Jakub Oziomek, Andrzej Rogowski

Optymalny przydział autobusów do pozamiejskich linii komunikacyjnych w Ostrowcu Świętokrzyskim

Fot. 1. *Budynek administracyjny MPK i fragment zajezdni*

W artykule zaprezentowane zostały praktyczne możliwości wykorzystania metod programowania liniowego w transporcie miejskim. Przedmiotem rozważań stał się taki przydział autobusów do linii, który zapewni możliwie najmniejsze zużycie paliwa, a co za tym idzie – przyczyni się do zmniejszenia kosztów prowadzenia działalności. Ma to bowiem szczególne znaczenie w sytuacji, gdy gminny przewoźnik realizuje część przewozów na zasadach komercyjnych. Przydział do autobusów nie może być dowolny. Należy uwzględnić szereg warunków ograniczających, tzn. z jednej strony rozmiary pracy przewozowej, a z drugiej różnorodność i ograniczoną liczbę wozów w parku taborowym.

Słowa kluczowe: programowanie liniowe, transport miejski, optymalizacja.

Wstęp

Ostrowiec Świętokrzyski jest jednym z większych ośrodków przemysłowych w województwie świętokrzyskim. Historia miasta jest nierozłącznie związana z budową i rozwojem huty. Szybki przemysłowy i urbanizacyjny rozwój miasta wymusił potrzebę uruchomienia zbiorowej komunikacji. 1 kwietnia 1956 r. na trasy komunikacyjne wyruszyły pierwsze autobusy – popularne wówczas Stary 50. Przedsiębiorstwo posiadało 6 autobusów, które obsługiwały 4 linie. W latach 80. zakład dysponował już 125 autobusami i świadczył usługi na 52 regularnych liniach komunikacyjnych. W 1990 r. MPK zostało przekształcone w zakład budżetowy pod nazwą Miejski Zakład Komunikacji; w 1993 r. powstał Zarząd Komunikacji Miejskiej (pełniący rolę organizatora), a zakres działania MZK został ograniczony wyłącznie do funkcji przewoźnika. W 1997 r. w MZK nastąpiły ponowne przekształcenia: powstało Miejskie Przedsiębiorstwo Komunikacji – spółka z ograniczoną odpowiedzialnością Gminy Ostrowiec Świętokrzyski. W 2001 r. zlikwidowano Zarząd Komunikacji Miejskiej, a MPK ponownie podjęło się zarządzania i organizacji przewozów komunikacji miejskiej, dystrybucji biletów, opracowywania rozkładów jazdy, kontroli biletów, przygotowania i udostępniania informacji o funkcjonowaniu komunikacji miejskiej (w tym informacji przystankowej). We wrześniu 2014 r. została wprowadzona nowa sieć komunikacyjna (i podlega ona nieustannym zmianom), składająca się wówczas z 10 linii miejskich, oznaczonych numerycznie od „1” do „10”, oraz 8 linii pozamiejskich, oznaczonych literowo: A, B, C, D, E, F, G, H (przy czym linie A, B i C funkcjonowały tylko pół roku). Miejskie Przedsiębiorstwo Komunikacji Sp. z o.o. Gminy Ostrowiec Świętokrzyski (fot. 1) świadczyło zatem usługi przewozowe na liniach miejskich – mających charakter użyteczności publicznej – oraz pozamiejskich, prowadzonych na tzw. własny rachunek [1].

Komercyjny charakter linii pozamiejskich „potęgował” konieczność maksymalizacji zysku z tytułu świadczenia usług przewozowych przy jednoczesnym minimalizowaniu kosztów prowadzenia działalności. Jednymi z nich są koszty materiałów pędnych, stanowiące w polskich przedsiębiorstwach komunikacyjnych średnio ok. 25% kosztów 1 wozokilometra autobusu – można na nie bezpośrednio wpłynąć poprzez racjonalny, tj. rozumiany jako gwarantujący najmniejsze dzienne zużycie paliwa, przydział autobusów do linii [5, 11]. O ile zadanie to w soboty i dni świąteczne, ze względu na małą liczbę warunków koniecznych do spełnienia, można zrealizować wręcz intuicyjnie, o tyle w dni robocze rozwiązanie problemu wygodnie jest wyznaczyć przy użyciu technik matematycznych. W tym celu niezbędne jest zbudowanie odpowiedniego modelu matematycznego i dobór właściwej metody znalezienia rozwiązania. Innym zagadnieniem, znacznie trudniejszym, jest problem synchronizacji linii autobusowych [8].

1. Matematyczny model przydziału autobusów do linii

1.1. Modelowanie matematyczne

Przez model najczęściej rozumie się pewien odpowiednik rzeczywistości, sformułowany i zapisany w postaci zależności matematycznych, uproszczony i podporządkowany celowi badań. Istota każdego modelu polega na tym, że powinien on w toku prowadzonej analizy dostarczyć niezbędnych informacji o rzeczywistym procesie lub systemie. W takim aspekcie konieczne jest postrzeganie modelu jako narzędzia badawczego [3, 6, 7].

Strukturę modelu decyzyjnego tworzą:

- zmienne decyzyjne – niewiadome, których wartości wyznaczane są w trakcie rozwiązywania zadania,
- parametry – wartości stałe, opisujące zasoby, którymi dysponujemy,
- funkcja celu – rozumiana jako kryterium optymalizacji zadania (w zależności od typu modelu może być minimalizowana lub maksymalizowana),
- warunki ograniczające – wymagania nakładane na zmienne (tzw. warunki zasadnicze) i/lub wymagania nakładane na typ zmiennych (tzw. warunki brzegowe).

W zależności od postaci funkcji celu i warunków ograniczających wyróżnia się różne typy modeli; w szczególności wyróżnia się model liniowy (w teorii optymalizacji tzw. programowanie liniowe), w którym funkcja celu i warunki ograniczające mają postać zależności liniowych:

$$FC = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \{\leq, =, \geq\} b_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad (2)$$

gdzie: x_j – zmienne; a_{ij}, b_i, c_j – stałe parametry; $b_i \geq 0$.

Zadanie programowania liniowego polega na znalezieniu takich wartości zmiennych x_j, które ekstremalizują (minimalizują lub maksymalizują) funkcję celu (1) pod warunkiem spełnienia ograniczeń zasadniczych (2) [2]. Każdy model liniowy z maksymalizacją funkcji celu może zostać sprowadzony do postaci równoważnej z minimalizacją funkcji celu (i na odwrót) poprzez pomnożenie funkcji celu przez –1.

Czasami, z różnych przyczyn zależnych od rodzaju modelowanego fragmentu rzeczywistości, przynajmniej niektóre zmienne decyzyjne powinny przyjmować wartości całkowite. Model liniowy, w którym przynajmniej na jedną ze zmiennych nałożony został warunek całkowitoliczbowości, nazywa się modelem programowania liniowego całkowitoliczbowego. Jeżeli natomiast zmienne mogą przyjmować tylko wartości ze zbioru {0, 1}, to taki model nazywany jest modelem programowania liniowego binarnego.

Rozwiązanie zagadnienia programowania liniowego możliwe jest przy pomocy szeregu algorytmów, jednak najbardziej rozpowszechnioną metodą okazał się algorytm simpleksowy G. Dantziga i jego modyfikacje. W skrócie polega on na wyznaczeniu rozwiązania dopuszczalnego, czyli spełniającego układ ograniczeń, a następnie „poprawianiu" go – w toku kolejnych iteracji – aż do osiągnięcia rozwiązania optymalnego lub wykazaniu nieistnienia rozwiązania optymalnego. W przypadku modeli programowania liniowego całkowitoliczbowego i binarnego rozwiązanie można uzyskać np. metodą podziału i ograniczeń lub metodą cięć [10]. Ze względu na ten iteracyjny charakter algorytmów do rozwiązania modelu programowania liniowego (a także liniowego całkowitoliczbowego i binarnego) wykorzystuje się programy dostępne na komputery PC, jak chociażby dodatek Solver do arkusza kalkulacyjnego MS Excel czy np. WinQSB.

1.2. Charakterystyka taboru i obsługiwanych linii pozamiejskich

Tabor spółki MPK w Ostrowcu Świętokrzyskim składa się z 40 autobusów, wśród których wyróżnia się pojazdy marki Jelcz, MAN, Solaris i Solbus (stan na 10.04.2015 r.). Charakterystykę tych pojazdów przedstawiono w tab. 1. Podstawowymi autobusami są autobusy Jelcz 120M (fot. 2) i 120M/Aut, MAN NL 202 oraz Jelcz PR 110 (fot. 2).

Z tab. 1 wynika, że flotę przewoźnika tworzą pojazdy o różnych zdolnościach przewozowych i parametrach konstrukcyjnych (rozróżnia się pojazdy klasy maxi o długości 11 lub 12 m i midi o długości nieprzekraczającej 10 m). Jednymi z istotnych cech – w kontekście planu przydziału autobusów do linii – są różne średnie

Tab. 1. Charakterystyka taboru autobusowego MPK w Ostrowcu Świętokrzyskim (stan na 10.04.2015 r.)

Marka/model	Liczba autobusów	Średni wiek	Niskopodłogowy/ niskowejściowy	Liczba miejsc	
				siedzących	ogółem
Jelcz 120M	6	19	Nie	34	110
Jelcz 120M/Aut	8	18	Nie	34	110
Jelcz PR110	5	23	Nie	36	110
MAN NÜ313	2	16	Tak	45	90
MAN NL202	8	17	Tak	37	102
MAN NM192	4	19	Tak	26	62
MAN NM223	2	11	Tak	31	82
Solaris Urbino 12	2	15	Tak	29	105
Solbus B9,5	2	10	Nie	25	87
Solbus SN11M	1	8	Tak	29	92

Źródło: oprac. własne na podst. [4].

Tab. 2. Średnie normy zużycia paliwa w rozbiciu na poszczególne modele autobusów MPK w Ostrowcu Świętokrzyskim

Marka/model	Paliwo	Średnia norma zużycia paliwa [l/km]	
		miejska	pozamiejska
Jelcz 120M	Olej napędowy	0,35	0,34
Jelcz 120M/Aut	Olej napędowy	0,38	0,37
Jelcz PR110	Olej napędowy	0,35	0,34
MAN NÜ313	Olej napędowy	0,48	0,46
MAN NL202	Olej napędowy	0,36	0,35
MAN NM192	Olej napędowy	0,3	0,29
MAN NM223	Olej napędowy	0,34	0,33
Solaris Urbino 12	Olej napędowy	0,36	0,35
Solbus B9,5	Olej napędowy	0,25	0,24
Solbus SN11M	Olej napędowy	0,35	0,33

Źródło: oprac. własne na podst. [4].

Fot. 2. *Autobusy: a) Jelcz PR 110; b) Jelcz 120M*

normy zużycia paliwa. W tab. 2 podano uśrednione zużycie paliwa dla poszczególnych modeli autobusów.

Wśród wymogów, jakie zostały postawione przed przewoźnikiem, jest między innymi konieczność obsługi linii miejskich taborem o wyższym standardzie niż linii pozamiejskich, tj. pojazdami nowszymi, przystosowanymi do przewozu osób niepełnosprawnych (autobusami niskopodłogowymi, względnie niskowejściowymi, których udział w parku taborowym przewoźnika – zgodnie z tab. 1 – wynosi blisko 48%). Wobec tego trzon linii pozamiejskich stanowić powinny pojazdy marki Jelcz PR110, Jelcz 120M, MAN NM192, MAN NÜ313 i Solbus B9,5. Zdolności przewozowe wymienionych wozów zaspokajają maksymalne potoki pasażerskie na liniach pozamiejskich. Warto zauważyć, że normy zużycia paliwa dla pojazdów marki Jelcz PR110 i Jelcz 120M są jednakowe, wozy te mają podobne parametry konstrukcyjne oraz pojemność i dlatego też w dalszej części będą ze sobą utożsamiane pod nazwą Jelcz PR110/120M.

Spośród linii pozamiejskich, na których spółka MPK świadczy usługi przewozowe, wyróżnia się linie (stan na 10.04.2015 r.):

- „D" na relacji: Ostrowiec Świętokrzyski–Doły Biskupie,
- „E" na relacji: Ostrowiec Świętokrzyski–Bukowie,
- „F" na relacji: Ostrowiec Świętokrzyski–Mychów,
- „G" na relacji: Ostrowiec Świętokrzyski–Garbacz,
- „H" na relacji: Ostrowiec Świętokrzyski–Broniszowice.

Tab. 3. **Planowane kursy i przebiegi na liniach pozamiejskich w dni robocze (stan na 10.04.2015 r.)**

Linia	Brygada	Liczba kursów		Przebieg dzienny [wozokm]	
		na brygadzie	na linii	na brygadzie	na linii
D	D/1	13	21	234,78	401,34
	D/2	8		166,56	
E	E/1	12	24	226,85	426,31
	E/2	9		155,85	
	E/3	3		43,61	
F	F/1	12	20	165,63	260,51
	F/2	8		94,88	
G	G/1	19	30	260,14	410,93
	G/2	11		150,79	
H	H/1	10	10	111,71	111,71

Źródło: oprac. własne na podst. [9].

Szczegółowy schemat pozamiejskich linii komunikacyjnych przedstawiono na rys. 1.

Naturalne jest, że w celu zachowania pożądanej częstotliwości niektóre z linii muszą być obsługiwane przez większą niż jeden liczbę autobusów. Każdy pojazd na danej linii – wykonujący kursy według rozkładu jazdy – tworzy tzw. brygadę. Innymi słowy brygada to połączone w szeregi kursy na danej linii, przeznaczone do wykonywania tym samym pojazdem. W tab. 3 przedstawiono informacje o liczbie kursów i pracy przewozowej wykonywanej na każdej z linii w dni robocze, wyrażoną w wozokilometrach.

1.3. Model przydziału autobusów do linii

Celem budowy modelu jest opracowanie planu przydziału autobusów do linii pozamiejskich w dni robocze w kontekście minimalizacji zużycia paliwa. Analiza danych zawartych w tab. 2 i 3 pozwala stwierdzić, że matematyczny model dla rozważanego problemu można określić dwojako:

- w kontekście przydziału autobusów do brygad[1],
- w kontekście przydziału modeli autobusów do linii.

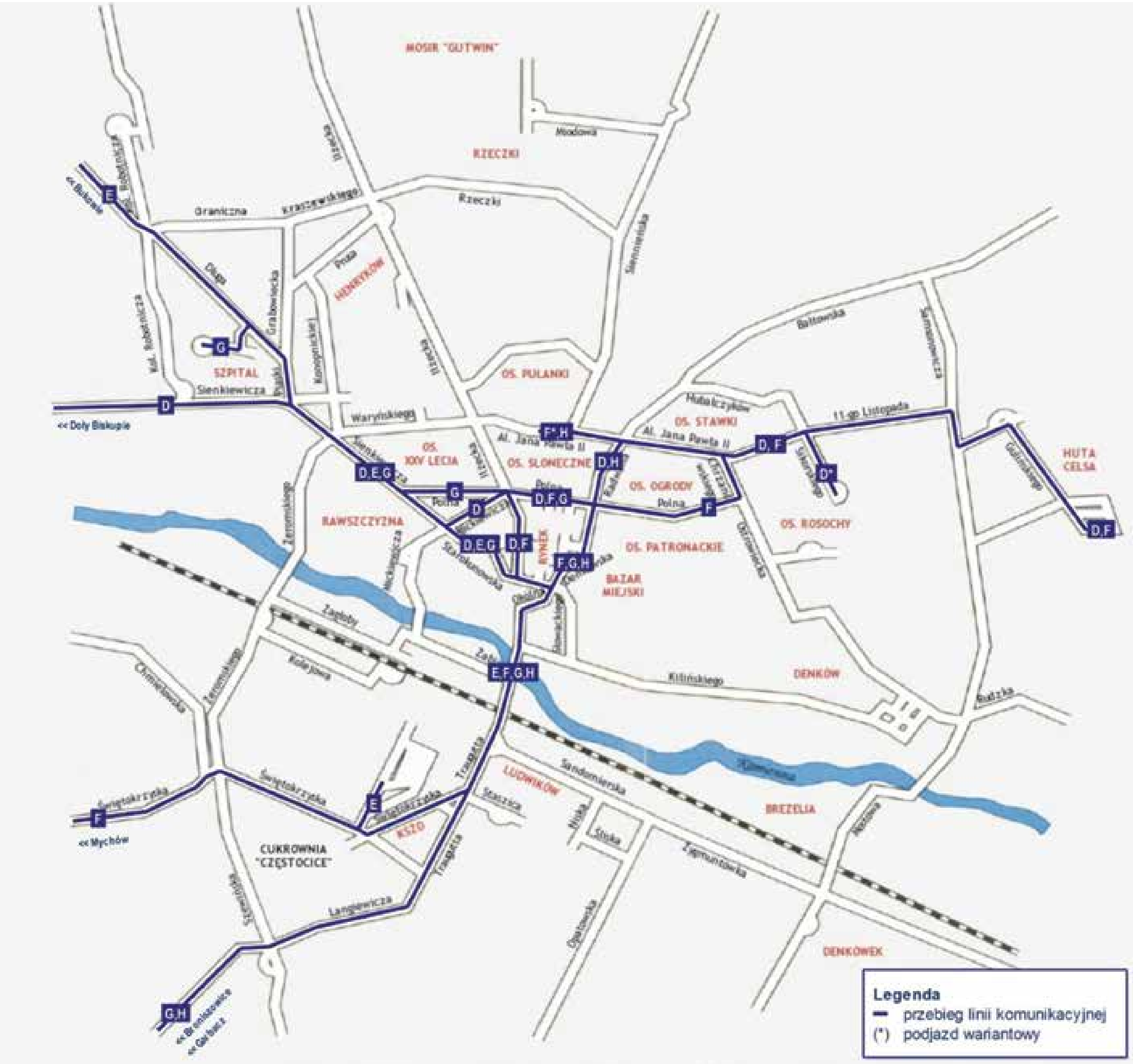
W pierwszym przypadku zmienna decyzyjna x_{ij} będzie przyjmować jedną z dwóch wartości: 1 – gdy autobus typu i obsługuje brygadę j, 0 – w pozostałych przypadkach (jest więc zmienną binarną). Współczynnik w funkcji celu przy zmiennej x_{ij} jest iloczynem średniej pozamiejskiej normy zużycia paliwa autobusu typu i oraz liczby wozokilometrów na brygadzie j (wyraża tym samym zużycie paliwa przez autobus na brygadzie). Matematyczny model przydziału autobusów do poszczególnych brygad linii pozamiejskich ma postać:

$$\begin{aligned} FC = {} & 79{,}83x_{11} + 56{,}63x_{12} + 77{,}13x_{13} + 52{,}99x_{14} + 14{,}83x_{15} + 56{,}31x_{16} + \\ & +32{,}26x_{17} + 88{,}45x_{18} + 51{,}27x_{19} + 37{,}98x_{110} + 56{,}35x_{21} + 39{,}97x_{22} + \\ & +54{,}44x_{23} + 37{,}4x_{24} + 10{,}47x_{25} + 39{,}75x_{26} + 22{,}77x_{27} + 62{,}43x_{28} + \\ & +36{,}19x_{29} + 26{,}81x_{210} + 68{,}09x_{31} + 48{,}3x_{32} + 65{,}79x_{33} + 45{,}2x_{34} + \\ & +12{,}65x_{35} + 48{,}03x_{36} + 27{,}52x_{37} + 75{,}44x_{38} + 43{,}73x_{39} + 32{,}4x_{310} + \\ & +108x_{41} + 76{,}62x_{42} + 104{,}35x_{43} + 71{,}69x_{44} + 20{,}06x_{45} + 76{,}19x_{46} + \\ & +43{,}64x_{47} + 119{,}66x_{48} + 69{,}36x_{49} + 51{,}39x_{410} \rightarrow min \end{aligned} \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = 1 \quad \text{dla } j = 1,2,\dots,10 \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{10} x_{1j} \leq 11 \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_{2j} \leq 2 \tag{6}$$



Rys. 1. *Schemat pozamiejskich linii komunikacyjnych (stan na 10.04.2015 r.)*
Źródło: oprac. własne na podst. [1].

$$\sum_{j=1}^{10} x_{3j} \leq 4 \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{10} x_{4j} \leq 2 \quad (8)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \text{dla } i = 1,2,3,4 \text{ i } j = 1,2,\ldots,10 \quad (9)$$

gdzie:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{gdy autobus typu } i \text{ nie obsługuje brygady } j \\ 1, & \text{gdy autobus typu } i \text{ obsługuje brygadę } j \end{cases},$$

$$i = \begin{cases} 1 & \text{dla autobusu typu „Jelcz PR110/Jelcz 120M”} \\ 2 & \text{dla autobusu typu „Solbus B9,5”} \\ 3 & \text{dla autobusu typu „MAN NM192”} \\ 4 & \text{dla autobusu typu „MAN NU313”} \end{cases},$$

$$j = \begin{cases} 1 & \text{dla brygady „D/1”} \\ 2 & \text{dla brygady „D/2”} \\ 3 & \text{dla brygady „E/1”} \\ \vdots & \\ 10 & \text{dla brygady „H/1”} \end{cases}.$$

Równanie (3) określa funkcję celu podającą zużycie paliwa. Warunek (4) zapewnia, że każda brygada realizowana będzie tylko przez jeden autobus. Warunki (5) – (8) określają dostępne zasoby – możliwe do wykorzystania liczby autobusów typu Jelcz, Solbus i MAN, (9) nakłada na zmienne decyzyjne warunek binarności.

Warto nadmienić, że na podstawie znajomości szacunkowych cen 1 wozokilometra dla różnych typów pojazdów przydział autobusów do brygad można także rozpatrywać pod kątem minimalizacji kosztów. Model taki jest modelem ogólniejszym, bo oprócz kosztów materiałów pędnych (stanowiących – jak zauważono we wstępie – średnio ok. 25% kosztów 1 wozokilometra) będzie uwzględniał również m.in. płace kierowców, koszty konserwacji i napraw bieżących (także napraw głównych i remontów), amortyzację, koszty wydziałowe i ogólnozakładowe. Przyjmując dla autobusów Jelcz PR110/Jelcz 120M, Solbus B9,5, MAN NM192, MAN NÜ313 stawkę za 1 wozokilometr na poziomie odpowiednio 5 zł, 4,64 zł, 4,82 zł, 5,43 zł, przykładowy model uzyskamy, zastępując funkcję celu (3) funkcją celu (3') zachowując warunki (4) – (9):

$$\begin{aligned}FC = {} & 1173{,}9x_{11} + 832{,}8x_{12} + 1134{,}25x_{13} + 779{,}25x_{14} + 218{,}05x_{15} + \\ & +828{,}15x_{16} + 474{,}4x_{17} + 1300{,}7x_{18} + 753{,}95x_{19} + 558{,}55x_{110} + 1089{,}38x_{21} + \\ & +772{,}84x_{22} + 1052{,}58x_{23} + 723{,}14x_{24} + 202{,}35x_{25} + 768{,}52x_{26} + \\ & +440{,}24x_{27} + 1207{,}05x_{28} + 699{,}67x_{29} + 518{,}33x_{210} + 1131{,}64x_{31} + \\ & +802{,}82x_{32} + 1093{,}42x_{33} + 751{,}2x_{34} + 210{,}2x_{35} + 798{,}34x_{36} + 457{,}32x_{37} + \\ & +1253{,}87x_{38} + 726{,}81x_{39} + 538{,}44x_{310} + 1274{,}86x_{41} + 904{,}42x_{42} + \\ & +1231{,}8x_{43} + 846{,}27x_{44} + 236{,}8x_{45} + 899{,}37x_{46} + 515{,}2x_{47} + 1412{,}56x_{48} + \\ & +818{,}79x_{49} + 606{,}59x_{410} \rightarrow min\end{aligned} \tag{3'}$$

W komunikacji miejskiej nierzadko wymaga się, aby na liniach kursowały tylko pojazdy o pożądanych parametrach konstrukcyjnych bądź określonego typu. Oznacza to, że jeśli daną linię obsługuje kilka brygad, to na każdej z nich musi zostać zaplanowany ten sam model autobusu. W rozpatrywanym przypadku problem optymalizacyjny dotyczyć więc będzie takiego przydziału modeli autobusów do linii, aby osiągnąć możliwie najniższe zużycie paliwa. W ujęciu matematycznym problemu zmienna decyzyjna x_{ij} będzie zmienną binarną, przyjmującą wartość 1, gdy autobusy typu i obsługują linię j, oraz wartość 0 w pozostałych przypadkach. Współczynnik przy zmiennej decyzyjnej x_{ij} w funkcji celu jest iloczynem średniej pozamiejskiej normy zużycia paliwa przez autobus typu i i liczby wozokilometrów na linii j (wyraża zużycie paliwa przez wszystkie autobusy konieczne do obsługi danej linii). Model ma postać:

$$\begin{aligned}FC = {} & 136{,}46x_{11} + 144{,}95x_{12} + 88{,}57x_{13} + 139{,}72x_{14} + 37{,}98x_{15} + \\ & +96{,}32x_{21} + 102{,}31x_{22} + 62{,}52x_{23} + 98{,}62x_{24} + 26{,}81x_{25} + 116{,}39x_{31} + \\ & +123{,}63x_{32} + 75{,}55x_{33} + 119{,}17x_{34} + 32{,}4x_{35} + 184{,}62x_{41} + 196{,}1x_{42} + \\ & +119{,}83x_{43} + 189{,}03x_{44} + 51{,}39x_{45} \rightarrow min\end{aligned} \tag{10}$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1 \tag{11}$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 1 \tag{12}$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1 \tag{13}$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 1 \tag{14}$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} = 1 \tag{15}$$

$$2x_{11} + 3x_{12} + 2x_{13} + 2x_{14} + x_{15} \leq 11 \tag{16}$$

$$2x_{21} + 3x_{22} + 2x_{23} + 2x_{24} + x_{25} \leq 2 \tag{17}$$

$$2x_{31} + 3x_{32} + 2x_{33} + 2x_{34} + x_{35} \leq 4 \tag{18}$$

$$2x_{41} + 3x_{42} + 2x_{43} + 2x_{44} + x_{45} \leq 2 \tag{19}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \text{dla } i = 1,2,3,4 \text{ i } j = 1,2,\dots,5 \tag{20}$$

gdzie:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{gdy autobusy typu } i \text{ nie obsługują linii } j \\ 1, & \text{gdy autobusy typu } i \text{ obsługują linię } j \end{cases},$$

$$i = \begin{cases} 1 & \text{dla autobusów typu „Jelcz PR110/Jelcz 120M”} \\ 2 & \text{dla autobusów typu „Solbus B9,5”} \\ 3 & \text{dla autobusów typu „MAN NM192”} \\ 4 & \text{dla autobusów typu „MAN NU313”} \end{cases},$$

$$j = \begin{cases} 1 & \text{dla linii „D”} \\ 2 & \text{dla linii „E”} \\ 3 & \text{dla linii „F”}. \\ 4 & \text{dla linii „G”} \\ 5 & \text{dla linii „H”} \end{cases}$$

Równanie (10) jest funkcją celu, określającą zużycie paliwa. Równania (11) – (15) gwarantują, że na danej linii kursować będą tylko pojazdy jednego typu. Warunki (16) – (19) określają dostępne zasoby – możliwe do wykorzystania liczby autobusów typu Jelcz, Solbus i MAN; (20) nakłada na zmienne decyzyjne warunek binarności.

Zastępując funkcję celu (10) funkcją (10'), w której współczynniki przy zmiennej decyzyjnej x_{ij} są iloczynem stawki za wozokilometr pracy autobusu typu i i liczby wozokilometrów na linii j (wyrażają koszty obsługi danej linii), otrzymujemy model minimalizujący koszty obsługi wszystkich linii.

$$\begin{aligned}FC = {} & 2006{,}7x_{11} + 2131{,}55x_{12} + 1302{,}55x_{13} + 2054{,}65x_{14} + 558{,}55x_{15} + \\ & +1862{,}22x_{21} + 1978{,}08x_{22} + 1208{,}77x_{23} + 1906{,}72x_{24} + 518{,}33x_{25} + \\ & +1934{,}46x_{31} + 2054{,}81x_{32} + 1255{,}66x_{33} + 1980{,}68x_{34} + 538{,}44x_{35} + \\ & +2179{,}28x_{41} + 2314{,}86x_{42} + 1414{,}57x_{43} + 2231{,}35x_{44} + 606{,}59x_{45} \rightarrow min\end{aligned} \tag{10'}$$

1.4. Rozwiązanie

Dla każdego z przedstawionych powyżej modeli, przy przyjętych danych, można uzyskać tylko jedno rozwiązanie optymalne. Biorąc pod uwagę modele dotyczące przydziału autobusów do brygad, widzimy, że rozwiązanie optymalne ma postać:

- dla modelu z kryterium minimalizacji zużycia paliwa: x_{15} = 1, x_{17} = 1, x_{19} = 1, x_{110} = 1, x_{21} = 1, x_{28} = 1, x_{32} = 1, x_{33} = 1, x_{34} = 1, x_{36} = 1, pozostałe zmienne są równe 0; wartość funkcji celu wynosi 462,4 i wyraża najmniejsze (oczekiwane) dzienne zużycie paliwa (w litrach) na liniach pozamiejskich,
- dla modelu z kryterium minimalizacji kosztów: x_{15} = 1, x_{17} = 1, x_{19} = 1, x_{110} = 1, x_{21} = 1, x_{28} = 1, x_{32} = 1, x_{33} = 1, x_{34} = 1, x_{36} = 1, pozostałe zmienne są równe 0; wartość funkcji celu wynosi 7747,16 i wyraża najmniejsze dzienne koszty (w złotych) na liniach pozamiejskich.

Autobusy marki Jelcz PR110/120M, Solbus B9,5, MAN NM192 i MAN NÜ313 należy przydzielić do brygad zgodnie z tab. 4.

W przypadku modeli dotyczących przydziału typów autobusów do linii rozwiązanie optymalne ma postać:

- dla modelu z kryterium minimalizacji zużycia paliwa: x_{12} = 1, x_{15} = 1, x_{24} = 1, x_{31} = 1, x_{33} = 1, pozostałe zmienne równe 0; wartość funkcji celu wynosi 473,5,
- dla modelu z kryterium minimalizacji kosztów: x_{12} = 1, x_{15} = 1, x_{24} = 1, x_{31} = 1, x_{33} = 1, pozostałe zmienne równe 0; wartość funkcji celu wynosi 7 786,94.

Realizację przydziału typów autobusów zobrazowano w tab. 5.

Tab. 4. Optymalny przydział autobusów do brygad wg kryterium minimalizacji zużycia paliwa i minimalizacji kosztów

Marka/model	Liczba autobusów		Przydzielone brygady
	dostępna	wykorzystana w rozwiązaniu optymalnym	
Jelcz PR110/120M	11	4	E/3, F/2, G/2, H/1
Solbus B9,5	2	2	D/1, G/1
MAN NM192	4	4	D/2, E/1, E/2, F/1
MAN NÜ313	2	0	–

Źródło: oprac. własne.

Tab. 5. Optymalny przydział typów autobusów do linii wg kryterium minimalizacji zużycia paliwa i minimalizacji kosztów

Marka/model	Liczba autobusów		Przydzielone brygady
	dostępna	wykorzystana w rozwiązaniu optymalnym	
Jelcz PR110/120M	11	4	E (3 szt.), H (1 szt.)
Solbus B9,5	2	2	G (2 szt.)
MAN NM192	4	4	D (2 szt.), F (2 szt.)
MAN NÜ313	2	0	–

Źródło: oprac. własne.

2. Kierunki dalszych działań

Na podstawie zaprezentowanych modeli uzyskano taki przydział autobusów, który zapewni możliwie najmniejsze zużycie paliwa (lub najmniejsze koszty) na wybranych liniach komunikacyjnych. Należy jednak pamiętać, że przedstawione w pracy kryteria przydziału autobusów do linii w kontekście minimalizacji zużycia paliwa nie są jedynymi, z jakimi przychodzi się zmierzyć w polskich przedsiębiorstwach komunikacyjnych. W komunikacji miejskiej planowanie przydziału autobusów do linii najczęściej dokonywane jest przez pryzmat wielu kryteriów. Często na przykład jest tak, że pojemność konkretnych pojazdów jest niewystarczająca w stosunku do potoków pasażerskich występujących na niektórych liniach komunikacyjnych. W związku z tym proces planowania przydziału autobusów musi uwzględniać z jednej strony ich zmienne zdolności przewozowe, a z drugiej – minimalizację zużycia paliwa. Realizację tak określonych zadań można uzyskać w dotychczas przedstawianych modelach matematycznych poprzez ograniczenie typów wozów mogących kursować na określonych brygadach lub liniach.

Możliwe jest również, że kryteriów optymalizacyjnych jest wiele, niektóre mogą być sprzeczne lub nie muszą być ze sobą porównywalne (np. planowanie przydziału autobusów do linii w aspekcie minimalizacji zużycia paliwa i wieku pojazdów lub planowanie przydziału autobusów do linii w aspekcie minimalizacji zużycia paliwa, przy czym autobusy te zasilane są różnymi rodzajami paliw, stąd ich normy nie mogą być ze sobą porównywalne). W takim przypadku każde z nich może być zapisane w postaci osobnej funkcji celu, tj. FC_1, FC_2, .., FC_n, gdzie n oznacza liczbę kryteriów. Uzyskanie rozwiązania ekstremalizującego jednocześnie wszystkie funkcje celu na ogół jest niemożliwe. Jedną z metod poszukiwania rozwiązania tak określonego problemu jest stworzenie nowej funkcji celu z wykorzystaniem średniej ważonej. W skrócie polega na przypisaniu wag do poszczególnych kryteriów, a następnie połączeniu ich w jedną funkcję celu, zgodnie ze wzorem:

$$FC = \sum_{i=1}^{n} w_i(FC_i) \tag{21}$$

gdzie:
w_i – waga i-tego kryterium.

Wagi powinny być tak dobrane, żeby każda z nich zawierała się w przedziale od 0 do 1, a suma wag była równa 1. Dalsze postępowanie pozostaje bez zmian. Jedną z niedogodności związanych z tą metodą jest arbitralny (niekoniecznie obiektywny) wybór wag. Inną metodą jest tzw. polioptymalizacja, w której wyznacza się rozwiązania najlepsze w pewnych (na ogół rozłącznych) podzbiorach zbioru rozwiązań dopuszczalnych i spośród nich arbitralnie dokonuje się wyboru rozwiązania.

Przypisy

[1] Tak sformułowany problem można sprowadzić do znanego w dyscyplinie badań operacyjnych zagadnienia transportowego, służącego pierwotnie do obliczania najkorzystniejszego rozplanowania wielkości dostaw homogenicznego towaru pomiędzy m dostawcami, a n odbiorcami. Algorytmy zagadnienia transportowego są co prawda efektywniejsze od algorytmu simpleks, ale przy wykorzystaniu współczesnych programów komputerowych aspekt efektywności można pominąć.

Bibliografia:

1. Duda Z., *50 lat MPK sp. z o.o. w Ostrowcu Świętokrzyskim (1956–2006)*, PPWH Triada, Ostrowiec Świętokrzyski 2006.
2. Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A., *Metody obliczeniowe optymalizacji*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1972.
3. Glinka M., *Elementy badań operacyjnych w transporcie*, Wydawnictwo Politechniki Radomskiej, Radom 2009.
4. *Infobus – baza autobusów*: http://infobus.pl/pokaz_autobusy_1.html (dostęp z dnia 4.12.2014 r.).
5. Jackiewicz J., Czech P., Barcik J., *Sposoby rozliczania usług w transporcie miejskim*, „Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej" 2010, nr 68.
6. Mikołajczyk Z., *Techniki organizatorskie w rozwiązywaniu problemów zarządzania*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995.
7. Oziomek J., Rogowski A., *Planowanie przydziału autobusów do linii w aspekcie minimalizacji zużycia paliwa na przykładzie MPK w Ostrowcu Świętokrzyskim*, „Technika Transportu Szynowego" 2015, nr 12.
8. Oziomek J., Rogowski A., *Zagadnienie synchronizacji linii komunikacyjnych w transporcie publicznym*, „Autobusy – Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe" 2016, nr 1–2.
9. *Rozkład jazdy MPK Ostrowiec Św.*: http://www.mpkostrowiec.com.pl/index.php?page=schedule&type=linie (dostęp z dnia 10.04.2015 r.).
10. Wagner H. W., *Badania operacyjne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1980.
11. Wyszomirski O., *Transport miejski. Ekonomika i organizacja*, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2008.

Autorzy:

mgr inż. **Jakub Oziomek** – doktorant na Wydziale Transportu i Elektrotechniki Uniwersytetu Technologiczno-Humanistycznego im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu

dr hab. inż. **Andrzej Rogowski**, prof. nadzw. na Wydziale Transportu i Elektrotechniki Uniwersytetu Technologiczno-Humanistycznego im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu

The optimal allocation of the buses to the suburban lines in Ostrowiec Świętokrzyski

The paper presents practical possibilities of using linear programming methods in urban transport. The problem was such allocation of the buses to the lines that assures the lowest possible fuel consumption and thus contributes to reducing the costs of doing business. This is especially important when the public carriers realise the part of transport on a commercial basis. The allocation of the buses cannot be arbitrary. The conditions should be considered, i.e. the size of the transport activity and diversity and limited number of the buses.

Key words: *linear programming, urban transport, optimization.*