mgr Agata Emilia WITEK

Uniwersytet Szczeciński: Wydział Nauk Humanistycznych, Instytut Filologii *(absolwentka)* oraz Wydział Matematyczno-Fizyczny, Katedra Edukacji informatycznej i Technicznej *(absolwentka)*

University of Szczecin: Faculty of Humanities, Institute of Philology *(graduate)* and Faculty of Mathematics and Physics, Department of Informatics and Technical Education *(graduate)*

ANALIZA HISTORYCZNO-PORÓWNAWCZA JĘZYKA MATEMATYKI W ZAKRESIE TRYGONOMETRII NA PODSTAWIE PODRĘCZNIKA STANISŁAWA PRZYSTAŃSKIEGO *„TRYGONOMETRYA PROSTOKREŚLNA"* Z 1859 ROKU

Streszczenie

Wstęp i cel: Porównanie językowo-historyczne w naukach matematycznych ma na celu ujawnienie zmian w sposobie myślenia ówczesnych i dzisiejszych matematyków oraz skutków tych zmian. Analiza ukazuje jak różne podejścia do danej dziedziny, definiują jej istotę.
Materiał i metody: Materiał stanowi tekst podręcznika *„Trygonometrya prostokreśla"* Stanisława Przystańskiego z 1859 roku. Zastosowana analiza historyczno-porównawcza bazuje na metodach analiz gramatycznych, z uwzględnieniem różnic w budowie słów i zdań oraz bada różnice leksykalne pomiędzy nomenklaturą matematyczną, znajdującą sie w XIX-wiecznym podręczniku, oraz dzisiejszą.
Wyniki: Nomenklatura ta w zakresie trygonometrii uległa znacznym zmianom, zarówno pod kątem stylistycznym, szczególnie zaś leksykalnym, gdyż zapomnieniu uległa cała, rodzima grupa nazw. Analiza porównawcza ujawniła także nieco różny od współczesnego sposób myślenia o nauczaniu matematyki, autor podręcznik ukazuje bowiem praktyczne i świadome myślenie, nastawione na ucznia.
Wniosek: Podręcznik *„Trygonometrya prostokreślna"* Stanisława Przystańskiego z 1859 roku nie jest akademickim dyskursem na dany temat, ale wyniknął z potrzeby takiego przekazania teorii, by ją w konkretnej sytuacji praktycznej móc zastosować.

Słowa kluczowe: Historia języka polskiego, język matematyki, trygonometria, sinus, cosinus, wstawa, dostawa.

(Otrzymano: 01.09.2017; Zrecenzowano: 15.09.2017; Zaakceptowano: 20.09.2017)

HISTORICAL-COMPARATIVE ANALYSIS OF MATHEMATICS LANGUAGE IN TRIGONOMETRY AREA BASED ON STANISLAW PRZYSTANSKI "TRYGONOMETRYA PROSTOKREŚLNA" FROM 1859

Abstract

Introduction and aim: *The linguistic comparison of the mathematical language aims to reveal changes in the way the mathematicians were thinking in the XIX century, but also shows differences in their nowadays approach, which defines also the essence of the modern mathematics.*
Material and methods: *Material is based on the text of handbook "Trygonometrya prostokreśla" by Stanislaw Przystanski from 1859. Applied analysis is basically grammatical, taking into account differences in word and sentence construction and analyzes the lexical differences between the mathematical nomenclature found in the nineteenth-century textbook and modern used language.*
Results: *The Polish trigonometry nomenclature has changed considerably from stylistic and lexical point of view, since the whole name group was forgotten. Comparative analysis also revealed a slightly different way of thinking about mathematics didactics, as the textbook author shows practical thinking oriented to the student.*
Conclusion: *The Handbook "Trygonometrya prostokreślna" by Stanislaw Przystanski at 1859 is not an academic discourse on the given subject, but has come from the need for such present a theory to be applied in a practical situation.*

Keywords: *History of Polish language, language of mathematics, trigonometry, sinus, cosunis, wstawa, dostawa.*

(Received: 01.09.2017; Revised: 15.09.2017; Accepted: 20.09.2017)

© A. E. Witek 2017

1. Wstęp

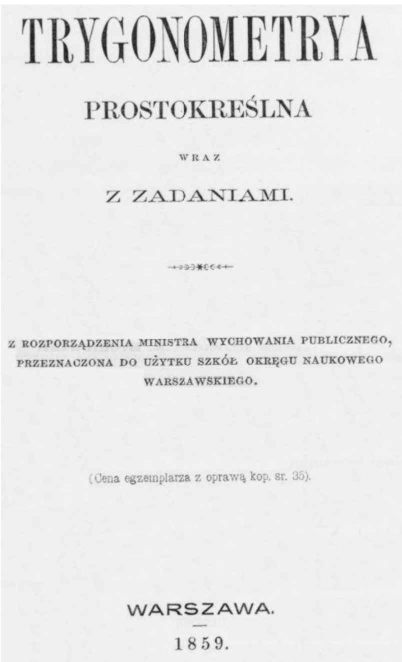
Analiza porównawcza leksemów dawnego i dzisiejszego języka matematyki pozwala na prześledzenie sposobu myślenia dziewiętnastowiecznych nauczycieli przedmiotów ścisłych i stanu ich wiedzy oraz oczekiwań, jakie mieli dla swych uczniów. Analiza językowa podręcznika do matematyki właśnie, z drugiej połowy XIX wieku wskazuje na zmiany, jakie zaszły w maematycznym języku polskim, a jak pokaże niniejszy artykuł, zmiany te były nieraz bardzo znaczące.

Dzisiejszy użytkownik języka polskiego miałby problemy ze zrozumieniem pewnych sformułowań z zakresu trygonometrii, pomimo tego, że są one polskiego pochodzenia. Jak pokaże tok artykułu, obserwuje się tendencje unifikujące nazewnictwo, ujednolicając terminologię w taki sposób, aby była ona zrozumiała na gruncie międzynarodowym, kosztem zaniechania i zapomnienia terminologii lokalnej.

Poniższe przykłady zobrazują w zarysie zmiany, jakie zaszły w języku matematyki, ale i w języku w ogóle, na przestrzeni ostatnich stu pięćdziesięciu lat. Ze względu na to, że analizowany językowo jest tylko jeden tekst historyczny, zmiany te są z konieczności opisane jedynie wyrywkowo.

2. Informacje dotyczące publikacji

Podręcznik matematyczny *Trygonometrya prostokreślna* pochodzi z roku 1859 i został wydany w Warszawie, w *Drukarni Gazety Codziennéj* (Rys. 1). Autor tej publikacji, Stanisław Przystański, sam siebie w przedmowie określa nauczycielem matematyki, jest jednak autorem wielu innych książek naukowych, między innymi: *Telegrafy Galwaniczne*, *O galwanoplastyce*, czy *Otrzymywanie rysunków za pomocą światła, ciepła i elektryczności* które, w wersji elektronicznej, dostępne są na stronie *Historii, Nauki i Techniki* w sieci [10].


TRYGONOMETRYA
PROSTOKREŚLNA
WRAZ
Z ZADANIAMI.
Z ROZPORZĄDZENIA MINISTRA WYCHOWANIA PUBLICZNEGO, PRZEZNACZONA DO UŻYTKU SZKÓŁ OKRĘGU NAUKOWEGO WARSZAWSKIEGO.
(Cena egzemplarza z oprawą kop. sr. 35).
WARSZAWA.
1859.

Rys. 1. Stanisław Przystański „Trygonometrya prostokreślna" Warszawa 1859
Źródło: Ze zbioru Autora
Fig. 1. Stanislaw Przystanski „Rectilinear trigonometry" Warsaw 1859
Source: From the Author's collection

Trygonometrya prostokreślna opatrzona jest także tytułem w języku rosyjskim, podanym w nawiasie, oraz uzupełniona podtytułem: *z rozporządzenia ministra wychowania publicznego przeznaczona do użytku szkół okręgu naukowego warszawskiego.*

Dodatkowo, na karcie tytułowej znajduje się następująca, interesująca pod kątem językowym uwaga: *cena egzemplarza z oprawą tak w Warszawie jak i na prowincyi kop. sr. 35* (zachowana pisownia oryginalna - przyp. red.).

Kwestią historyczną pozostaje fakt, że, podobnie jak w przypadku tytułu, każdemu nowo wprowadzonemu terminowi odpowiada podana w nawiasie jego wersja rosyjska, towarzysząc analizowanym, archaicznym terminom matematycznym, a przykłady tego tupu użycia przywołane zostaną w toku dyskursu tego artykułu.

Podręcznik jest klarownie i przejrzyście zaprojektowany, składa się z czterech rozdziałów i zawiera także spis treści z jasnymi i klarownymi hasłami, umożliwiającymi potencjalnemu uczniowi na szybkie znalezienie potrzebnych wiadomości teoretycznych.

Rozdział pierwszy stanowi opis teoretyczny podstaw trygonometrii wraz z wprowadzeniem zależności między danymi obiektami. Wprowadzenie teoretycznie tych zależności basuje na okręgu, którego promień wynosi jeden.

Rozdział drugi stanowi wyprowadzenie definicji funkcji trygonometrycznych, zaś rozdział trzeci podręcznika, o tytule *Obrachowanie tablic trygonometrycznych*, traktuje o związkach między bokami i kątami w trójkącie prostokątnego, opisując twierdzenie sinusów i cosinusów w trójkącie prostokątnym oraz następnie, w dowolnym trójkącie, przy czym zawiera dokładne wyprowadzenie tych twierdzeń.

W rozdziale trzecim autor skupia się także na teorii związków zachodzących w różnych trójkątach, w tym prostokątnym wraz z wyprowadzeniem wzorów, zaś rozdział czwarty zawiera tylko zadania.

3. Warstwa językowa podręcznika. Analiza gramatyczna i leksykalna

W tekście podręcznika znajduje się dużo archaizmów, zarówno pod kątem składniowym jak i leksykalnym, jednak odpowiadają one zwyczajom językowym dziewiętnastego wieku. Użycie reguł interpunkcji, a także pewna swoboda w ich interpretacji zgodne są także z tendencjami piśmienniczymi tego okresu [8]. Taka sytuacja językowa zbiegała się z próbami ujednolicenia systemu językowego, gramatyki, składni i fleksji, jednak pochodzenie autora danego tekstu oraz gwara lokalna miały wciąż znaczący wpływ na ostateczny kształt językowy danej publikacji. Klemensiewicz nazywa taki stan rzeczy nieskrystalizowanymi jeszcze tendencjami normalizacyjnymi języka [5].

Odmienności językowe, obserwowane w tekście, są wyraźnie widoczne i proste do sklasyfikowania. Jednak różnice ortograficzne i swoista lekkomyślność interpunkcyjna, a także odczuwalna dzisiaj wyraźnie archaiczność składni i przestarzałe formy fleksyjne nie przeszkadzają współczesnemu czytelnikowi tak bardzo. Język tego podręcznika pozostaje wciąż zrozumiały dla dzisiejszego odbiorcy.

Odmienne od dzisiejszych przyzwyczajenia gramatyczne występują w zakresie ortografii, leksykologii, a także fleksji oraz składni, są typowe dla okresu analizowanego i zostaną przedstawione na przykładach, pochodzących z analizowanego tekstu:

Różnice iloczasowe podkreślane są za pomocą ortograficznych zapisów *-ya* zam. *-ia*, jak na przykład w słowach, znajdujących się w tekście: *trygonometrya, funkcya, solidometrya, geometrya, planimetrya* [7, s. 9] a także w zdaniu: *algometrya która ma na celu rozwiązanie trójkątów to trygonometrya* [7, s. 4]. W porównaniu do czasów obecnych, nastąpiła jedynie zmiana oboczności *y:i*.

Jednak zapis z użyciem litery *y* miał dodatkowo odwzorowywać ówczesny, żywy język mówiony, w postaci przedłużonego dźwięku, który w swojej realizacji fonetycznej posiadałby dodatkowo literę j, czyli dziś zostałby zapisany w formie: *-yja*.

Podobna sytuacja, gdzie jednak występuje oboczność *ii:ij* występuje w rzeczowniku *linia*, także w formie *linija*, odmienianej w dopełniaczu liczby mnogiej *linij*, zamiast dzisiejszego *linii*.

W całym tekście rejestruje się także obecność apostrofu, jako iloczasowego wyznacznika głoski krótkiej, w postaci *-é-*, w wyrazach: *jéj, prostokreślnéj* itp.

W tekście znajduje się również forma przymiotnika w odmianie *francuzkich* [7, s. 11] zam. *francuskich*, zaś dźwięczność tego zapisu, sugeruje pochodzenie regionalne. Jest jednak zarazem ortograficznie niepoprawnym dziś zapisem słowa, w którego współczesnej rodzinie leksemów występuje oboczność s:z (*Francuz, Francuzka, francuski*), a którego zasada pisowni, nie była w połowie XIX wieku jeszcze zunifikowana.

W rzeczowniku *summa*, którego użycie obserwuje się wielokrotnie, na przestrzeni całego tekstu [7, s. 18] występuje duplikacja spółgłoski *m*, przyjmując formę, która dzisiaj ma wyłącznie znaczenie liturgiczne, religijne. Przystański używa jednak tego słowa w znaczeniu wyniku dodawania, współcześnie przyjmującego formę *suma*. Kopaliński, w *Słowniku wyrazów obcych i zwrotów obcojęzycznych* podaje obie formy, tj. *summa* oraz *suma*, jednak wyprowadza etymologię obu tych wyrażeń od łacińskiego *summus* - najwyższy i podaje jego znaczenie scholastyczne, jako znane już od czasów średniowiecznych i nie informuje o jego definicji matematycznej [6].

W przypadku pisowni łącznej i rozłącznej (kiedyś by powiedziano: *rozdzielnej*), występują przykłady łączenia form wyrazowych w jedną całość, inaczej, niż stosuje się dzisiaj:

- *tojest*, podczas gdy dzisiaj występuje forma *to jest*;
- *nakoniec*, dzisiaj *na koniec*;
- *któryby*, dzisiaj *który by* [7, s. 41];

Dalsze różnice ortograficzne i oboczności, które występują w tekście, są następujące:

- odmiana historyczna mianownika liczby mnogiej formy męskoosobowej: *punkta*, dzisiejsza forma to *punkty*;
- *proporcyonalne,* dziś *proporcjonalne*, oboczność pisana *y:j*, jej realizacja głosowa *yj:j* [7, s. 4];
- w zdaniu: *o tem łatwo się przekonać* występuje oboczność e:y w wyrażeniu *o tem : o tym* [7, s. 40], podobnie sformułowanie *ogólnemi*, dzisiaj *ogólnymi* [7, s. 13];
- przytoczony wyżej podtytuł podręcznika *cena egzemplarza z oprawą tak w Warszawie jak i na prowincyi kop. sr. 35*, zapisane zostały z zachowaniem oryginalnej składni i interpunkcji, jednak różniej od znanej nam dzisiaj. Dzisiejsze zasady interpunkcji mówią na przykład, że w zdaniach z wyrażeniami paralelnymi (... *tak*, ... *jak*), przed drugim członem porównania (*jak*), należy stawiać przecinek [9].

4. Historyczna leksykologia matematyczna

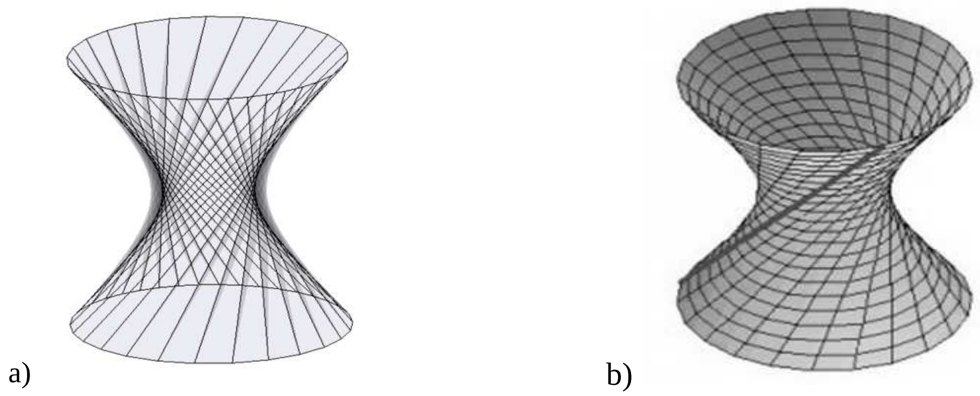
4.1. Leksykologia matematyczna

Leksykologia matematyczna, znaleziona w tekście, uległa największym zmianom i wydaje się współczesnemu czytelnikowi najbardziej obca. Jest to spowodowane częściową lub zupełną zmianą znaczenia danych słów, także rezygnacją z pewnych form językowych na rzecz innych, obcych, zapożyczonych. Jednak archaiczność pewnych sformułowań matematycznych podyktowana jest także pewną modą językową oraz popularnością pewnych związków wyrazowych, które na przestrzeni lat utraciły swe wpływy, popularność i zostały zapomniane.

Kwestią dyskusyjną dziś wydaje się być fakt użycia sformułowania *prostokreślna*, jako określenia do rzeczownika *trygonometrya*. Dziś używa się raczej związku wyrazowego *trygonometria prostokątna*, zawężając tę dyscyplinę tylko do trójkątów prostokątnych, jednak w tym przypadku podręcznik nie opisuje ani jedynie trójkątów prostokątnych, ani wyłącznie w przestrzeni dwuwymiarowej.

Przeciwnie, w teorii i zadaniach zawartych w książce, pojawiają się również informacje pozwalające na obliczenie obiektów trójwymiarowych, umożliwiające zastosowanie wiedzy w praktyce, w późniejszej pracy (jak się okaże w dalszym biegu tego artykułu, na przykład w pracy geodety).

Dzisiejszy język matematyki operuje jednakże sformułowaniem *powierzchnia prostokreślna*, czy inaczej rozwijająca się. Jest to powierzchnia, przez której każdy punkt przechodzi prosta całkowicie w niej zawarta [5]. Powierzchnia taka jest zbudowana z prostych, które wychodzą z krzywych danego obiektu, jednak stanowią w całej swej długości ten obiekt, np. hiperboloida jednopowłokowa (Rys. 2a, Rys. 2b).



Rys. 2. Hiperboloida jednopowłokowa: a) wykres własny, b) wykres w programie *Mathematica*
Źródło: Opracowanie własne

Fig. 2. One-lay hiperboloid: a) drown graph b) graph in the program *Matheamtica*
Source: Elaboration of the Author

Ani zbiory Polskich Bibliotek Cyfrowych, ani wspominianej już Historii, Nauki i Techniki, nie posiadają w swych zadobach digitalnych innych dzieł, w których zestawione razem zostałyby te dwa sformułowania tj. *trygonometrya prostokreślna*.

Zaś z analizy książek matematycznych z tego okresu wynika, że sformułowanie *prostokreślna* było używane często w znaczeniu *prostokątna* właśnie, jakby chociaż w wileńskiej publikacji z 1817 roku, gdzie na stronie 25., znajduje się przykład użycia wyrażenia *kąt prostokreślny* w znaczeniu *prostokątny* [2].

Jednak Przystański używa równocześnie sformułowania *trójkąt prostokątny* w znaczeniu posiadania przezeń jednego kąta prostego, różnicuje zatem pojęcia p*rostokątny* i *prostokreślny*, wydaje się więc, że autor podręcznika świadomie używa sformułowania *prostokreślny* w dzisiejszym znaczeniu tego słowa, zarówno w przypadku obliczeń figur dwu- jak i trzywymiarowych [7, s. 4].

Analiza porównawcza wspomnianych dwóch tekstów matematycznych z XIX wieku pokazuje zatem tendencję wymienności w stosowaniu obu form, tj. p*rostokątny* i *prostokreślny*. Kiedyś, jak widać na powyższych przykładach, musiały być one stosowane zamiennie, na przestrzeni lat nastąpiło jednak zawężenie i rozdzielenie tych dwóch nazw.

W dzisiejszych czasach mają swoje zdefiniowane, odrębne znaczenia.

Na różnice leksykalne napotyka się także czytelnik w następujących sformułowaniach:

- *summa ilukolwiek ilości*, dzisiaj *suma dowolnych ilości* (także dziś, potocznie, *suma jakichkolwiek ilości*);
- *wielkości dodatnie i odjemne*, zamiast dzisiejszego *wielkości dodatnie i ujemne*, zmiana przedrostka *od-* na *u-*;
- *bieży* zam. *porusza* się w przykładzie: *przyjąwszy, że ciało* (tu bez przecinka - przyp. red.) *powróciwszy do początku ruchu, bieży znów po okręgu koła* [7, s. 4];
- w zdaniu: ... *że nie istnieje trójkąt, któryby temu warunkowi miał zadosyć uczynić*, zam. *zadośćuczynić* (forma, która, choć po zmianach, dzisiaj jest już przestarzała) - w przypadku opisu złamania założenia o sumie kątów wewnętrznych trójkąta [7, s. 4].;
- forma *rozrachowuje trójkąty*, pochodząca od słowa *rachować* (przestarzale), a oznaczająca *liczyć, wyliczać* [7, s. 4];
- inna forma rzeczownika odprzymiotnikowego: *przeciwprostokątnia*, zamiast dzisiaj: *przeciwprostokątna*, w wyrazie tym zachodzi oboczność *ia: a*. Forma z XIX wieku wydaje się jednak podkreślać rzeczownikowość, przedmiotowość wyrażenia, w odróżnieniu od aktualnej dziś, opisowej formy *przeciwprostokątna*.

4.2. Liczba π

Podkreślić należy także obecność stałej matematycznej, liczby π, występującej w tekście. Liczba π, która wynosi w przybliżeniu 3,14 (z dok. 0,01) jest liczbą niewymierną, co oznacza, że w rozwinięciu dziesiętnym jest ułamkiem nieskończonym i nieokresowym.

W tekście, oprócz definicji liczby π jako stosunku okręgu do średnicy, zdefiniowano także liczbę π, jako połowę okręgu koła, zatoczonego przez łuk rysowany przez ciało poruszające się po promieniu równym jeden, zataczającym te łuki.

Długość łuku *l* równa jest połowie obwodu koła, który przy promieniu równym jeden, wynosi:

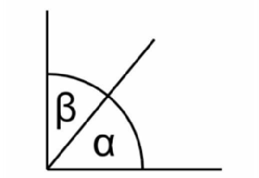
$$l = \frac{1}{2} \cdot 2\pi\pi = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \mathrm{r} = \pi . \tag{1}$$

4.3. Definicje łuków

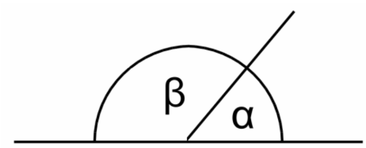
Łuki, jako części okręgu rysowanego przez ciało, poruszającego się wokół włąsnej osi, a posiadającego dany promień skrętu, sklasyfikowane zostały w tekście, w następujący sposób:

Łuki dopełniające się (ros. дололителныё) to takie dwa łuki, których *summa algebraiczna wynosi ćwierć okręgu koła, czyli gdy razem wzięte czynią* $\frac{\pi}{2}$ [7, s. 4].

Dzisiaj jest to definicja w pełni zrozumiała, gdyż budowana przy użyciu takich samych sformułowań, z tym, że zamiast słowa łuki, używa się formy kąty. Dla zobrazowania, na rysunku 3 pokazano graficzną interpretację kątów dopełniających się.



Rys. 3. Kąty dopełniające się
Źródło: Opracowanie własne
Fig. 3. Complementary angles
Source: Elaboration of the Author



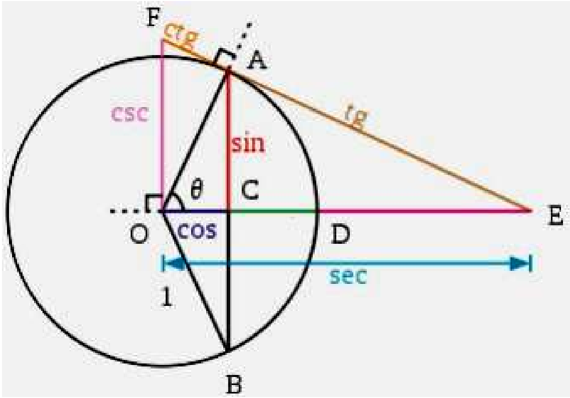
Rys. 4. Kąty przyległe
Źródło: Opracowanie własne
Fig. 4. Supplementary angles
Source: Elaboration of the Author

Łuki spełniające się (ros. взаимно-донолнителныя до двухь ирямыхь) razem dają summę algebraiczną, równą półokręgowi koła π [7, s. 5]. Dziś takie łuki nazywa się kątami przyległymi. Interpretacja graficzna łuków spełniających się, czyli kątów przyległych, pokazana jest na rysunku 4.

Wierzchołki trójkąta oznacza się wielkimi literami np. A, B, C i dzisiaj stosuje się podobną nomenklaturę. Odwołanie do danej funkcji trygonometrycznej zapisywane jest poprzez wywołanie nazwy wierzchołka: wst(A), a nie jak dzisiaj, poprzez wywołanie nazwy kąta, czyli np. sin(α).

4.4. Wstawa i dostawa, styczna i dotyczna, sieczna i dosieczna

Definicję funkcji trygonometrycznych można przeprowadzić przy pomocy okręgu jednostkowego i tak właśnie zdefiniowano te funkcję w podręczniku. Dziś definiowanie przy pomocy okręgu nie jest już tak popularne, wyprowadzanie wzorów obrazuje się na osiach układu współrzędnych [1]:



Rys. 5. Definicja funkcji trygonometrycznych na okręgu jednostkowym
Fig. 5. Definition of trigonometric functions on a circle
Źródło / Source: Wikipedia, https://pl.wikipedia.org/wiki/Plik:Circle-trig6_pl.svg

Jeżeli wokół wierzchołka kąta poprowadzony zostanie okrąg o promieniu OA=1, czyli tzw. okrąg jednostkowy, to funkcje trygonometryczne miary kąta ostrego, w tym przypadku, wyrażać się będą przez długości odpowiednich odcinków:

$$\sin(\theta) = \frac{|AC|}{1} = |AC|, \tag{2}$$

$$\cos(\theta) = \frac{|OC|}{1} = |OC|, \tag{3}$$

$$\mathrm{tg}(\theta) = \frac{|AE|}{1} = |AE|, \tag{4}$$

$$\csc(\theta) = \frac{|OF|}{1} = |OF|, \tag{5}$$ [1]

$$\sec(\theta) = \frac{|OE|}{1} = |OE|, \tag{6}$$ [2]

$$\mathrm{ctg}(\theta) = \frac{|AF|}{1} = |AF|. \tag{7}$$ [3]

Dla miar kątów spoza przedziału konieczne jest uogólnienie i przyjęcie ujemnej miary niektórych odcinków, podobnie jak w przypadku definicji na trójkącie prostokątnym [1].

Nazwy sinus, cosinus, tangens, cotangens oraz secans i cosecans to nazwy łacińskiego pochodzenia. W podręczniku Przystańskiego znajdują się jednak spolszczone nazwy zależności, które przedstawię w zestawieniu z ich obecnie uzywanymi nazwami i etymologią samej nazwy, na podstawie S*łownika wyrazów obcych i zwrotów obcojęzycznych* Kopalińskiego [6]:

Wstawa, skrót *wst (ros. синусь) to funkcya trygonometryczna, powstała z rozdzielenia boku przeciwległego danemu kątowi przez prostokątnią* [7, s. 5], dzisiejszy *sin*, czyli *sinus*. Dodatkowo, w tekście podręcznika wskazuje Przystański na własność *cosinusa*, pisząc: *wstawa łuku mniejszego od ćwierci koła, jest połową cięciwy podpierającéj łuk podwójny. Zdaje się, że ta włąsność dała powód do nazwy sunus, oznaczającéj wstawę w języku łacińskim; jest to bowiem skróceniem dwóch wyrazów «semi inscripta» czyli s.ins.* [7, s. 26]. U Kopalińskiego: z łaciny *zakrzywienie; fałd; łono; schronienie; zatoka*, por. insynuować [6].

[1] Funkcja csc(α) (czytaj cosecans) - to odwrotność funkcji sinus, którą wyraża się wzorem: csc(α) = 1/sin(α).
[2] Funkcja sec(α) (czytaj secans) - to odwrotność funkcji cosinus, którą wyraża się wzorem: sec(α) = 1/cos(α).
[3] Funkcja ctg(α) (czytaj cotangens) - to odwrotność funkcji tangens, którą wyraża się wzorem: ctg(α) = 1/tg(α).

Dostawa, skrót *dos (ros. косинусъ)* rozumiana jako *funkcya trygonometryczna, powstała z rozdzielenia boku przyległego przez prostokątnią* [7, s. 6] czyli dzisiejszy *cos, cosinus.* U Kopalińskiego: z łaciny *co-sinus,* wraz z użyciem przedrostka *co-* jako zaprzecznie, przeciwieństwo przedrostkowanego słowa [6].

Styczna, skrót *sty (ros. мангенсъ)* to *stosunek boku przeciwległego do boku przyległego danemu kątowi* [7, s. 5], a więc dzisiejszy *tg*, czyli *tangens.* U Kopalińskiego: z łaciny *dotykający, styczny,* od *tangere* dotykać; por. integracja [6];

Dotyczna, skrót *dot (ros. комангенсъ)* definiowana jest w podręczniku jako *stosunek boku przyległego p do boku rzeciwległego danemu kątowi* [7, s. 6], to oczywiście dzisiejszy *ctg,* czyli *cotangens.* U Kopalińskiego: z łaciny odwrotność wyrażenia *tangens;* także *dotyczna* [6].

Sieczna, skrót *sie (ros. секаисъ)* to *stosunkiem przeciwprostokątni do boku przyległego* [7, s. 6], zatem *sec, czyli secans.* U Kopalińskiego: odwrotność cosinusa, z łaciny sieczna, pochodzącego od bezokolicznika *secare* czyli *rozcinać, dzielić, rostrzygać;*

Dosieczna, skrót *dosie (ros. косекаисъ)* jest *stosunkiem przeciwprostokątni do boku przeciwległego*[7, s. 7], dziś oznaczana jako *scs,* czyli *cosecans.* U Kopalińskiego: z łaciny odwrotność *sinusa* [6].

Spolszczone te nazwy nie zawsze kojarzą się dzisiejszemu czytelnikowi z właściwią funkcją, jako że dzisiaj używa się słów pochodzenia łacińskiego w oficjalnym języku polskiej matematyki. Jednakże tu należy zwrócić uwagę, że podane w nawiasach, odpowiedniki nazw w języku rosyjskim są bezpośrednią transliteracją łacińskich nazw, zatem dla osoby, która zna i potrafi czytać cyrylicę, są bezpośrednim łącznikiem nazw funksji trygonometrycznych używanych ówcześnie i dziś.

4.5. Wyrazy w formie niezmienionej

Od czasu wydania analizowanego podręcznika minęło już ponad półtorej wieku, zatem warto zwrócić uwagę na pewne leksemy, terminy, które od niemal dwóch wieków pozostały niezmienne w polskiej terminologii matematycznej dotyczącej trygonometrii, a których przykłady znajdują się w tekście. Wśród tych wyrazów, których temat, wzorzec odmiany, zasady pisowni oraz znaczenie są identyczne wtedy i dziś, wymienić należy: *wielkość, granica, środek koła, kąt ostry, wyrażenie: stosunek dwóch boków, logarytmy, rachunek, dwumian, pierwiastek, obwód, promień, punkt, kierunek, strzałka, okrąg* (wraz z odmianą *okręgu*), *średnica, stopnie, minuty, sekundy, płaszczyzna, bok, figura, bezwzględna wartość, figura, krzywa, iloraz,* oraz, wspomniany powyżej *trójkąt prostokątny.*

5. Trójkątowanie. Teoria wraz z zadaniami

5.1. Trójkątowanie

Pod koniec rozdziału trzeciego oraz w rozdziale czwartym autor skupia się na pojęciu trójkątowania, wyjątkowo nie podając odpowiednika jego rosyjskiej nazwy. Podział większej bryły na trójkąty pozwala z dużą dokładnością wyliczyć pole powierzchni tej nieregularnej figury, jest to metoda matematyczna używana, na przykład, w geodezji.

Słownik języka polskiego pod red. W. Doroszewskiego pisze o trójkątowaniu: *bezpośredni pomiar długości łuku południka byłby na ogół niemożliwy ze względu na przeszkody terenowe. Uciekamy się więc do metody pośredniej, znanej pod nazwą triangulacji, czyli trójkątowania* [3]. Spolszczona nazwa trójkątowanie nie cieszy się dzisiaj zbyt dużą popularnością, wyparta została przez swój odpowiednik łacińskiego pochodzenia [6].

W podręczniku autor jednoznacznie wskazuje na zastosowanie opisywanej metody:

*Jeżeli zamierzamy zdjąć plan znacznej przestrzeni gruntu z pewną dokładnością, wówczas należy zwykłe roboty z stolikiem mierniczym wykonywane, oprzéć na trójkątach. Kąty przy kątowaniu mierzą się za pomocą teodolitu, narzędzia, które odrazu (*sic!*) daje wielkość kątów sprowadzoną do poziomu* [7, s. 49].

W opisie metody wyróżnić można następujące sformułowania, dotyczące jej realizacji:

- *sieć trygonometryczna główna*, jako zbiór trójkątów,
- *sprowadzenie sieci do poziomu*, czyli odwzorowanie sieci na płaszczyznę.

Wymienione metody charakteryzują się wysokim stopniem specjalizacji, jednak nie są niezrozumiałe dla czytelnika XXI wieku. Następnie opisywany jest dokładnie sposób nakładania trójkątów w przestrzeni, aby uzyskać najbardziej regularne elementy.

Także w tym rozdziale przy wprowadzaniu terminologii, nazwom, wyróżnionym kursywą towarzyszy zapis w języku rosyjskim, podany w nawiasie, jedynym wyjątkiem jest hasło *trójkątowanie* właśnie. Nie pomija się także granicy błędu w pomiarach, opisując metodę obliczania tzw. średniego błędu oraz błąd przypuszczalny.

Dla próby, dosyć dodać kąty zmierzone przy wierzchołkach A, B, C, a mianowicie: ABC, BCD, i przekonać się, czy summa ich równa się dwom prostym powtórzonym tyle razy, ile wielokąt ma boków bez dwóch boków. Jeżeli jest różnica między wymierzonemi kątami a summą, jaka być powinna według tego twierdzenia, wtedy rozdzieliwszy tę różnicę przez dwa razy wziętą liczbę boków wielokąta, otrzymamy na wypadek średni błąd mierzonych kątów [7, s. 51].

Co ciekawe, sposób wyliczania tego typu błędów pomiaru, znajduje się bezpośrednio w tekście czyli jest *opisowy*, a nie *matematyczny*, nie towarzyszą mu bowiem żadne zapisy w postaci cyfr, jak w było przypadku wyprowadzania twierdzeń trygonometrycznych.

Stosowanie opisowej metody zapisywania równań matematycznych nasuwa myśl o tym, że treści podane w ten sposób są niejako dodatkowe, fakultatywne i tylko zainteresowany czytelnik zapisze metodę w postaci matematycznej.

Rozdział czwarty, czyli *Zadania z planimetryi, solidometryi, geometryi praktycznej i innych nauk*, wprowadza po raz pierwszy w podręczniku nowe hasła dyscyplin, choć w podręczniku nie znajduje się uprzednia definicja tych haseł.

Zadania, zawarte w rozdziale, opierają się na wykorzystaniu tablic trygonometrycznych w praktyce, jednak brak wyraźnego powiązania między tytułem czwartego rozdziału, a treścią całego podręcznika.

Nietypowo, w większości są to zadania niezdefiniowane, czyli zadania teoretyczne, bez podawania konkretnych danych do obliczenia. Jednakże pod każdym zadaniem znajduje się jednak wyprowadzenie wzoru do rozwiązania, Podstawienie wielkości zadań należy jednak do ucznia, w ten sposób może on rozwiązywać wiele zadań z różnorodnymi danymi, utrwalając sobie nowopoznany wzór oraz jego wyprowadzenie.

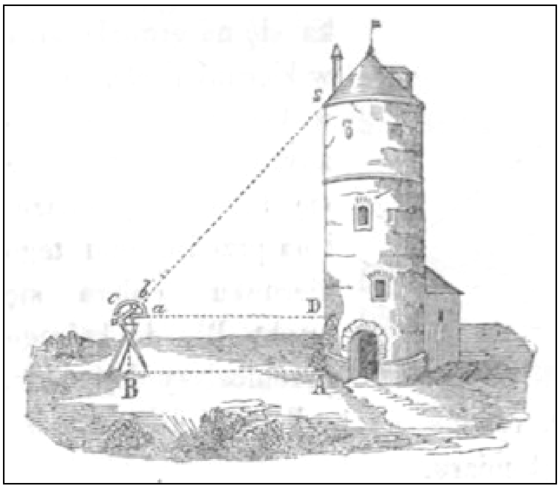
Trójkątowaniu poświęconych jest parę zadań, wraz z wyprowadzonym rozwiązaniem danego problemu. Ta część książki wyróżnia się znacznie od innych, a to z powodu pięknych rysunków pomocniczych, które zostaną tu przedstawione.

5.2. Zadania z trójkątowania

Przykładowe zadania pozwalają także ocenić przydatność teorii w praktycznym życiu lub w pracy. W tym przypadku, do zadań przytoczone zostały konkretne dane oraz podana odpowiedź. Wśród zadań wyróżnia się następujące:

- Mierzenie wysokości budynków za pomocą kątomiaru, o treści: *zmierzyć wysokość wieży, której podstawa jest przystępna* [7, s. 56]. I tu treść zadania się kończy, następuje jednak przykładowe rozwiązanie na podstawie poniżej dopiero podanych, przykładowych danych wraz z wyprowadzeniem wzoru. Istotę zadania obrazuje dopiero szkic poglądowy,

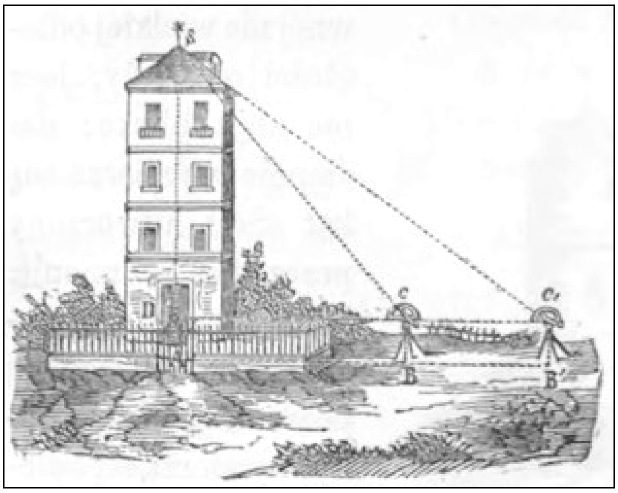
- W zadaniu następnym wieża jest *nieprzystępna, lecz stojąca na gruncie poziomym* [7, s. 57],
- Obliczeń tego typu dokonuje się *obrawszy na równym gruncie taką podstawę CD, aby ją można wymierzyć i na jéj końcach ustawić kątomiar, oceniając kąty* [7, s. 56].



Rys. 6. Do zadania 9: Zmierzyć wysokość wieży, której podstawa przystępna znajduje się na gruncie zupełnie poziomym

Fig 6. For problem 9: Measure the height of the tower, the foundation of which is reasonably located on the ground quite horizontal

Źródło/Source: S.Przystański, Trygonometrya prostokreślna, Warszawa 1859: p. 57

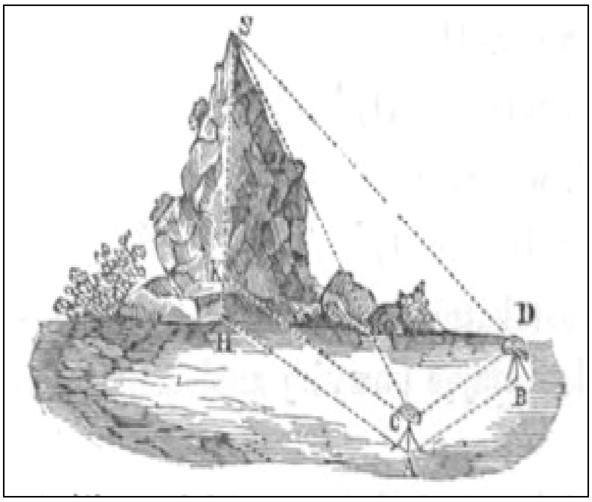


Rys. 7. Do zadania 10: Zmierzyć wysokość wieży nieprzystępnej, lecz stojącej na gruncie poziomym

Fig 7. For problem 10: Measure the height of an inaccessible tower but standing on a horizontal ground

Źródło/Source: S.Przystański,Trygonometrya prostokreślna, Warszawa 1859: p. 58

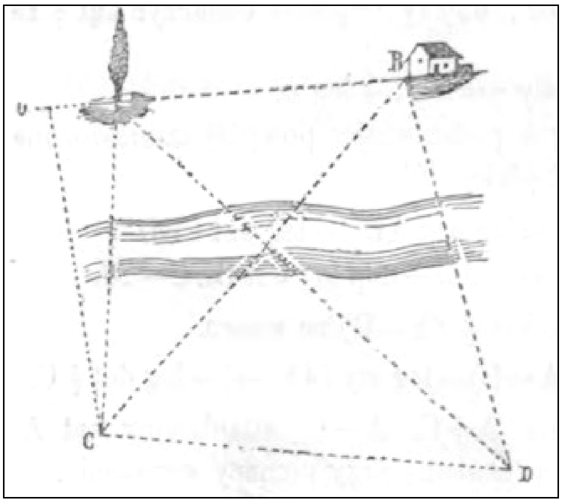
Rozwiązanie przedstawione zostaje przy użyciu logarytmów. Obliczana jest także między innymi, wysokość góry, a także odległości tzw. punktów nieprzystępnych, leżących na przykład na dnie morza, co pokazują następne rysunki poglądowe:



Rys. 8. Do zadania 11: Znaleźć wysokość góry.

Fig 8. For problem 11: Find the height of the mountain

Źródło/Source: S. Przystański, Trygonometrya prostokreślna, Warszawa 1859: p. 59



Rys. 9. Do zadania 13: Zmierzyć odległość rodzielającą dwa nieprzystępne punkta

Fig 9. For problem 13: Measure the distance between two unacceptable points

Źródło/Source: S. Przystański, Trygonometrya prostokreślna, Warszawa 1859: p. 61

W rozdziale czwartym znajduje się jeszcze kilka tego typu zadań, dotyczących wieży, czy dzwonnicy kościelnej.

Praktyczność przedstawionych powyżej, przykładowych rysunków jest ogromna. Obrazują one i rozbudowują tym samym lakoniczną treść zadania oraz mają zastosowanie dydaktyczne: uzupełniają brakujący w toku rozdziału teoretycznego sposób zastosowania metody trójkątowania w praktyce, pokazują gdzie ustawić przyrządy pomiarowe i szkicują skalę mierzonego odcinka. Stanowią zarazem element brakującego dyskursu dydaktycznego, będąc przy tym bardzo czytelnymi i starannie wykonanymi.

Prezentowanie tak praktycznego zastosowania poznanej teorii jest nietypowe dla podręczników matematyki i wyróżnia się pod tym względem.

6. Wyniki

Podręcznik do nauki matematyki z roku 1859 charakteryzuje się swoistą dla okresu, w którym powstał, budową językową.

Analiza różnic lingwistycznych w obrębie języka matematycznego, wskazuje na następujące zmiany, jakie, na podstawie tekstu, zaszły w matematyce na przestrzeni ostatnich dwóch wieków:

- Zmiana budowania sformułowań matematycznych, co jest jednakże związane z ogólną zmianą stylistyki języka. Językowo tekst jest zrozumiały dla współczesnego czytelnika, jednakże dzisiaj stylistyka wypowiedzi uległa znacznemu uproszczeniu, przez co również jest też czytelniejsza;
- Przechylanie się do stylistyki opisowej, czasem nawet bez zapisu matematycznego,
- dokładne przedstawianie wyprowadzanych wzorów,
- Nastąpiła zamiana leksemów *łuki* na *kąty*, w praktyce dzisiaj matematycy oznaczają i mianują kąty, a nie, jak przedstawiono w podręczniku, łuki i wierzchołki;
- Nastąpiła zmiana w wyborze teorii wyprowadzającej funkcje trygonometryczne, zamiast ówcześnie popularnego wyprowadzania wzorów na planie koła o promieniu równym jeden, biorąc pod uwagę łuki koła oraz krzywizny, dzisiaj wzory wyprowadza się bazując na układzie współrzędnych. Obie teorie są równie poprawne;
- Jedną z największych zmian jest zaskakujące odejście od rodzimych nazw funkcji trygonometrycznych: *wstawa*, *dostawa*, *styczna*, *dotyczna oraz sieczna*, *dosieczna* i zastąpienie jej nazwami pochodzenia łacińskiego, odpowiednio: *sinus*, *cosinus*, *tangens*, *cotangens*, *secans* oraz *cosecans*. Są to nazwy używane międzynarodowo, zatem matematyka, rezygnując z rodzimych tłumaczeń zyskała na uniwersalności. W obrębie terminologii zresztą obserwuje się tendencje unifikacyjne, zwykle odwołując się do łaciny lub greki.

7. Wnioski

- Dziewiętnastowieczny podręcznik do nauki matematyki z zakresu trygonometrii zaskakuje swoją przejrzysta budową i dokładnością w wyprowadzaniu wzorów, a także interesującym podejściem praktycznym w budowaniu zadań i wskazywaniu na praktyczne użycie zawartej w podręczniku wiedzy.
- Dzisiejsze podręczniki skupiają się jedynie na przedstawieniu teorii i zadań utrwalających. W przypadku podręcznika Przystańskiego, wyraźnie widoczny jest punkt myślenia, który nacisk kładzie na praktykę.

- Podręcznik Przystańskiego „*Trygonometrya prostokreślna z 1859 roku*” nie jest akademickim dyskursem na dany temat, ale wyniknął z potrzeby takiego przekazania teorii, by ją w konkretnej sytuacji praktycznej móc zastosować.

Literatura

[1] Bronsztejn I. N., Siemiendiajew K. A.: *Matematyka, poradnik encyklopedyczny*. Warszawa 1976.

[2] Czech J.: *Poczatkow geometryi ksiag osmioro z dodanemi przypisami przez Josefa Czecha z przydana trygonometrya Roberta Simsona*, Wilno, 1817, s. 25;

Źródło: https://play.google.com/store/books/details?id=kmpVAAAAcAAJ&rdid=book-kmpVAAAAcAAJ&rdot=1, *(dostęp 15.06.2017).*

[3] Doroszewski W.: *Słownik języka polskiego*. Warszawa 1958-1969.

[4] *Encyklopedia PWN*. Warszawa 2014.

[5] Klemensiewicz Z.: *Składnia, stylistyka, pedagogika językowa*. Warszawa 1982, s. 363.

[6] Kopaliński W.: *Słownik wyrazów obcych i zwrotów obcojęzycznych*. Warszawa 2000.

[7] Przystański S.: *Trygonometrya prostokreślna.* Warszawa 1859, s. 9.

[8] Urbańczyk S.: *Periodyzacja dziejów polskiego języka literackiego*. [W:] *Prace z dziejów języka polskiego*. Wrocław, Warszawa, Kraków, Gdańsk 1979, s. 55-56.

[9] *Wielki słownik ortograficzny PWN z zasadami pisowni i interpunkcji.* Warszawa 2016.

[10] http://hint.org.pl/f=BN;bn=Stanis%B3aw+Przysta%F1ski: digitalizacja dzieł Stanisława Przystańskiego, dziewiętnastowiecznego autora prac technicznych: *(dostęp 15.06.2017).*