przypadku zajętych kanałów obsługi, gromadzone w poczekalni.
– Strumień wyjściowy - strumień zgłoszeń uzyskany na wyjściu systemu; strumień ten może zawierać zgłoszenia obsłużone, bądź nie obsłużone, które zaniechały zrealizowania obsługi w systemie.

Działanie systemu masowej obsługi można przedstawić za pomocą schematu blokowego przedstawionego na rysunku 1.



***Rys. 1.** Schemat blokowy systemu masowej obsługi*

Oznaczenia schematu blokowego:

1. Strumień wejściowy,
2. Poczekalnia (kolejka),
3. Kanały obsługi,
4. Strumień wyjściowy.

Metody analizy systemów masowej obsługi dzielą się na dwie grupy:

– Metody analityczne - opierające się na równań różniczkowych, które wiążą ze sobą prawdopodobieństwo zdarzeń występujących w procesie obsługi. Najczęściej równania rozwiązywane są w stanie ustalonym, przy $t \to \infty$. Założenie to sprawia, że układ równań różniczkowych przekształca się w odpowiadający mu układ algebraiczny. Metoda ta stosowana jest do prostych systemów przy ściśle określonych założeniach: strumień zgłoszeń występujący w układzie jest strumieniem prostym, a czasy obsługi mają rozkład wykładniczy [3]. W praktyce stanowi to dużą idealizację, stąd praktyczne zastosowania tej metody są rzadkie. Przykładami takich zagadnień są miedzy innymi: problem postoju taksówek, oczekiwanie na połączenia telefoniczne, obsługa zgłoszeń w bankach czy urzędach.

- Metody symulacyjne - poprzez szybki rozwój informatyki nabierają szczególnego znaczenia w analizie złożonych wielokanałowych i wielofazowych systemów obsługi. Częste implementacja tych metod w zagadnieniach praktycznych jest skutkiem możliwości obliczeń przy dowolnych funkcjach rozkładów czasów obsługi i dowolnych strumieniach wejściowych zgłoszeń. Możliwość wielokrotnej symulacji komputerowej procesu obsługi i statystyczne opracowanie wyników pozwala znaleźć optymalne wartości parametrów i wskaźników badanego systemu. Zagadnienia charakteryzują się realizacją wielu czynności obsługi. Przykładem wielofazowego systemu kolejkowego jest proces technologiczny, który niesie za sobą ciąg operacji następujących po sobie.

1.1. Wielkości charakteryzujące systemy kolejkowe

Natężenie strumienia zgłoszeń, jak i szybkość obsługi podlegają przypadkowym wahaniom. Pomijając aspekt ekonomiczny system masowej obsługi powinien obsługiwać zgłoszenia w czasie szybszym niż przybywają. Jednakże nie są to wartości stałe, więc mogą występować przedziały czasu, w których występuje większa ilość zgłoszeń niż może być w tym czasie obsłużonych, stąd część z nich musi czekać na realizację obsługi. Zgłoszenia takie tworzą kolejkę. Nasycenie systemu kolejkowego można opisać za pomocą podstawowych charakterystyk:

- Strumienia zgłoszeń,
- Procesu obsługi,
- Regulaminu (dyscypliny) kolejki.

Strumień zgłoszeń jest statystycznym opisem procesu napływu zgłoszeń do systemu obsługi. Opisywany jest zazwyczaj za pomocą funkcji rozkładu odstępu czasu między kolejnymi zgłoszeniami. Jeżeli taki strumień czasu nie wykazuje zmienności, tzn. interwał ten jest stały, strumień ma charakter deterministyczny. Natomiast, gdy zgłoszenia są losowe, tzn. interwał jest zmienną losową, należy wówczas określić jego funkcję rozkładu.

Jeżeli przyjmiemy następujące oznaczenia:

- $\overline{t_a}$ - średnia długość interwału pomiędzy dwoma sąsiadującymi zgłoszeniami,
- λ - średnie natężenie strumienia zgłoszeń,

zależność między tymi wielkościami ma postać

$$\lambda = \frac{1}{\overline{t_a}} \tag{1}$$

Do opisu własności strumienia zgłoszeń zazwyczaj stosuje się funkcję rozkładu B(t), która określa prawdopodobieństwo, że interwał jest większy od pewnej wartości t, czyli

$$B(t) = 1 - F(t) \tag{2}$$

gdzie:
F(t) - prawdopodobieństwo tego, że interwał ten jest mniejszy od t.
Podstawowym warunkiem, który musi być spełniony aby móc zastosować metody analityczne, jest założenie że strumień jest strumieniem prostym, tzn. jest stacjonarny, bez pamięci i pojedynczy.

- Stacjonarność strumienia zgłoszeń – dla dowolnej grupy ze skończonej liczby, nie zachodzących na siebie przedziałów czasu prawdopodobieństwa wystąpienie w nich odpowiednio $k_1, k_2, ... k_n$ zgłoszeń jest uzależniona tylko od wymienionych liczb i od długości odpowiednich przedziałów czasu, lecz nie zależy od umiejscowienia na osi czasu. Szczególnie prawdopodobieństwo wystąpienia k zgłoszeń w przedziale czasu $(t, t+\tau)$ nie zależy od t, lecz jest jedynie funkcją zmiennych k oraz τ.
- Brak pamięci – prawdopodobieństwo wystąpienia k zgłoszeń w przedziale czasu $(t, t+\tau)$ nie zależy od tego, ile zgłoszeń, jak również w jaki sposób wystąpiło do tego momentu.
- Pojedynczość – wyraża praktyczną niemożność wystąpienia dwóch lub większej ilości zgłoszeń w tym samym czasie. Rozkład dyskretny, zwany rozkładem Poissona, posiada wszystkie własności strumienia prostego. Rozkład ten znalazł duże zastosowania w teorii masowej obsługi, gdyż pozwala na uzyskanie rozwiązań analitycznych.

Proces obsługi jest kolejnym etapem po zgłoszeniu obiektu do realizacji. Często się zdarza, że czas obsługi zgłoszenia w systemie nie jest stały. Gdy ulega on stochastycznym wahaniom, musi być opisany za pomocą właściwych funkcji rozkładu. Istotną wielkością charakteryzującą system jest czas obsługi T_0 reprezentowany odpowiednią zmienną losową. Niech G(t) przedstawia funkcję rozkładu zmiennej określoną następująco:

$$G(t) = p(T_0 < t) \tag{3}$$

Funkcję gęstości rozkładu g(t) określić można zależnością:

$$g(t) = G'(t) \tag{4}$$

W praktyce duże znaczenie ma przypadek, gdy zmienna losowa T_0 podlega rozkładowi wykładniczemu o funkcji gęstości rozkładu opisanej wzorem:

$$g(t) = \mu e^{-\mu t} \tag{5}$$

gdzie: $t \geq 0$
Natomiast parametr rozkładu μ wynosi

$$\mu = \frac{1}{\overline{t_0}} \tag{6}$$

gdzie:
wielkość $\overline{t_0}$ jest to średni czas obsługi zgłoszenia.

Do opisu procesu obsługi oprócz rozkładu wykładniczego stosuje się inne rozkłady np. rozkład Erlanga, który mogą lepiej opisywać proces. Praktyczne charakterystyki systemu masowej obsługi bardzo często jednak nie zależą od rodzaju rozkładu czasów obsługi, a bardzo często od wartości średniej czasu $\overline{t_0}$.
Z tej przyczyny często zakłada się, że taki proces obsługi podlega procesowi wykładniczemu [3]. Tak sformułowana hipoteza umożliwia uproszczenie aparatu matematycznego służącego do opisu takich systemów i zapis w postaci prostych formuł analitycznych.

Regulamin obsługi kolejki jest trzecim bardzo ważnym elementem, który wpływa na nasycenie systemu masowej obsługi. Określa on kolejność realizacji zgłoszeń oczekujących w poczekalni.
Podstawowe dyscypliny to:

- FIFO

Dyscyplina FIFO (ang. First-In, First-Out) - zgłoszenia, które oczekują najdłużej w kolejce kierowane są w pierwszej kolejności do obsługi.

- LIFO

Dyscyplina LIFO (ang. Last-In, First-Out) - zgłoszenia, które przybyły do systemu jako ostatnie, zostają obsłużone w pierwszej kolejności.

- RSS

Dyscyplina RSS (ang. Random Selection of Service) - zgłoszenia obsługiwane są losowo, przy czym wybór każdego ze zgłoszeń jest tak samo prawdopodobny.

Opisane dyscypliny dotyczą systemów, w których zgłoszenia czekają na obsługę. Występują również przypadki w których zgłoszenie z różnych powodów opuszcza kolejkę. Wówczas, gdy występuje takie zjawisko, tzw. odstępowanie, należy określić jego regułę.

Może ono zależeć od czasu oczekiwania w kolejce, bądź też od długości kolejki. Najczęściej zjawisko odstępowania opisuje się odpowiednią funkcją rozkładu.

Wyróżniamy również systemy, w których zgłoszenia z kolejki mogą mieć priorytet obsługi, tzw. pierwszeństwo obsługi przed zgłoszeniami, które maja niższy priorytet obsługi. Dodatkowo możemy przeprowadzić klasyfikację systemów masowej obsługi z priorytetem. Pierwszy podział dotyczy kolejności wejścia do systemu w przypadku zwolnienia się kanału obsługi. Wyróżniamy tu system z priorytetem zewnętrznym, gdzie decyzja wejścia zgłoszenia do systemu zależy tylko od klasy jednostki, system z priorytetem wewnętrznym, w którym decyzja zależy również od aktualnego stanu systemu, między innymi oczekiwania jednostek będących w kolejce, bądź długości kolejki zgłoszeń. Drugi podział dotyczy zachowania się wobec realizowanych aktualnie zgłoszeń, gdy do systemu zostanie zgłoszona jednostka o wyższym priorytecie. System, gdzie zostaje przerwana obsługa zgłoszenia o niższym priorytecie i zaczęta realizacja zgłoszenia wyższego rzędu, nazywa się systemem z priorytetem rugującym. Jeżeli natomiast jednostka z priorytetem musi poczekać na koniec poprzedniego zgłoszenia, jest to system z priorytetem nierugującym [1].

1.2. Klasyfikacja systemów masowej obsługi

Różnorodność elementów, które w znaczący sposób wpływają na główne parametry charakteryzujące pracę systemu wymusiła konieczność uporządkowania oraz klasyfikację tych systemów [2]. W charakterze cech klasyfikacyjnych przyjąć można różne wielkości określające system obsługi: typ rozkładu wejściowego strumienia zgłoszeń, typ rozkładu czasów obsługi, liczbę kanałów obsługi, dyscyplinę kolejki, liczbę faz obsługi, itp. W klasyfikacji można również uwzględnić: obecność i różnego rodzaju ograniczenia nałożone na długość kolejki, czas oczekiwania w poczekalni, możliwość wyjścia zgłoszenia z systemu i ewentualne przejście do drugiej kolejki. W celu oznaczenia systemu kolejkowego i modelu matematycznego, który mu odpowiada wykorzystuje się kod, w którym zawarte są informacje przynależności systemu do odpowiedniej grupy [2]. Podstawowymi klasyfikacjami systemów masowej obsługi są:

– **Klasyfikacja według D. Kendalla**

Angielski matematyk i statystyk D. Kendall przedstawił symbolikę, w której system kolejkowy oznacza się w następujący sposób:

X / Y / m

gdzie:

- **X – symbol rozkładu wejściowego strumienia zgłoszeń,**
- **Y – symbol rozkładu czasów obsługi zgłoszeń,**
- **m – liczb kanałów obsługi,**

Natomiast aby oznaczyć typy rozkładów strumienia wejściowego oraz czasów obsługi zastosowano następująco symbole:

- **D – strumień zdeterminowany lub regularny,**
- **M – wykładniczy rozkład czasów obsługi lub odstępów czasu pomiędzy sąsiednimi zgłoszeniami, tzn. poissonowski rozkład przybyć,**
- **E_k – rozkład Erlanga k-tego rzędu, który może występować po stronie urządzeń obsługujących jak i stronie zgłoszeń,**
- **H_r – rozkład hiperwykładniczy rzędu r,**
- **C_k – rozkład Cox' rzędu k,**
- **G_I – strumień ogólnego typu, dowolny i niezależny,**
- **G – strumień o dowolnym rozkładzie czasów obsługi.**

Zgodnie z następującą symboliką, np. kod M/M/1 opisuje system kolejkowy z jednym kanałem obsługi, w którym strumień wejściowy zgłoszeń opisany jest rozkładem Poissona, a czas obsługi podlega rozkładowi wykładniczemu.

Ograniczeniem przedstawionego sposobu kodowania jest warunek, że następujący kod odnosi się wyłącznie do jednofazowych systemów obsługi, a także nie posiada informacji o istnieniu kolejki, ograniczeń lub braku ograniczeń nałożonych na ilość zgłoszeń przebywających w systemie oraz sposobu likwidacji kolejki, tzw. dyscypliny kolejki. Te elementy odgrywają istotną rolę w działaniu systemu kolejkowego, co czyni tą klasyfikację niedoskonałą.

– **Klasyfikacja według A. M. Lee**

Specjalista z teorii masowej obsługi A. M. Lee dążąc do udoskonalenia niedogodności związanymi z klasyfikacją Kendalla, zaprezentował rozszerzony o dodatkowe czynniki kod o postaci:

X / Y / m / d / l

gdzie:

- **d – kod przyjętej dyscypliny kolejki,**
- **l – rozmiar systemu, tzn. maksymalna liczba zgłoszeń mogących się pomieścić w systemie (w kanałach obsługi i w poczekalni).**

Na przykład, kod wzbogacony o dodatkowe czynniki z tej klasyfikacji wygląda następująco: M/M/3/FIFO/∞, co oznacza system poissonowski, zawierający trzy kanały obsługi, które działają według dyscypliny FIFO i posiadają nieskończoną ilość miejsc w poczekalni.

Ten system kodowania może zostać poszerzony o dodatkowy element:

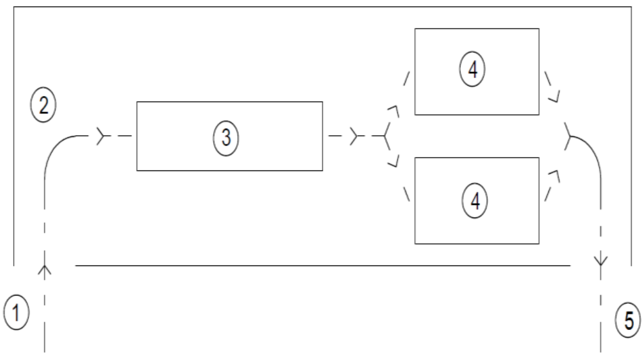
- O – system otwarty,
- F – system zamknięty.

Z tak określonym sposobem klasyfikacji i dodatkowym elementem kod M/E2/2/FIFO/4/F oznacza system z poissonowskim strumieniem wejściowym zgłoszenia, o erlangowskim rozkładzie czasów obsługi drugiego rzędu, posiadający dwa kanały obsługi, z zastosowaniem reguły likwidacji kolejki w poczekalni według dyscypliny FIFO, liczbą miejsc w poczekalni ograniczoną do 2, a także oznaczającym, że system ten jest zamknięty[2].

2. ZASTOSOWANIE SYSTEMÓW MASOWEJ OBSŁUGI DO MODELOWANIA SYSTEMÓW TRANSPORTOWYCH

2.1. Modelowanie myjni samochodowej jako systemu kolejkowego

Celem badania była analiza pracy myjni samochodowej i możliwości modyfikacji systemu. Schemat modelu myjni samochodowej został przedstawiony na Rys. 2.



***Rys. 2.** Schemat modelu myjni samochodowej*

Oznaczenia:

1. Strumień wejściowy modelu,
2. Obiekty zgłoszenia,
3. Poczekalnia (kolejka obiektów),
4. Kanały obsługi,

5. Strumień wyjściowy.

Charakterystyka modelu:

- 2 jednakowe, równoległe, niezależne od siebie kanały obsługi,
- wykładniczy rozkład odstępów, czasów pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami, jak również wykładniczy rozkład czasu obsługi,
- poczekalnia nieograniczonej pojemności (dostępny duży plac postoju samochodów),
- źródło zgłoszeń nieskończenie wymiarowe,
- zgłoszenia przystępują do obsługi przy regulaminie FIFO kolejki,
- intensywność strumienia zgłoszeń wynosiła

$$\lambda = 0.18$$

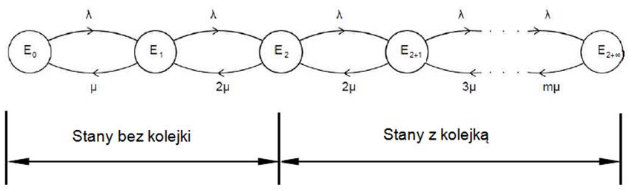
obsłużonych samochodów na minutę,

- średnia długość obsługi jednego zgłoszenia wynosiła

$$\overline{t_0} = 8.4\,\mathrm{min}\ ,$$

- ilość kanałów obsługi $m = 2$,
- według klasyfikacji Lee dany system można charakteryzować jako M/M/2/FIFO/∞.

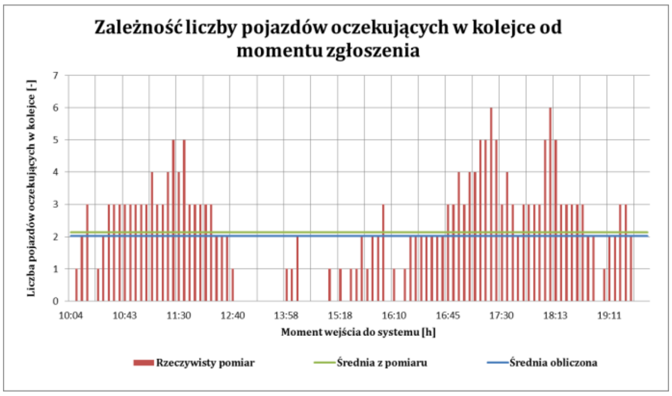
Graf stanów dla takiego systemu przedstawiono poniżej na rys. 3.



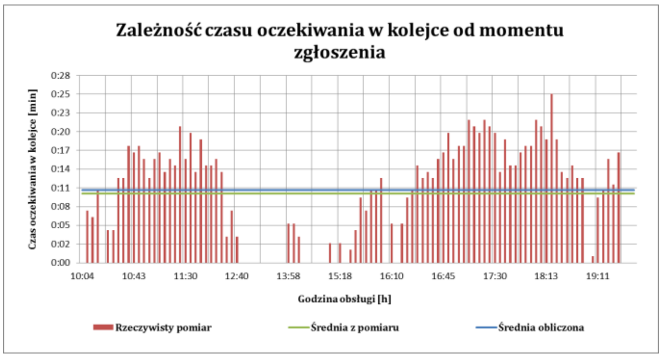
Rys. 3. Graf stanów myjni jako systemu transportowego.

W badaniach przeprowadzono pomiary na rzeczywistym obiekcie, które posłużyły do oceny parametrów i charakterystyki systemu. Dla uzyskania charakterystyki rzeczywistego obiektu dokonano jednokrotnej serii pomiarów w jednym dniu tygodnia, które miały posłużyć wyłącznie do ilustracji zagadnienia, bez przygotowania statystycznego wielokrotnej serii pomiarów w różnych dniach.

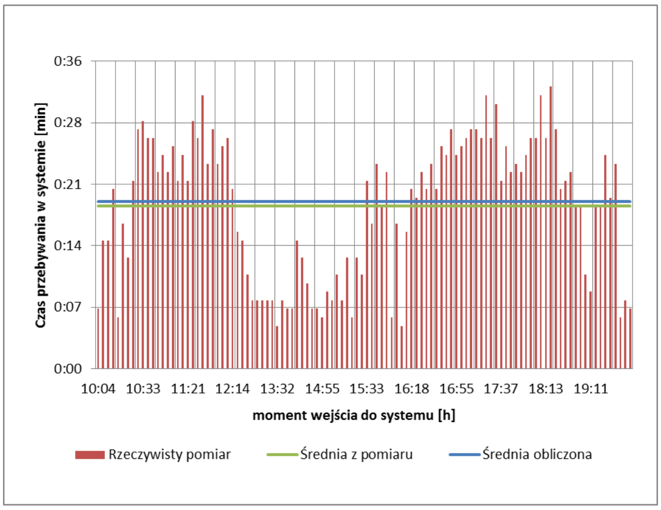
Poniżej na rysunkach 4, 5 i 6 przedstawiono charakterystyki systemu i porównanie najważniejszych danych.



Rys. 4. Charakterystyka liczby pojazdów w kolejce od momentu zgłoszenia



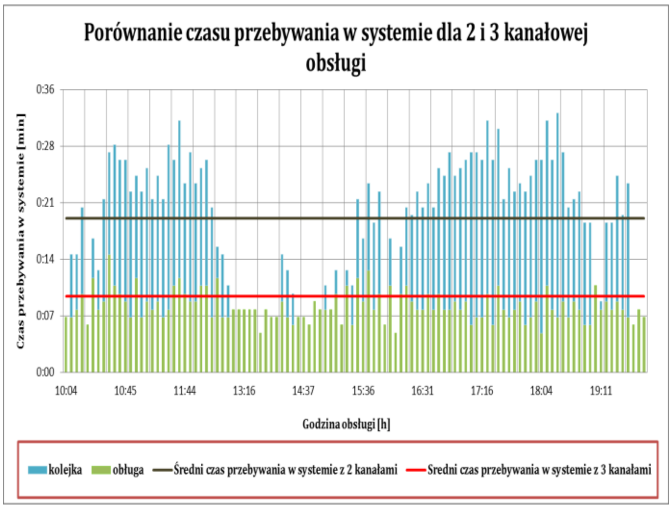
Rys. 5. Charakterystyka czasu oczekiwania w kolejce od momentu zgłoszenia



Rys. 6. Charakterystyka czasu przebywania w systemie od momentu zgłoszenia

Kolejnym krokiem w badaniach były obliczenia wykonane dla przypadku, gdyby myjnia posiadała m=3 kanały obsługi. Pozostałe parametry modelu pozostały bez zmian.

Porównanie czasu przebywania w systemie 2-kanałowym i 3-kanałowym przedstawiono na rysunku 7.



Rys. 7. Charakterystyka czasu przebywania w systemie od momentu zgłoszenia

2.2. Wyniki analizy charakterystyk myjni samochodowej

Badany obiekt został scharakteryzowany jako system masowej obsługi z oczekiwaniem M/M/2/FIFO/∞. Do obliczeń zostały wykorzystane dane z pomiarów dla rzeczywistego obiektu, a wyniki obliczeń zostały zestawione na wykresach porównawczych wraz z wartościami pomiarowymi.

Średnia ilość zgłoszeń oczekujących w kolejce w obliczeniach wyniosła $\bar{v} = 2.02$, natomiast w rzeczywistym pomiarze wyniosła $\bar{v} = 2.14$.

Błąd względny symulacji w stosunku do pomiaru na obiekcie rzeczywistym wyniósł:

$$\delta = \frac{2.14 - 2.02}{2.14} \times 100\% = 5.6\%$$

Otrzymany błąd względny, wynika nie tylko z przybliżenia modelu systemu, ale z jednej serii pomiarów na realnym obiekcie, bez realizacji pomiarów w wielu różnych dniach tygodnia.

Kolejnym krokiem było modelowanie systemu z 3 kanałami obsługi. Otrzymane wyniki również zostały przedstawione w postaci wykresu. W przypadku systemu obsługi z 3 kanałami obsługi znacząco zmalała średnia liczba zgłoszeń oczekujących w kolejce do $\bar{v} = 0.25$, a średni czas przebywania w systemie, przeszło dwukrotnie do $\bar{t_s} = 9.69$ min.

Otrzymane wyniki pozwalają stwierdzić, że poprzez powiększenie systemu o dodatkowy kanał obsługi, czas oczekiwania i płynność obsługi pojazdów uległaby znaczącej poprawie.

2.3. Modelowanie stacji paliw

W kolejności badaniu poddano rzeczywisty obiekt stacji paliw z czterema stanowiskami dystrybucji. Pomiary użyte do analizy systemu zostały przeprowadzone w przypadkowym dniu tygodnia, w ciągu 5 godzinnego cyklu pomiarowego W budowie modelu przyjęto poniższe założenia:

- 4 jednakowe, równoległe, niezależne od siebie kanały obsługi,
- wykładniczy rozkład odstępów, czasów pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami, jak również wykładniczy rozkład czasu obsługi,
- poczekalnia nieograniczona,
- nieskończenie wymiarowe źródło zgłoszeń,
- zgłoszenia przystępują do obsługi przy regulaminie FIFO kolejki.

Intensywność strumienia zgłoszeń wynosiła:

$$\lambda = 0.7$$

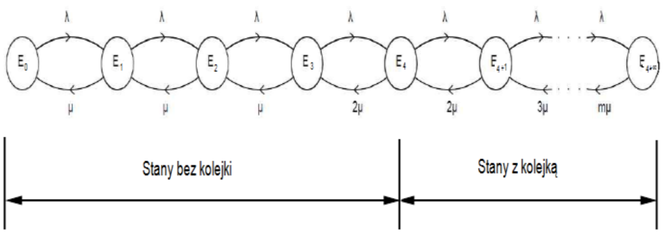
samochodów na minutę.

Średni czas obsługi jednego zgłoszenia wynosił

$$\bar{t_0} = 2.18 \min$$

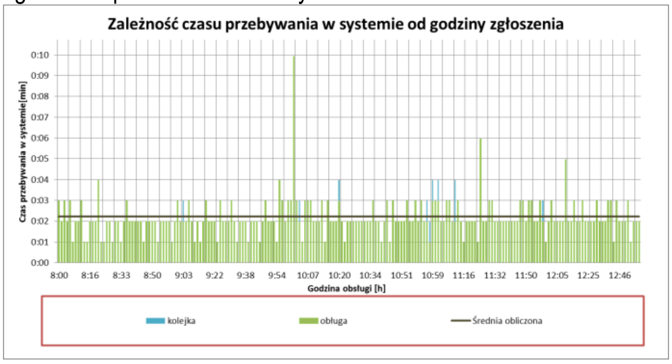
Według klasyfikacji Lee kod analizowanego systemu zapisać można jako M/M/4/FIFO/∞.

Graf stanów dla takiego systemu przedstawiono poniżej na rys. 8.



Rys. 8. *Graf stanów stacji paliw jako systemu transportowego*

W badaniach uwzględniono obliczenia wielu charakterystyk. Przykładową zależność czasu przebywania w systemie od momentu zgłoszenia przedstawiono na rysunku 9.



Rys. 9. *Wykres czasu przebywania w systemie od momentu zgłoszenia.*

2.4. Analiza charakterystyki stacji paliw

Obliczenia na podstawie pomiarów zostały przeprowadzone według systemu kolejkowego z oczekiwaniem M/M/4/FIFO/∞. Na podstawie dokonanych obliczeń można stwierdzić, że obsługa na stacji następuje płynnie i nie jest konieczna większa ilość kanałów obsługi. Średnia ilość oczekujących zgłoszeń w kolejce wynosiła 0.05, średni czas oczekiwania na obsługę 0.07 min, a średni całkowity czas przebywania pojazdu na stacji paliw ok. 2.25 min.

Wynik analizy wskazuje na brak konieczności rozbudowy analizowanego obiektu do większej ilości kanałów obsługi. Byłaby to dla tego obiektu nieuzasadniona ekonomicznie inwestycja.

PODSUMOWANIE

Zastosowanie teorii masowej obsługi odgrywa znaczącą rolę w modelowaniu nowych systemów transportowych, jak również w ocenie jakości funkcjonowania już istniejących systemów w których występuje proces wielostanowiskowej obsługi z kolejkowaniem pojazdów. Poprzez odpowiednią klasyfikację modelu oraz badania analityczne lub symulacyjne można wykonać szereg analiz charakterystyki systemu transportowego. Wyniki analizy mogą posłużyć np. do oceny opłacalności rozbudowy systemów pod względem wydajności transportowej. Istotnym problemem możliwym do rozwiązania dzięki badaniom symulacyjnym na modelach masowej obsługi jest odpowiednia organizacji pracy systemu, która może skrócić czasy obsługi, zwiększyć płynność przepływu pojazdów, jak również wpłynąć na większą ilość zgłoszeń poprzez lepsze postrzeganie systemu przez potencjalnych klientów.

BIBLIOGRAFIA

1. Nawarecki E.: Wprowadzenie do badań operacyjnych, Skrypty uczelniane, Kraków 1981.
2. Filipowicz B.: Modele stochastyczne w badaniach operacyjnych. Analiza i synteza systemów obsługi i sieci kolejkowych, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
3. Datka S.: Inżynieria ruchu, Wydawnictwo komunikacji i łączności Warszawa, Warszawa 1999.
4. Jacyna M.: Modelowanie i ocena systemów transportowych, Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2009.

Autorzy:
dr inż. **Piotr Kisielewski**, Politechnika Krakowska
inż. **Sobota Łukasz**, KreaTech